

UMR ADEF

JOURNAL DU SEMINAIRE TAD/IDD

Théorie Anthropologique du Didactique
& Ingénierie Didactique du Développement

*The Author desires me to add,
that the misconception of some of his critics on this matter
has induced him to insert in his dialogue with the Sphere,
certain remarks which have a bearing on the point in question,
and which he had previously omitted
as being tedious and unnecessary.* Edwin A. Abbott (1838-1926)

Le lendemain, Aymery prit la ville. Victor Hugo (1802-1885)

Le séminaire TAD & IDD, animé par Yves Chevallard, a une double ambition solidaire : d'une part, il vise à mettre en débat des recherches (achevées, en cours ou en projet) touchant à la TAD ou, dans ce cadre, à des problèmes d'ingénierie didactique du développement, quel qu'en soit le cadre institutionnel ; d'autre part, il vise à faire émerger les problèmes de tous ordres touchant au développement didactique des institutions, et notamment des professions de professeur, de formateur et de chercheur en didactique. Deux domaines de recherche sont au cœur du séminaire : un domaine en émergence, la didactique de l'enquête codisciplinaire ; un domaine en devenir, la didactique des praxéologies mathématiques.

La conduite des séances et leur suivi se fixent notamment pour objectif d'aider les participants à étendre et à approfondir leur connaissance théorique et leur maîtrise pratique de la TAD et des outils de divers ordres que cette théorie apporte ou permet d'élaborer. Sauf exception, les séances se déroulent le vendredi après-midi, de 16 h 30 à 18 h 30, la séance pouvant être suivie à distance par visioconférence.

→ Séance 5 – Mercredi 28 mai 2014

OBSERVATIONS DIDACTIQUES SUR INTERNET ?

1. Le problème des conditions et contraintes

a) L'un des problèmes fondamentaux auxquels se heurte toute recherche peut être formulé ainsi. Soit un événement e que le chercheur ξ a pu observer. (On pourra penser à un événement du type : « L'élève x a calculé le volume, exprimé en centimètres cubes, d'une boîte parallélépipédique de longueur 1,08 m, de largeur 1,1 dm et de hauteur 5,7 cm. ») Imaginons même que le chercheur ξ ait concouru – directement ou indirectement, par l'intermédiaire de quelque professeur y – à « produire » l'événement e en créant, sous des contraintes K_ξ , des conditions C_ξ . On pourrait noter la

chose par le symbolisme suivant (emprunté à la logique mathématique) : $K_\xi \cup C_\xi \vdash e$. Le problème annoncé tient à ce que, en vérité, C_ξ est l'ensemble des conditions que ξ *croit avoir créées* afin de voir se réaliser l'événement e et que K_ξ est l'ensemble des contraintes sous lesquelles ξ *croit avoir dû opérer* pour produire e . En fait, l'ensemble des conditions effectivement réalisées ne se réduit pas à C_ξ ; et, de même, l'ensemble des contraintes ne se réduit pas à K_ξ . Notons ces ensembles « implicites » $\check{C}$ et $\check{K}$, avec $\check{C} \supset C_\xi$ et $\check{K} \supset K_\xi$. On remplace alors l'énoncé précédent par celui-ci : $\check{K} \cup \check{C} \vdash e$. Le premier énoncé doit alors être récrit ainsi : $K_\xi \cup C_\xi \vdash_\xi e$; ce qui signifie : selon ξ , sous les contraintes K_ξ et dans les conditions C_ξ , l'événement e se produit. L'idéal pour ξ serait évidemment que l'on ait $C_\xi = \check{C}$ et $K_\xi = \check{K}$. Le problème que j'évoquais tient à ce que *ce n'est pas le cas*. En vérité, *on ne sait même pas* ce que sont au juste $\check{C}$ et $\check{K}$. Tout cela s'étend, bien sûr, aux professeurs : si y est un professeur, on peut écrire de même, avec des notations évidentes : $K_y \cup C_y \vdash_y e$ où $K_y \subset \check{K}$ et $C_y \subset \check{C}$; et où, ajoutons-le, on a semblablement $K_y \neq \check{K}$ et $C_y \neq \check{C}$.

b) Bien entendu, il existe à ce problème une fausse solution, qu'adopte sans trop y penser professeurs et didacticiens. En quoi consiste-t-elle ? À croire (a) qu'il existerait, indépendamment de l'intervention de ξ (ou de y), un « socle ordinaire » de contraintes K_0 et de conditions C_0 , conditions et contraintes « ordinairement réalisées » ; et (b) que les ensembles notés plus haut $\check{K}$ et $\check{C}$ s'écriraient alors simplement $\check{K} = K_0 \cup K_\xi$ et $\check{C} = C_0 \cup C_\xi$. Le didacticien ξ (ou le professeur y) peut ainsi tranquillement ignorer « le reste du monde » et s'attacher seulement à apprécier l'efficacité de son action, créatrice de C_ξ sous les contraintes K_ξ . Ce schéma est fragile et a quelques désavantages. On voit par exemple que, « sous les contraintes et dans les conditions usuelles », il assigne à y (comme professeur) ou à ξ (comme « ingénieur didacticien ») toute la responsabilité de produire e , sans que ξ et y puissent légitimement invoquer les effets « pervers » de K_0 et de C_0 pour amoindrir leur responsabilité. Au plan scientifique, cette situation n'est guère satisfaisante : si certaines contraintes $k \in K_0$ ou certaines conditions $c \in C_0$ jouent un rôle non négligeable dans la production (ou la non-production) de e , ξ et ses semblables doivent s'employer à les identifier. Au plan institutionnel, cela conduit à des tentatives de « réforme » et, plus largement, à des modes pédagogiques souvent sans lendemain qui consistent, en règle générale, à introduire, dans le répertoire des conditions et contraintes dans lequel se découperont les couples (K_y, C_y) , des conditions et de contraintes « extraordinaires », jusque-là non mobilisées (ou que l'on croit telles) dans la construction sociale du rôle proposé à y . C'est là, évidemment, le revers d'un phénomène dont la tranquille croyance ordinaire en « l'innocence » des contraintes appartenant à $\check{K} \setminus K_y$ et des conditions $\check{C} \setminus C_y$ constituerait l'avvers.

c) Il existe, dans l'histoire des sciences, un certain nombre d'exemples de situations où une condition traditionnellement ignorée par les spécialistes d'un domaine donné de phénomènes se révèle un jour comme y jouant un rôle qui, dans une certaine mesure, pourrait être déterminant. Récemment, la presse généraliste a fait un succès à un article publié en ligne le 28 avril 2014 dans la revue scientifique *Nature Methods* (<http://www.nature.com/nmeth/journal/vaop/ncurrent/full/nmeth.2935.html>). Cet article a pour titre « Olfactory exposure to males, including men, causes stress and related analgesia in rodents » : la manipulation de souris en laboratoire, quand elle est réalisée par des hommes (et non des femmes), engendre chez les souris un stress qui a une « vertu » analgésique. Pour plus de précision, voici le résumé de cette publication (où le mot *axilla* – en anglais courant, *armpit* – désigne les aisselles) :

We found that exposure of mice and rats to male but not female experimenters produces pain inhibition. Male-related stimuli induced a robust physiological stress response that results in stress-induced analgesia. This effect could be replicated with T-shirts worn by men, bedding material from gonadally intact and unfamiliar male mammals, and presentation of compounds secreted from the human axilla. Experimenter sex can thus affect apparent baseline responses in behavioral testing.

Dès le 29 avril, *Le Nouvel Observateur* publiait sur son site un entretien avec Georges Chapouthier, directeur de recherche émérite au CNRS, sous un titre très affirmatif : « Les souris de laboratoires ont peur des hommes : ça ne remet pas en cause nos recherches. » Ce spécialiste déclare notamment :

Pendant 20 ans, j'ai beaucoup travaillé sur l'anxiété en réalisant des tests sur des rongeurs. Comme l'écrasante majorité de mes collègues, je n'ai pratiquement étudié que des mâles pour atténuer au maximum l'effet des [variations hormonales](#) des animaux. Mais je dois dire que le résultat très original de ce travail de « *Nature Methods* » sur l'effet des odeurs des chercheurs n'avait été envisagé ni par moi, ni par personne de ma connaissance auparavant.

Pourquoi cela n'invalide-t-il pas les résultats des recherches effectuées jusqu'ici ? Voici la réponse de l'interviewé :

Pour chaque expérience, le chercheur s'appuie sur un groupe expérimental et un groupe témoin (ou groupe-contrôle) de souris ou de rats. Et c'est le même expérimentateur qui manipule ces deux groupes à chaque fois.

Pour l'illustrer, donnons un exemple : si vous voulez savoir si un somnifère fait dormir, vous allez l'injecter à 25 souris et injecter à 25 autres un solvant sans somnifère. C'est ce dernier groupe qui sert de contrôle. Supposons que les niveaux de base du stress soient à 2 avec un chercheur homme et à 1,5 avec une femme, cela ne change rien ; les résultats seront les mêmes : le somnifère fera dormir les animaux du groupe traité et pas ceux du groupe contrôle.

Il est par contre vrai que, si les résultats de cette étude sont confirmés, les taux de stress peuvent être augmentés par la présence d'un homme. Il me paraît donc intéressant de mentionner le sexe du chercheur dans les études, afin d'être le plus transparent possible, comme le suggèrent les auteurs.

Si le chercheur interrogé reconnaît l'importance du résultat annoncé – à condition que ce résultat soit confirmé –, il le fait semble-t-il non sans quelque agacement, qui le pousse à se porter aux extrêmes, comme le suggère la suite de l'entretien :

Mais j'irais plus loin : que dire d'une expérience réalisée par deux hommes n'ayant pas la même odeur ? En fonction de leur âge, les chercheurs n'auront en effet pas le même taux de testostérone, donc pas la même odeur corporelle. Nous pouvons faire la même remarque à propos d'un expérimentateur qui manipule des souris gentiment et un autre qui les traite brutalement, ou d'un autre qui en manipule pour la première fois, face à des rongeurs qui ont l'habitude d'être manipulés par le même chercheur. Dans chaque cas, le stress ressenti différencierait.

Le sexe de l'expérimentateur peut jouer, mais il ne représente donc qu'un biais parmi tant d'autres. Il serait intéressant que l'on intègre ce critère dans les résultats, mais où s'arrêter ?

Si cette étude s'avère vraie, devra-t-on bientôt mentionner également l'âge ou l'expérience manuelle des chercheurs dans les données ?

Un autre commentaire publié en ligne porte un titre moins optimiste : « Lab mice fear men but not women, and that's a big problem for science » (<http://www.theverge.com/2014/4/28/5661118/lab-mice-fear-men-not-women-big-problem-for-science>). Le sous-titre de cet article surtout paraît alarmant : « A new study casts doubt on decades of research. » Cette fois, c'est le rédacteur principal de l'étude publiée dans *Nature Methods* qui est interrogé : il s'agit de Jeffrey Mogil, « a pain researcher at McGill University and lead author of the study ». Selon la journaliste de *The Verge* – Arielle Duhaime-Ross –, « Mogil hopes that his research—and other studies like it—will prompt researchers to report the gender of the experimenter in their publications ». Selon Mogil encore, « You don't have to go back very far to see studies where people didn't think the strain of mouse mattered or the sex of

the mouse mattered ». Pourtant, tout cela compte et pourrait à l'avenir faire l'objet d'analyses statistiques. Pour le chercheur, le résultat récemment établi pourrait permettre de comprendre certaines anomalies des recherches réalisées jusqu'ici :

For now, Mogil is looking forward to hearing from fellow researchers who might now have an answer for unusual results. "I expect to hear stories, to hear people telling me that this sort of explains mysteries about experimenters not replicating each other, or having effects and then losing them," Mogil says.

Le même commentateur évoque alors un mode de réalisation des recherches qui, *de facto* – de façon non délibérée –, pourrait (en partie) compenser les effets mis au jour par l'article de *Nature Methods* :

Because studies are so large these days, the graduate students who start them often don't see them through to completion, Mogil explains. So, women and men often end up taking on the same work in succession. Whether scientists will want to go back and check if their results were tainted by a male-induced stress response, however, is anybody's guess. As Mogil puts it, "we will have to see."

Que penser, donc ? La visibilité, en cette affaire, semble des plus limitées : il faudrait désormais être attentif à des phénomènes dont la survenue ne serait tout de même jamais sûre.

d) Je dirai qu'un ensemble E d'événements e est *sensible* à une condition c si certaines modifications apportées à c apparaissent corrélées à des modifications *sensibles* (étant donné la précision des observations possibles) de E . L'épisode tout récent des souris – où l'on voit des chercheurs croire sans croire tout en croyant quand même – témoigne de l'ambiguïté de l'attitude des humains face à la découverte de la *sensibilité* des effets de leur action à certaines conditions *inattendues* : d'un même mouvement, on adhère et on résiste à ce que le progrès des connaissances révèle. Il y a là une contrainte qui, je suppose, doit être située au niveau le plus élevé de l'échelle des niveaux de codétermination, celui de l'humanité. En pratique, cela veut dire que les ensembles K_ξ et C_ξ se trouvent subrepticement augmentés par certaines conditions « clandestines » (du point de vue de ξ) : aux ensembles K_ξ et C_ξ sont, de la sorte, substitués des ensembles $\underline{K}_\xi \supset K_\xi$ et $\underline{C}_\xi \supset C_\xi$. L'identification de conditions *clandestines mais sensibles* composant les ensembles $\underline{K}_\xi \setminus K_\xi$ et $\underline{C}_\xi \setminus C_\xi$ est évidemment, pour ξ , une tâche aussi impérative qu'incertaine. Les égalités $\check{K} = K_0 \cup K_\xi$ et $\check{C} = C_0 \cup C_\xi$ sont ainsi remplacées par les égalités $\check{K} = K_0 \cup \underline{K}_\xi$ et $\check{C} = C_0 \cup \underline{C}_\xi$. Tout cela vaut évidemment si l'on remplace partout ξ par y .

e) Dans l'interprétation d'un ensemble E d'événements e , il y a, me semble-t-il, une surestimation du rôle éventuel de ξ (respectivement, de y), c'est-à-dire des effets de $\underline{K}_\xi$ et $\underline{C}_\xi$ (resp., de $\underline{K}_y$ et $\underline{C}_y$). La focalisation de l'attention sur l'ensemble $\underline{K}_\xi \cup \underline{C}_\xi$ des conditions et contraintes associées à l'action de ξ conduit à ignorer le problème des effets de l'ensemble $K_0 \cup C_0$. Ce problème resurgit en pleine lumière lorsque, dans la production de l'événement observé e , il apparaît qu'on a de façon évidente $\underline{K}_\xi = \underline{C}_\xi = \emptyset$, voire, pour tout y , $\underline{K}_y = \underline{C}_y = \emptyset$. Dans quels cas en est-il ainsi ? Des situations approchantes diverses peuvent être envisagées, dont celle où le didacticien ξ en vient à disposer de données d'observation « toutes faites », constituées à d'autres fins par d'autres personnes, peut-être par les acteurs eux-mêmes des situations auxquelles se rapportent ces données, ces acteurs ayant par exemple conservé des traces écrites de leurs échanges afin d'en faire un outil de travail pour le collectif qu'ils forment ou pour chacun d'eux séparément. Bien entendu, quelle que soit la situation ayant engendré cette production « détachable » (et, pour cela, exploitable par ξ), on doit considérer les ensembles $\check{K}$ et $\check{C}$ de contraintes et de conditions prévalentes et, pour un ensemble d'événements E donné, celles de ces contraintes et conditions auxquelles E est *sensible*. C'est sur une telle configuration que je m'arrêterai maintenant.

2. Le problème des fausses pièces

a) Comme vous le savez sans doute, le *master* « Mathématiques et applications » de l'université d'Aix-Marseille propose une *spécialité* intitulée « Enseignement et formation en mathématiques », laquelle offre, en deuxième année, un *parcours* « Didactique ». C'est dans ce cadre que, avec Michèle Artaud, j'anime une UE intitulée « Fondements et méthodes de la recherche en didactique ». Dans le contexte d'une séquence de TD de cette UE, j'ai étudié cette année un article dû à Simon Modeste, Sylvain Gravier et Cécile Ouvrier-Buffet, intitulé « Algorithmique et apprentissage de la preuve ». Cet article a paru dans le numéro 79 (avril 2010) de la revue *Repères – IREM*, dont il occupe les pages 51 à 72. (Vous pourrez le retrouver à l'adresse http://www.univ-irem.fr/reperes/articles/79_article_538.pdf.) L'objet de cette étude était de répondre à la question suivante : *En quoi et dans quelle mesure cet article expose-t-il une recherche en didactique des mathématiques ?* Mais je ne m'arrêterai pas plus longtemps là-dessus aujourd'hui.

b) La troisième et dernière partie de cet article est consacrée à la présentation, à l'analyse et au compte rendu de diverses réalisations d'une situation didactique que je décrirai comme une situation de *première*

rencontre avec la notion d'algorithme et plusieurs des problèmes qui lui sont attachés (construction et preuve d'un algorithme, propriétés de complexité et d'optimalité de l'algorithme considéré). Cette situation repose sur un type de problèmes « bien connu » (depuis la Seconde Guerre mondiale) à propos duquel on pourra se reporter à l'article « Coin-Weighing Problem » de Richard K. Guy and Richard J. Nowakowski paru dans le numéro de février 1995 de *The American Mathematical Monthly* (vol. 102, n° 2, pp. 164-167 ; voir <http://www.mathstat.dal.ca/~rjn/MATH4370/attachments/GuyN1995b.pdf>) : le problème dit *des fausses pièces*. On n'en retiendra d'a bord, dans ce qui suit, que le sous-type « facile » suivant : parmi n pièces, il en est une fausse, qui se distingue des $n-1$ autres par son poids (elle est plus lourde) ; on cherche à l'identifier par des pesées faites à l'aide d'une balance Roberval en se permettant seulement de comparer les poids de deux lots de pièces, sans jamais mesurer ces poids. Le problème peut alors être formulé ainsi : quel est le nombre minimal de pesées qui, dans tous les cas (pour n donné), permet d'identifier la fausse pièce ?

c) Je ne donnerai que le minimum d'informations et d'explications utiles à la suite de mon propos. On démontre que, pour le sous-type de problèmes précédent, il existe un algorithme qui permet de localiser la fausse pièce au bout de $\lceil \log_3 n \rceil$ pesées. La notation $\lceil x \rceil$ désigne le « plafond » (*ceiling*) de x , c'est-à-dire le plus petit entier supérieur ou égal à x . Si l'on a l'encadrement $3^{k-1} < n \leq 3^k$, il vient $\log_3 3^{k-1} < \log_3 n \leq \log_3 3^k$, soit, en tenant compte de ce que $\log_3 3 = 1$, l'encadrement $k-1 < \log_3 n \leq k$, qui permet de conclure que $\lceil \log_3 n \rceil = k$. Si par exemple on a $9 = 3^2 < n \leq 3^3 = 27$, on aura $\lceil \log_3 n \rceil = 3$. Trouver la pièce fausse parmi 19 pièces, ou 23, etc., pourrait donc se faire en *trois* pesées. Notons que, selon le théorème évoqué, si $n = 9$, ce résultat pourra être atteint au bout de *deux* pesées seulement, puisque l'on a : $\lceil \log_3 9 \rceil = \lceil \log_3 3^2 \rceil = \lceil 2 \rceil = 2$.

d) Comment cela peut-il se faire ? Supposons par exemple que l'on ait $n = 19$. Faisons trois lots de ces 19 pièces, les deux premiers de 6 pièces, le troisième de 7 pièces. Pesons l'un contre l'autre les deux premiers lots. Si l'un d'eux est plus lourd que l'autre, c'est qu'il contient la fausse pièce. Divisons alors ce lot de 6 pièces en trois lots de 2 pièces et pesons l'un contre l'autre deux quelconques de ces lots de 2 pièces : si l'un d'eux est plus lourd, une troisième pesée comparant les deux pièces qui le composent donnera la fausse pièce. Sinon, c'est que la fausse pièce se trouve dans le troisième lot de 2 pièces (celui qui n'a pas été choisi) : une troisième pesée, toujours, fera alors apparaître la fausse pièce. Si les deux lots de 6 pièces ont le même poids, c'est que la fausse pièce se trouve dans le lot de 7 pièces laissé de côté. Divisons celui-ci en deux lots de 2 pièces et un lot de 3 pièces et comparons (par une deuxième pesée) les deux lots de 2 pièces. Si l'un

d'eux est plus lourd que l'autre, c'est qu'il contient la fausse pièce : une troisième pesée comparant ces 2 pièces entre elles permettra de l'identifier. Sinon, c'est que la fausse pièce se trouve dans le lot de 3 pièces laissé de côté : une pesée comparant deux d'entre elles fera apparaître si la fausse pièce est l'une de ces 2 pièces-là, et laquelle, ou si la fausse pièce est celle laissée de côté dans cette troisième pesée.

e) D'une façon générale, on divise chaque fois le lot de n pièces en trois lots « presque égaux ». Plus exactement, si $n = 3p$, on fait trois lots de p pièces. Si $n = 3p + 1$, on fait deux lots de p pièces (que l'on va peser l'un contre l'autre) et un lot de $p + 1$ pièces. Si, enfin, $n = 3p + 2 = 3(p + 1) - 1$, on fait deux lots de $p + 1$ pièces (à peser l'un contre l'autre) et un lot de p pièces. Par exemple, si $n = 23$, soit si $n = 3 \times 8 - 1$, on fait deux lots de 8 pièces et un de 7 pièces. Si l'un des deux lots de 8 pièces est plus lourd que l'autre, on le divise en deux lots de 3 pièces et un de 2 pièces. Que la pièce fausse soit localisée (par une deuxième pesée) dans l'un des deux lots de 3 pièces ou dans le lot de 2 pièces restant, une troisième pesée en permettra une identification complète.

f) On démontre que l'algorithme précédent est optimal pour ce qu'on appelle la *complexité dans le pire des cas*. Prenons par exemple $n = 240$; comme on le voit ci-après (grâce à une calculatrice en ligne qu'on trouve à l'adresse http://www.rapidtables.com/calc/math/Log_Calculator.htm), on a dans ce cas $\lceil \log_3 240 \rceil = 5$: la technique indiquée résout le problème en *cinq* pesées.

A screenshot of a web-based log calculator. The base is set to 3, the number is 240, and the result is 4.988692535. There are 'Calculate' and 'Reset' buttons below the input fields.

Cette technique « par trichotomie » semble moins spontanément considérée que la technique « par dichotomie », qui consiste à faire deux lots de $\lfloor n/2 \rfloor$ pièces avec, éventuellement une pièce laissée de côté. (La notation $\lfloor x \rfloor$ désigne le « plancher » (*floor*) de x , c'est-à-dire le plus grand entier inférieur ou égal à x .) Dans ce cas, si les deux lots de $\lfloor n/2 \rfloor$ se révèlent être du même poids, la fausse pièce est celle laissée de côté. Ce procédé peut sembler intéressant mais il demande dans le pire des cas $\lfloor \log_2 n \rfloor$ pesées. Pour $n = 9$, la technique trichotomique implique au plus *deux* pesées tandis que la technique dichotomique peut exiger jusqu'à *trois* pesées. Pour $n = 12$, néanmoins, et comme on le voit ci-après, les deux techniques ne se distinguent pas « dans le pire des cas » : toutes deux exigent *trois* pesées.

Two screenshots of web-based log calculators. The left one shows $\log_2 12 = 3.5849625007$ and the right one shows $\log_3 12 = 2.2618595071$. Both have 'Calculate' and 'Reset' buttons.

C'est sur un cas voisin que l'on s'arrêtera maintenant.

3. Une observation sur Internet

a) C'est à nouveau sur le site *Les-Mathématiques.net* que nous observerons un échange à propos d'un problème proche de ceux considérés jusqu'ici. L'échange s'est produit « il y a neuf années », à l'adresse <http://www.les-mathematiques.net/phorum/read.php?2,161873>. Un certain « jojo lapin » propose ce qui suit :

Voici une énigme :

On dispose de 12 billes. Toutes ont la même masse sauf une seule notée *boule b*. On ne sait pas si cette dernière est plus lourde ($\Rightarrow$ ou si elle est plus légère) que les autres.

Trouver parmi les 12 boules la *boule b* et déterminer si elle est plus lourde ou plus légère que les 11 autres boules.

On dispose d'une balance de Roberval à l'ancienne (...)

On dispose uniquement de 3 pesées.

① On notera d'abord que ce qui est proposé par « jojo lapin » n'est pas présenté comme un problème (de mathématiques) mais comme une *énigme*, destinée en tant que telle à servir et à resservir.

② On aura noté aussi que nous sommes loin du problème de trouver le nombre minimal k de pesées permettant de résoudre le problème pour une valeur de n donné : de fait, le nombre 3 est, pour $n = 12$, ce minimum, *mais cela n'est pas explicité*.

③ On voit encore que le « problème » posé est plus délicat que ceux examinés ci-dessus : alors que, jusqu'ici, on savait d'emblée la fausse pièce plus lourde (ou plus légère) que les pièces authentiques, ici on ne sait pas si elle est plus lourde ou si elle est plus légère et il convient de le déterminer en même temps que l'on identifie la fausse pièce. Selon Guy et Nowakowski (1995), dans cette situation, le nombre de pesées k nécessaires dans le pire des cas est égal à $\lceil \log_3(2n + 3) \rceil$. Pour $n = 13$, on a ainsi $\lceil \log_3(2n + 3) \rceil = \lceil \log_3(29) \rceil = 4$. Mais, pour $n = 12$, il vient $\lceil \log_3(2n + 3) \rceil = \lceil \log_3(27) \rceil = \lceil 3 \rceil = 3$. Nous sommes donc, en l'espèce, à la limite de ce qu'on peut réaliser en *trois* pesées.

④ Notons en ce point que le nombre $(3^k - 3)/2$ est toujours entier, ce qu'on peut voir élémentairement ainsi : les puissances 3^k ($k \geq 1$) ont successivement pour chiffre des unités 3, 9, 7, 1, 3, 9, 7, 1, etc. En retranchant 3, on obtient un nombre entier dont le chiffre des unités est 0,

6, 4, 8, 0, 6, 4, 8, etc. C'est donc un entier pair, en sorte que $(3^k - 3)/2$ est entier.

⑤ Les premières valeurs de $(3^k - 3)/2$ pour $k \geq 2$ sont les suivantes :

k	$(3^k - 3)/2$
2	3
3	12
4	39
5	120
6	363
7	1092
8	3279
9	9840
10	29523

On voit que le choix de 12 n'est pas dû au seul hasard : le suivant, 39, est sans doute « trop grand » pour paramétrer une énigme « plaisante et délectable » pour un nombre assez grand d'amateurs ; le précédent n'offre guère de résistance, on va le voir.

❶ Dans ce qui suit, nous noterons $c_1, c_2, \dots, c_n$ les n pièces considérées. Notons d celle de ces n pièces qui est fausse : $d \in \{c_1, c_2, \dots, c_n\}$. La lettre c choisie ici est l'initiale de l'anglais *coin* « pièce (de monnaie) ». La lettre d est l'initiale de l'anglais *dud*, mot dont l'*Online Etymology Dictionary* dit ceci :

c.1825, “person in ragged clothing,” from *duds* (q.v. [c.1300, *dudde* “cloak, mantle,” later in plural, “ragged clothing” (1560s), of uncertain origin.]). Sense extended by 1897 to “counterfeit thing,” and 1908 to “useless, inefficient person or thing.” This led naturally in World War I to “shell which fails to explode,” and thence to “expensive failure.”

Nous entendrons ce mot, ici, à l'instar de Guy et Nowakowski (1995), comme désignant une « chose contrefaite ».

❷ Étant donné deux ensembles de pièces L et L' , on écrit $L \equiv L'$ pour exprimer que L et L' ont le même poids, $L \neq L'$ dans le cas contraire. On note $L \triangleright L'$ si L' est plus lourd que L et $L \triangleleft L'$ si L' est plus léger que L .

❸ Examinons le cas $n = 3$: l'ensemble des pièces s'écrit donc $\{c_1, c_2, c_3\}$. Notons que, pour comparer deux sous-ensembles de pièces, on est amené mécaniquement, en ce cas, à opérer une trichotomie.

Comparons c_1 et c_2 (1^{re} pesée).

Si $c_1 \equiv c_2$, alors $d = c_3$.

Comparons alors c_1 et c_3 (2^e pesée). La pièce d est plus lourde ou plus légère que les pièces authentiques selon que $c_1 \succ c_3$ ou $c_1 \prec c_3$.

Si $c_1 \neq c_2$, c'est-à-dire si $c_1 \succ c_2$ ou $c_1 \prec c_2$, la pièce c_3 est authentique. Comparons alors c_1 et c_3 (2^e pesée).

Si $c_1 \equiv c_3$, c_1 est authentique et $d = c_2$; d est plus lourde ou plus légère que les pièces authentiques selon que $c_1 \succ c_2$ ou $c_1 \prec c_2$.

Si $c_1 \neq c_3$, alors c_1 est fautive ; elle est plus lourde (respectivement, plus légère) que les pièces authentiques selon que $c_1 \prec c_3$, plus lourde si $c_1 \succ c_3$.

© Pour le cas $n = 12$, j'emprunterai une solution à un article de Brian D. Bundy intitulé « The Oddball Problem » paru dans *Mathematical Spectrum* en 1996 (vol. 29, n° 1, pp 14-15) : on trouvera cette étude en ligne à l'adresse <http://www.cut-the-knot.org/blue/OddballProblem1.shtml>. Bundy énonce la question en termes de boules (*balls*) ; il écrit d'abord ceci :

This problem has appeared in several collections of mathematical brain-teasers and from time to time gets resurrected to challenge yet another generation of puzzlers. The problem can be stated as follows. We are given twelve balls, identical in appearance but one of which is either heavier or lighter than the other eleven. We are allowed three weighings with a balance, to determine which is the odd ball and to find whether this ball is heavier or lighter than the others.

Nous tenons-là une question Q à étudier. Je noterai plus précisément $Q_{n,k}$ la question suivante : comment faire « to determine which is the odd ball and to find whether this ball is heavier or lighter than the others » parmi n boules en usant de k pesées au plus ? J'ai réécrit ci-après la réponse proposée par Bundy à la question $Q_{12,3}$ en utilisant les notations introduites pour le cas $n = 3$ ci-dessus et en la formulant en termes de pièces (et non plus de boules) :

Soit $c_1, c_2, c_3, c_4, c_5, c_6, c_7, c_8, c_9, c_{10}, c_{11}, c_{12}$ les 12 pièces considérées. Comparons $\{c_1, c_2, c_3, c_4\}$ et $\{c_5, c_6, c_7, c_8\}$ (1^{re} pesée).

1. Si $\{c_1, c_2, c_3, c_4\} \equiv \{c_5, c_6, c_7, c_8\}$, alors $d \in \{c_9, c_{10}, c_{11}, c_{12}\}$. Comparons alors $\{c_6, c_7, c_8\}$ et $\{c_9, c_{10}, c_{11}\}$ (2^e pesée).

a) Si $\{c_6, c_7, c_8\} \equiv \{c_9, c_{10}, c_{11}\}$, alors $d \notin \{c_9, c_{10}, c_{11}\}$ et donc $d = c_{12}$. En comparant c_{12} avec l'une des 11 autres pièces (3^e pesée), on détermine si elle est plus lourde ou plus légère que les pièces authentiques.

b) Si $\{c_6, c_7, c_8\} \succ \{c_9, c_{10}, c_{11}\}$, $d \in \{c_9, c_{10}, c_{11}\}$ et est plus lourde que les pièces authentiques. Comparons c_9 et c_{10} (3^e pesée). Si $c_9 \equiv c_{10}$, alors $d = c_{11}$; sinon, d est la plus lourde des deux pièces c_9 et c_{10} .

c) Si $\{c_6, c_7, c_8\} \prec \{c_9, c_{10}, c_{11}\}$, on parvient de même qu'en b au résultat cherché.

2. Si $\{c_1, c_2, c_3, c_4\} \succ \{c_5, c_6, c_7, c_8\}$, alors d est soit plus lourde et alors $d \in \{c_5, c_6, c_7, c_8\}$, soit plus légère et alors $d \in \{c_1, c_2, c_3, c_4\}$. Comparons alors $\{c_1, c_2, c_5\}$ et $\{c_3, c_6, c_{10}\}$ (2^e pesée).

a) Si $\{c_1, c_2, c_5\} \equiv \{c_3, c_6, c_{10}\}$, alors $d \notin \{c_1, c_2, c_3, c_5, c_6\}$; on a donc soit $d = c_4$, avec d plus légère, soit $d \in \{c_7, c_8\}$, avec d plus lourde. Comparons c_7 et c_8 (3^e pesée). Si $c_7 \equiv c_8$, alors c_7 et c_8 sont authentiques et $d = c_4$. Si $c_7 \neq c_8$, d est la plus lourde des deux.

b) Si $\{c_1, c_2, c_5\} \succ \{c_3, c_6, c_{10}\}$, alors soit d est plus lourde et $d \in \{c_3, c_6, c_{10}\} \cap \{c_5, c_6, c_7, c_8\} = \{c_6\}$, en sorte que $d = c_6$, soit d est plus légère et $d \in \{c_1, c_2, c_5\} \cap \{c_1, c_2, c_3, c_4\} = \{c_1, c_2\}$. Comparons c_1 et c_2 (3^e pesée). Si $c_1 \equiv c_2$, alors $d = c_6$. Si $c_1 \neq c_2$, alors d est la plus légère des deux pièces.

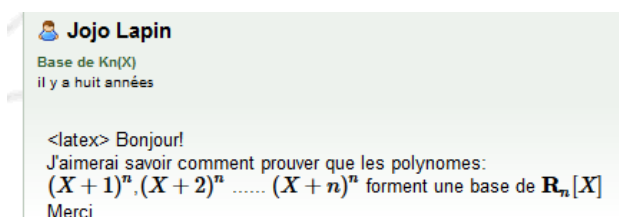
c) Si $\{c_1, c_2, c_5\} \prec \{c_3, c_6, c_{10}\}$, alors soit d est plus légère et $d \in \{c_3, c_6, c_{10}\} \cap \{c_1, c_2, c_3, c_4\} = \{c_3\}$, en sorte que $d = c_3$, soit d est plus lourde et $d \in \{c_1, c_2, c_5\} \cap \{c_5, c_6, c_7, c_8\} = \{c_5\}$. Comparons c_3 et c_{10} (3^e pesée). Si $c_3 \equiv c_{10}$, alors $d = c_5$. Si $c_3 \neq c_{10}$, alors $d = c_3$.

3. Si $\{c_1, c_2, c_3, c_4\} \prec \{c_5, c_6, c_7, c_8\}$, on parvient de la même façon qu'en 2 au résultat cherché.

On voit que la résolution de l'énigme est cette fois plus complexe. Mais elle demeure bien dans les limites de ce que peut espérer débrouiller l'amateur passionné et persévérant.

b) Reprenons. Grâce au site *Les-mathématiques.net*, un système didactique $S(X; Y; Q_{12,3})$ va se former et vivre de façon éphémère avant de disparaître.

① Le proposant, « jojo lapin », n'interviendra plus dans l'échange. Il est celui qui a « lancé le problème ». Nous savons qu'il ne l'a pas inventé mais qu'il l'a « recopié », même s'il n'indique pas sa source. Sur lui, nous ne savons pas grand-chose, hormis que, un peu plus tard, il enverra une autre question, d'un tout autre ordre (<http://www.les-mathematiques.net/phorum/read.php?2,202982>) :

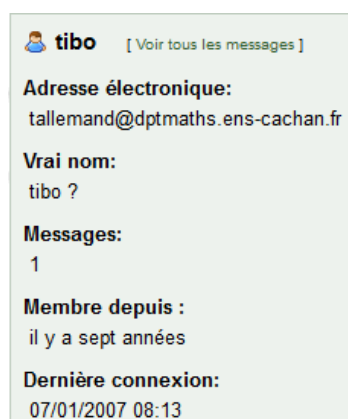


Il s'agit là d'une question touchant un résultat classique, d'ailleurs formulée erronément par « jojo lapin », ce que des participants à l'échange lui feront remarquer (« jojo lapin » a oublié le terme $(X+0)^n$, oubli qu'il reconnaît sans façon). Tout cela permet de supposer que, une année plus tôt, « jojo lapin » était un élève ou étudiant se préparant à devenir peut-être, plus tard, un membre de P_2 .

② La situation est évidemment originale : tout se passe comme si, après en avoir suscité la formation, « jojo lapin » était devenu un *sleeping member* du collectif X, dont on peut supposer qu'il a tout de même suivi les échanges.

③ Voici le nom des intervenants (pour alléger l'écriture, nous mettons ces noms en italique, sans guillemets) ainsi que l'ordre de leurs interventions : *tibo*, *buzz88*, *buzz88*, *tibo*, *buzz88*, *Beatrice*, *buzz88*, *rw*, *buzz88*, *CQFD*, *rw*, *buzz88*, *buzz88*, *tibo*, *bucou*, *Oumpapah*, *rw*, *CQFD*, *Oumpapah*. On va voir que la discussion peut être scindée en trois temps : avant l'intervention de *CQFD*, cette intervention, et après cette intervention. Nous examinons ici le premier temps d'échange.

❶ Le premier intervenant, *tibo*, apparaît sur *Les mathematiques.net* comme rattaché au département de mathématiques de l'ENS de Cachan ; mais il s'agit peut-être d'un homonyme.



 **tibo** [Voir tous les messages]

Adresse électronique:
tallemant@dptmaths.ens-cachan.fr

Vrai nom:
tibo ?

Messages:
1

Membre depuis :
il y a sept années

Dernière connexion:
07/01/2007 08:13

On le voit réagir à une demande d'information sur « la notion de forme différentielle et d'algèbre extérieure sur un A-module » (<http://www.les-mathematiques.net/phorum/read.php?2,213110,213542#msg-213542>). S'il s'agit bien de lui, *tibo* serait donc un membre en devenir de P_1 (voir aussi à l'adresse <http://fr.linkedin.com/pub/thibaut-allemand/33/311/64>).

❷ Le deuxième intervenant, *buzz88*, semble être, à l'époque, lui aussi, un membre en devenir de P_1 (voir son intervention à l'adresse <http://www.les-mathematiques.net/phorum/read.php?2,176284,176411>). De *Beatrice*, nous ne savons rien. Quant à *rw*, on doit le ranger – conjecturalement, lui aussi –, dans la catégorie des « matheux » (voir par exemple la discussion à l'adresse <http://www.les-mathematiques.net/phorum/read.php?2,193956>).

❸ Voici donc maintenant les premiers échanges, qui impliquent *tibo*, *buzz88*, *Beatrice* et *rw* (on a volontairement conservé le *tuning* orthotypographique propre à chacun des intervenants) :

tibo

je connais la solution et c'est un problème svt posé dans les tests "logiques" des entretiens du milieu bancaire...

ce qui est selon moi complètement stupide car c'est vraiment le genre de truc pas évident du tt..

buzz88

Tu l'a vraiment ou c'est du bluff?

buzz88

Je suis assez sceptique sur le fait qu'on puisse aussi determiner si elle est plus lourde ou plus legere en 3 pesees!!!

Buzz.

tibo

tu trouves pas?

buzz88

Je ne cherche plus car je ne pense pas que ce soit possible, mais si tu me propose une solution, je la regarderai tres attentivement, puisque toi tu la connais, donc tu sais qu'elle est juste.

Concernant ta remarque sur les recrutements dans les banques, 100% d'accord.

Cordialement.

Buzz.

Beatrice

Bonjour,

Buzz88: ca me semble possible (sauf erreur dans ma solution)...

Béa

buzz88

J'attends vos solution pour juger.

Buzz.

rw

Est qu'il faut dire, au bout des 3 pesées, si la boule est plus lourde ou plus légère?

rw

buzz88

Oui, c'est ca.

Cette première partie comporte elle-même deux parties. La première met aux prises *tibo* et *buzz88*. Leur attitude envers l'énigme proposée est *critique*, quoique différemment. Le premier blâme un certain usage social de l'énigme proposée ; là-dessus, *buzz88* se dira en accord avec lui. Mais, annonce *tibo*, de cette énigme il fait son affaire, car il « connaît » la solution, ce qui laisse *buzz88* dubitatif. Ce dernier croit en effet l'énigme « impossible », trois pesées ne pouvant suffire, selon lui, pour identifier *d* et déterminer son poids relatif. Dans l'échange entre eux, tout se passe comme si, à partir de ces positions

respectives, chacun venait asticoter l'autre. En demandant à *buzz88* s'il trouve la solution, *tibo* provoque une déclaration tranchante de *buzz88* : il a renoncé à chercher et se pose désormais en juge vigilant de ce qu'apporteront les autres ! Notons que *buzz88* semble ne pas tenir compte du « contrat culturel », forme allégée du contrat pédagogique usuel, qui pourrait – qui devrait – le conduire à penser *qu'il est possible* de répondre à la question $Q_{12,3}$. Esprit fort, *buzz88* a davantage foi en lui-même : il préfère se fier à ce qu'il nommera un peu plus loin son « intuition ».

④ La seconde partie de cette première partie s'ouvre avec l'intervention de *Beatrice*. Celle-ci aurait trouvé une solution et s'adresse directement à *buzz88* pour tenter de le « débloquer ». Notons que *Beatrice* n'interviendra plus : peut-être le « coup de force de *CQFD*, qui vient aussitôt après, lui aura-t-il fait découvrir une faille dans ce qu'elle avait cru avoir trouvé. En tout cas, son intervention ne change rien à l'attitude de *buzz88* : il campe sur ses positions. La tension baisse d'un cran avec la question de *rw*, qui s'assure seulement d'avoir bien compris l'énoncé du problème. C'est *buzz88* qui répond, sans doute parce que l'exigence conjointe d'identifier *d* et de déterminer son poids relatif en trois pesées est ce qui le fait douter de la possibilité de l'existence d'une solution.

⑤ On notera que, en ce point, l'étude du problème n'a pas véritablement avancé. L'intervention prometteuse de *Beatrice* ne débouche sur aucun progrès. Notons que, apparemment, *buzz88* et *Beatrice* ont quelque peu étudié le problème proposé. Par contraste, *rw* commence à peine à envisager de le faire. Quant à *tibo*, il n'a pas à chercher, puisqu'il pense connaître à l'avance une solution ! Cette situation va changer avec l'intervention de *CQFD*.

④ Qui est *CQFD* ? Sa fiche d'informations personnelles sur le site *Les-Mathematiques.net* permet de l'identifier : c'est un certain Baptiste Gorin (<http://www.les-mathematiques.net/phorum/profile.php?2,59>). Sa page Web personnelle (à l'adresse <http://baptiste.gorin.pagesperso-orange.fr/presentation.html>) nous apprend qu'il s'agit d'un agrégé de mathématiques enseignant depuis 2001 au lycée Bellepierre de Saint-Denis de la Réunion, « en CPGE économiques et commerciales » (<http://baptiste.gorin.pagesperso-orange.fr/presentation.html>).

❶ L'intervention de *CQFD* commence par ces lignes :

La réponse avait déjà été donnée sur le site; voici la solution proposée à l'époque (il s'agissait de pièce au lieu de boules) :

On dispose de 12 pièces de monnaies dont 1 est plus ou moins légère on dispose aussi d'une balance, combien de pesées au minimum doit-on effectuer pour trouver la pièce fautive ?

CQFD reproduit en fait une solution déjà proposée sur le site « il y a dix années » (voir <http://www.les-mathematiques.net/phorum/read.php?2,53860>). Nous sommes donc ici dans une situation où l'un des « étudiants », CQFD, apporte une réponse $R_{12,3}^\diamond$ à la question $Q_{12,3}$. Cette réponse est explicitée à l'origine par un certain JJ (Jean Jacquelin) qui, après être intervenu une deuxième fois pour corriger sa solution (endommagée par un mauvais copié/collé, dit-il), intervient une troisième fois pour indiquer ceci :

Il y a encore plus systématique : entre-temps, je viens de faire une petite recherche sur le net (on devrait toujours commencer par cela !) et j'ai trouvé ceci : [www.cut-the-knot.org]

Dans la perspective de la *pédagogie de l'enquête*, on notera la remarque touchant la recherche préalable (ou concomitante) dans la « littérature » disponible (en ligne ou non, d'ailleurs).

❷ La solution que rapporte CQFD est la suivante :

Voici une méthode qui ne nécessite que trois pesées. Elle est assez compliquée à décrire. Y a-t-il plus simple ?

On sépare en 3 lots de 4 pièces chacun : les lots (A), (B) et (C). Les pièces sont notées $a_1, a_2, a_3, a_4, b_1, b_2, b_3, b_4, c_1, c_2, c_3, c_4$ respectivement

On met le lot (A) sur un plateau de gauche de la balance et le lot (B) sur le plateau de droite (première pesée)

Deux cas possibles :

CAS 1 : la balance est en équilibre : les 8 pièces des lots (A) et (B) sont bonnes. La mauvaise pièce est dans le lot (C). Dans ce cas, on met $c_1 + c_2$ sur un plateau et deux bonnes pièces, par exemple $a_1 + a_2$ sur l'autre plateau (2-ième pesée).

- si on a l'équilibre, la mauvaise pièce est soit c_3 , soit c_4 : on met c_3 sur un plateau et a_1 sur l'autre plateau (3-ième pesée). Si équilibre, la mauvaise pièce est c_4 ; si non équilibre, la mauvaise est c_3 .

- si on n'a pas l'équilibre, la mauvaise pièce est soit c_1 , soit c_2 : on met c_1 sur un plateau et a_1 sur l'autre plateau (3-ième pesée). Si équilibre, la mauvaise pièce est c_2 ; si non équilibre, la mauvaise est c_1 .

CAS 2 : On n'a pas l'équilibre. On note soigneusement de quel côté la balance penche. On sait que les pièces du lot (C) sont bonnes. On met $a_1 + a_2 + b_2$ sur le plateau de gauche et $b_1 + a_3 + c_1$ sur le plateau de droite (2-ième pesée).

- Si la balance est à l'équilibre, la mauvaise pièce est a4, ou b3 ou b4. On met a4 + b3 sur le plateau de gauche, et c1+ c2 sur l'autre (3-ième pesée). Si équilibre, la mauvaise pièce est b4. Si la balance penche du même côté qu'à la première pesée, la mauvaise pièce est a4 (la seule qui n'ait pas changé de côté). Si la balance penche de l'autre côté, la mauvaise pièce est b3 (la seule qui a changé de côté).
- Si la balance n'est pas à l'équilibre, tout dépend du côté où elle penche par rapport au côté où elle penchait à la première pesée :
 - a/ elle ne penche pas du même côté, la mauvaise pièce a changé de plateau et c'est donc a3 ou b2. On met a3 sur un plateau et c1 sur l'autre (3-ième pesée). Si équilibre, la mauvaise pièce est b2. Si non, la mauvaise est a3.
 - b/ elle penche du même côté, donc la mauvaise pièce est a1 ou a2 ou b1. Dans ce cas, sur le plateau de gauche, on met a1 + b1 et on met c1 + c2 sur celui de droite (3-ième pesée)
 - si équilibre, la mauvaise pièce est a2.
 - si la balance penche toujours du même côté, la mauvaise pièce est a1 (la seule qui n'ait pas changé de place)
 - si la balance penche de l'autre côté, la mauvaise pièce est b1. Vous pourrez constater que les 12 possibilités de position de la mauvaise pièce ont toutes été considérées.

Sans entrer ici dans une analyse détaillée, on aura noté que cette proposition de solution se rapproche de celle donnée par Bundy dans son article « The Oddball Problem » (à condition qu'on y remplace a1, a2, a3, a4 par c1, c2, c3, c4 ; b1, b2, b3, b4 par c5, c6, c7, c8 ; enfin c1, c2, c3, c4 par c9, c10, c11, c12). Mais voyons maintenant comment cette « solution » est reçue.

⑤ Le premier à réagir est *rw*. Voici ce qu'il écrit :

CQFD, ta solution semble bonne pour trouver quelle est la pièce qui est différente.

Mais, dans le cas où c4 est la mauvaise pièce (plateau équilibré lors de la première pesée), tu ne sais pas si elle est plus lourde ou plus légère que les autres.

❶ Le passage mis en cause par *rw* se situe au débat de la solution proposée par *CQFD*. Relisons-le :

On sépare en 3 lots de 4 pièces chacun : les lots (A), (B) et (C). les pièces sont notées a1, a2, a3, a4, b1, b2, b3, b4, c1, c2, c3, c4 respectivement

On met le lot (A) sur un plateau de gauche de la balance et le lot (B) sur le plateau de droite (première pesée)

Deux cas possibles :

CAS 1 : la balance est en équilibre : les 8 pièces des lots (A) et (B) sont bonnes. La mauvaise pièce est dans le lot (C). Dans ce cas, on met $c_1 + c_2$ sur un plateau et deux bonnes pièces, par exemple $a_1 + a_2$ sur l'autre plateau (2-ième pesée).

- si on a l'équilibre, la mauvaise pièce est soit c_3 , soit c_4 : on met c_3 sur un plateau et a_1 sur l'autre plateau (3-ième pesée). Si équilibre, la mauvaise pièce est c_4 ; si non équilibre, la mauvaise est c_3 .

❷ La critique de *rw* paraît fondée. Par contraste, rappelons la solution de Bundy sur ce point (telle que nous l'avons réécrite), en ayant en mémoire que c_4 correspond à c_{12} :

Soit $c_1, c_2, c_3, c_4, c_5, c_6, c_7, c_8, c_9, c_{10}, c_{11}, c_{12}$ les 12 pièces considérées. Comparons $\{c_1, c_2, c_3, c_4\}$ et $\{c_5, c_6, c_7, c_8\}$.

1. Si $\{c_1, c_2, c_3, c_4\} \equiv \{c_5, c_6, c_7, c_8\}$, alors $d \in \{c_9, c_{10}, c_{11}, c_{12}\}$. Comparons alors $\{c_6, c_7, c_8\}$ et $\{c_9, c_{10}, c_{11}\}$.

a) Si $\{c_6, c_7, c_8\} \equiv \{c_9, c_{10}, c_{11}\}$, alors $d \notin \{c_9, c_{10}, c_{11}\}$ et donc $d = c_{12}$. En comparant c_{12} avec l'une des 11 autres, on détermine si elle est plus lourde ou plus légère que les pièces authentiques.

On voit la différence. Dans les deux solutions, on sait, de par la *première* pesée, que $d \in \{c_9, c_{10}, c_{11}, c_{12}\}$. Alors que la solution rapportée par *CQFD* conduirait, pour la *deuxième* pesée, à comparer (par exemple) les ensembles $\{c_6, c_7\}$ et $\{c_9, c_{10}\}$, la solution de Bundy compare $\{c_6, c_7, c_8\}$ et $\{c_9, c_{10}, c_{11}\}$. Dans le cas (qui nous intéresse seul ici) où les deux ensembles choisis ont même poids, on en déduit aussitôt que $d = c_{12}$ (rappelons que c_{12} est le c_4 de *CQFD*). Il reste alors une pesée – la troisième et dernière – pour comparer d avec l'une des pièces authentiques. Dans le même cas, le choix, dans la solution de *CQFD*, de comparer les ensembles $\{c_6, c_7\}$ et $\{c_9, c_{10}\}$ permet seulement, lorsqu'ils ont même poids, de conclure que $d \in \{c_{11}, c_{12}\}$. La troisième pesée sert alors à départager c_{11} et c_{12} . Il en faudrait une quatrième pour conclure.

❸ Après *rw*, *buzz88* intervient deux fois successivement :

buzz88

Pour Tibo, j'ai de gros doutes quand tu dis qu'on donne ce problème « dans les tests "logiques" des entretiens du milieu bancaire ».

Je reconnais que mon intuition était fausse, mais je ne regrette pas de ne pas avoir cherché, vu la solution...

Buzz.

buzz88

Encore qu'il faudrait vérifier qu'avec ce qui est proposé permet de savoir si elle est plus ou moins lourde que les autres.

Je n'ai pas le courage de le faire tout de suite.

Buzz

On voit que, bien qu'il vienne à résipiscence à propos de l'énigme proposée (il reconnaît que son « intuition » était fausse), *buzz88* ne s'en laisse toujours pas compter ! Il relance le débat avec *tibo* sur un point secondaire, comme pour sauver l'honneur. « Résipiscence », indique le *TLFi*, vient du latin « *resipiscere* "reprendre ses sens, revenir à soi, se remettre, se repentir", lui-même formé de *re-* et de *sapere* "avoir du goût, de l'intelligence, du jugement" » : dans sa seconde intervention, *buzz88* revient à lui mais avoue promptement son impuissance. Retiré sous sa tente, il n'interviendra plus dans l'échange.

④ Interpellé par *buzz88* ainsi qu'on l'a vu, *tibo* répond ; même s'il n'en a pas le sentiment, il « triomphe » presque paresseusement (il n'a pas eu le « courage » de lire intégralement la solution de *CQFD*, confesse-t-il) :

tibo

si si!

je n'ai pas eu le courage de tt lire mais ça ressemble à la solution que je connais où l'idée est de faire 3 paquets de 4,

de déterminer le paquet différent des 2 autres en faisant une pesée

et ensuite déterminer la bille différente des 3 autres avec 2 autres pesées...

c'est le genre de truc pas super intuitif...

mais il y en a des + simples (et notamment un concernant le post à succès "probabilité fille-garçon")

L'intervention de *CQFD* donne en effet raison à *tibo* (contre *buzz88*), même s'il n'est pas allé bien avant dans l'analyse de la solution rapportée par *CQFD*. Bien entendu, *tibo* ne clarifie pas le problème posé par c4. Il préfère se référer – de façon très vague toujours – au monde « extérieur » pour clarifier les choses : il y aurait, se contente-t-il d'affirmer, d'autres réponses $R^\diamond$ à la question Q que celle rapportée par *CQFD*.

⑥ Le débat est alors relancé par *bucou* (qui semble préparer, à l'époque, les CCP, les concours communs polytechniques). Lui est « incroyant » et l'affirme. Un « croyant » lui répond : *Oumpapah*, qui se décrit comme « l'éternel apprenti matheux » (<http://www.les-mathematiques.net/phorum/read.php?2,83781,84446>). Mais *rw* l'agnostique rappelle alors son objection à la solution de *CQFD* : le cas – non réglé – du poids relatif de c4 (lorsque c4

est la « mauvaise pièce »). Cela oblige *CQFD* à se manifester à nouveau, en prenant acte de la crise, mais sans pouvoir la résoudre. Enfin, *Oumpapah*, qui s'aperçoit qu'il a désigné *CQFD* par le tétragramme *ABCD* (lapsus qui donne à penser), lui adresse ses excuses. L'échange s'arrête là-dessus :

bucou

Je n'ai pas l'impression qu'on puisse trouver si elle est plus lourde ou plus légère en 3 coups, à moins d'effectuer très discrètement une quatrième pesée...

Oumpapah

Bonsoir,

si !, en 3 pesées on détermine non seulement la pièce différente mais aussi si elle est plus lourde ou légère;

examiner attentivement la procédure décrite par *ABCD*..

Oump.

rw

justement Oump.

Il y a un problème.

Dans le cheminement qu'a décrit *CQFD*, si c'est *c4* qui n'a pas le même poids que les autres, on ne la pèse jamais. Comment savoir si elle est plus lourde ou plus légère que les autres?

rw

CQFD

Je n'ai pas le temps de relire ce que j'ai écrit (1. je suis fatigué; 2. je me prépare - tardivement - pour l'oral de l'agrég interne) mais il me semble que celle-ci est correcte.

Cependant, je vous envoie en fichier joint un petit article qui décrit la (même ?) procédure ainsi qu'une petite extension; certains vont peut-être raler : c'est en anglais.

Pièces jointes:

[ouvrir](#) | [télécharger](#) - The Oddball Problem.pdf (120.4 KB)

Oumpapah

excuse moi *CQFD* de t'avoir baptisé *ABCD* !

Oump.

CQFD se retranche derrière des soucis pratiques. Notons l'ambiguïté d'une justification sans doute hâtivement rédigée : outre la fatigue, ce qui l'empêcherait d'examiner la difficulté relevée par *rw*, ce n'est pas qu'il se préparerait à affronter, lui, l'oral de l'agrégation interne : le site de l'IREM de la Réunion le présente en fait comme « coordonnateur de la préparation à l'agrégation interne » (<http://irem.univ-reunion.fr/spip.php?auteur75>) et c'est cette charge qui absorberait alors son temps. Il semble clair que le document « en anglais » n'est rien d'autre que l'article de Brian D. Bundy,

« The Oddball Problem ». Contrairement à *CQFD*, nous savons, nous, que cet article ne décrit pas *exactement* la même procédure...

c) Quelle analyse peut-on faire de la formation et du fonctionnement du système didactique $S(X; Y; Q)$? Plusieurs points sont certainement à noter.

① Nous avons vu plus haut ce qu'est la question Q étudiée. La plupart des membres de X , soit *tibo*, *buzz88*, *Beatrice*, *rw*, *CQFD*, *bucou*, *Oumpapah*, sont, à l'exception possible de *Beatrice*, des habitués du site *Les mathematiques.net*. Celui-ci fonctionne partiellement comme une *école* qu'ils fréquentent plus ou moins régulièrement. Le site est ici « l'institution mandante ». Bien entendu, l'existence de cette école suppose une certaine société, et même une certaine civilisation, qui a vu se dérouler l'épopée de l'Internet et du Web, infrastructures praxéologiques (et en particulier didactiques) *décisives* dans le cas qui nous occupe. (Les échanges épistolaires d'autrefois n'auraient sans doute pas eu le même contenu.) L'instance Y , quant à elle, est vide, malgré la position d'exception que s'octroie, *de facto*, *CQFD*, et en dépit des tentatives de *buzz88* de venir occuper une position de « juge de paix ».

② L'attitude de *jojo lapin*, qui « apporte » la question Q à étudier, semble ambiguë : pourquoi n'intervient-il plus une fois l'échange lancé ? Nous ne le savons pas. D'une manière plus générale, l'implication dans le travail sur la question Q de la plupart des participants paraît mesurée : ils ne donnent guère le sentiment de « jouer leur vie » sur ce problème ! Qu'est-ce alors qui les amène à intervenir dans la discussion ?

❶ On doit répéter – sans développer ici ce point – que le genre du *défi* a une longue histoire en mathématiques et y conserve une certaine attractivité, même s'il s'agit d'un genre qu'on peut dire ambigu, parce que surchargé de passions extrascientifiques. On peut donc considérer qu'il existe des conditions favorables – à situer au niveau de la civilisation – à l'apparition de ce type de configuration : un lanceur de défi (*jojo lapin*), des participants, fidèles ou à éclipse (*tibo*, *buzz88*, *rw* et les autres).

❷ L'apparente mollesse de la participation, le peu de temps qui semble accordé par les participants à cette affaire montrent cependant qu'il ne s'agit pas d'une question de vie ou de mort ! On est là dans une zone grise entre travail et jeu. On peut s'adonner superficiellement à un jeu et qu'on peut l'abandonner à tout moment, pour des motifs quelconques. Cela nous rappelle en tout cas que la formation d'un système didactique n'est pas tout, même si c'est toujours une aventure risquée : encore faut-il qu'il « fonctionne » *et dure assez longtemps pour remplir son office*.

③ Quel est, finalement, le sort fait à la question Q ? On a vu que la réponse $R^\diamond$ apportée par *CQFD* comporte une faille. La question Q reste donc sans réponse satisfaisante dans le travail observé.

❶ Bien entendu, nous savons que *CQFD* est amené, à cause de la « crise de c_4 », à fournir un lien qui, de fait, conduit à l'article de Bundy, lequel expose une réponse recevable. Notons aussi – c'est là un point que nous n'avions pas précisé jusqu'ici – que Bundy fournit la démonstration du fait que, si l'on a $n \leq (3^k - 3)/2$, alors la question $Q_{n,k}$ peut recevoir une réponse.

❷ La recherche (que nous avons faite) de l'origine de la réponse $R^\diamond$ rapportée par *CQFD*, à savoir la réponse fournie par *JJ*, qui contient d'ailleurs la faille reproduite par *CQFD*, offre un autre lien à explorer. Ce lien conduit à un article de Jack Wert, un ingénieur retraité passionné d'énigmes, intitulé « Odd Coin Problems » (<http://www.cut-the-knot.org/blue/OddCoinProblems.shtml>), lequel renvoie à son tour à une *shorter variant* (<http://www.cut-the-knot.org/blue/OddCoinProblemsShort.shtml>) portant le même titre. Notons que Wert indique avoir résolu de tête – et de nuit – le problème où $n = 120$ et $k = 5$ (on a bien sûr $(3^5 - 3)/2 = 120$) :

This one was presented to me as the 120 marble-problem—five weighings—not knowing if the odd one was heavier or lighter than the others. I pondered it many nights in my slumber inviting mental activity, as I drifted off. Sure enough, one night I woke up in the middle of the night and the solution was there in my brain. After pondering it for a few minutes, I said (to myself) “eureka, I think I have it.” And sure enough the next day, after fully digesting it, I was certain it was valid.

❸ Mais ces « ressources » ne sont nullement examinées par le système didactique $S(X; Y; Q)$, qui se dissout sans avoir vraiment répondu à la question Q . De fait, l'institution mandante lui a permis de s'ébrouer sans véritablement lui assigner de mission. On a là une illustration parmi tant d'autres de la *fragilité de l'étude*, surtout quand nulle contrainte d'institutionnalisation ne pèse sur elle. L'étude *complète* de $Q_{12,3}$ semble en effet éminemment *sensible* à une telle contrainte. D'une manière plus générale, l'étude du didactique « sur Internet » apparaît ici comme permettant de repérer des contraintes et des conditions du didactique « standard » que nous tendons ordinairement à ignorer parce qu'elles iraient de soi. Il y a là sans doute une voie nouvelle pour explorer le problème indéfiniment ouvert des conditions et contraintes auxquelles un type de phénomènes didactiques peut être *sensible*.

DEUX REMARQUES « POLITIQUES »

1. Les assujettissements toxiques

a) Comme on le sait, la TAD contient une *théorie des rapports* (personnels et institutionnels) et une *théorie des praxéologies*, les deux étant étroitement solidaires. J'en rappelle d'abord quelques éléments utiles à mon propos.

b) Une *personne* x est plus qu'un individu biologique : c'est la résultante d'un complexe évolutif d'*assujettissements* à une foule d'institutions qui peuplent la vie de x de façon plus ou moins bruyante, plus ou moins silencieuse, du berceau à la tombe. Un assujettissement institutionnel se met en place lorsque l'individu x – qui est d'emblée une personne – vient occuper une certaine position p dans une institution I : x est alors soumise normativement à l'ensemble des rapports institutionnels $R_I(p, o)$ qui vont continuer de façonner, en les constituant ou en les « retouchant », ses rapports personnels $R(x, o)$, lesquels deviendront en principe « conformes » aux rapports institutionnels correspondants, ce qu'on note ainsi : $R(x, o) \cong R_I(p, o)$. Ces rapports sont ceux qui résultent du *fonctionnement praxéologique* d'un sujet de I en position p : ils sont ainsi associés à l'*équipement praxéologique* censé permettre ce fonctionnement à quiconque occupe la position p .

c) Pour avancer, je voudrais rappeler une hypothèse : quand nous croisons une personne x en tant que sujet d'une institution I dans une certaine position p , nous sommes portés à regarder x comme si elle n'était *que* ce sujet-là. Telle est l'hypothèse de *l'illusion du pur sujet*. Pour l'enfant z , sa mère, x , n'est que mère. Pour l'élève z , son professeur x n'est que professeur. Pour le patient z , son médecin x n'est que médecin. Ajoutons : pour le professeur z , ses élèves x ne sont qu'élèves. De là le choc que z éprouve lorsqu'il découvre que x possède – ou *est possédée par* – d'autres assujettissements, mais « allochtones », ceux-là, adventices, sans rapport connu de lui avec l'assujettissement qui, pour z , est « définitoire » de x . C'est là que le problème annoncé commence à se manifester.

d) La surprise et l'incompréhension de z devant certains comportements « inattendus » de x sont révélatrices de ce fait toujours recommencé : z vit dans *un petit monde personnel* – son petit monde –, auquel il rapporte le spectacle du monde, qu'il s'efforce ainsi d'assimiler. Comment définir ce petit monde évolutif ? Une réponse possible et pertinente est celle-ci : le « petit monde personnel » de z peut être identifié à son *univers cognitif* $UC(z)$ défini par $UC(z) = \{(o, R(z, o)) / R(z, o) \neq \emptyset\}$. Son univers cognitif indique comment, à un moment donné, z connaît le monde autour de lui. Le problème est que les

comportements des personnes x font quelquefois voler en éclats l'illusion du pur sujet qui est centrale dans notre aperception du monde. On peut parler alors d'*anomalie* de comportement, ou de comportement *anomal*, en recourant ainsi à un adjectif aujourd'hui peu usité. Pour aller vite sur ce point de vocabulaire, je reproduis ci-après l'article de l'*Online Etymology Dictionary* relatif au substantif *anomaly* :

1570s, from Latin *anomalia*, from Greek *anomalia* "inequality," noun of quality from *anomalos* "uneven, irregular," from *an-*, privative prefix, "not" (see *an-* (1)) + *homalos* "even," from *homos* "same" (see *same*).

L'adjectif anglais *anomalous* – notre « anomal » – s'emploie à propos de ce qui est « unusual or unexpected », de ce qui dévie « from the general or common order or type » (j'emprunte ici aux « Quick definitions » du *Onelook Dictionary* en ligne). Mais l'image que porte le mot (grec, puis latin) *anomalia* mérite d'être conservée : est anomalie de comportement ce qui constitue – aux yeux de z – une « irrégularité », une rupture, qu'elle soit saillance ou anfractuosité, bref ce qui est une bizarrerie qui se découpe à la surface habituellement régulière et lisse d'un monde « arrangé » (par z), qu'on peut dire par contraste « homaloïdal » (uni, sans rupture).

e) Bien entendu, à l'origine de telles anomalies de comportement de x , il peut y avoir des circonstances locales, momentanées ; mais il faut, pour que des effets en résultent, qu'elles rencontrent un univers cognitif – celui de la personne x observée – avec lequel elles opèrent alors en synergie. Qu'est-ce donc qui, dans $UC(x)$, entre en quelque sorte en résonance avec une situation institutionnelle singulière ? Telle est la question que nous devons toujours nous poser. L'enquête à cet égard va révéler – non sans difficultés et, souvent, de façon bien conjecturale – certaines idiosyncrasies de x que z ne soupçonnait peut-être pas et qui lui permettront éventuellement d'interpréter, voire de prévenir le comportement anomal – dès lors bien entendu que celui-ci aurait, du point de vue de z , des conséquences fâcheuses.

f) Le schéma ainsi esquissé vaut tout particulièrement dans le cas où z est un professeur y et où x est l'un de ses élèves ou étudiants. Le problème surgit plus franchement lorsque l'un des assujettissements actuels de l'élève x semble venir faire obstacle à l'élaboration – sous l'action notamment de l'enseignement prodigué par y – d'un rapport $R(x, o)$ conforme au rapport institutionnel $R(e, o)$ qui prévaut dans l'école I pour les personnes qui y occupent la position e d'élèves, la conformité indiquée attestant que x a bien « appris » l'objet o . Les anomalies engendrées par l'assujettissement « toxique » de x peuvent être erratiques, non systématique et, pour cela,

passer inaperçues de *z* : elles engendrent comme un bruit sourd que, d'abord, *y* ne remarque pas, avant peut-être de le repérer de façon de plus en plus distincte mais sans comprendre encore quelle en est la source.

g) Le genre de cas sur lequel je voudrais mettre le doigt ici est le suivant : dans certains cas, *z* croit constater au fil du temps une telle masse d'anomalies qu'il doit se risquer, pour s'expliquer un phénomène autrement incompréhensible, à formuler une conjecture *forte*, qui unifierait des singularités de comportement disséminées à travers toute une palette d'« incidents ». Une telle conjecture se réfère souvent à un assujettissement *passionné* à une institution et à ses valeurs, conforté fréquemment par un narcissisme à vif. Une personne que j'interrogeais récemment sur ce genre de situations évoquait ainsi une connaissance professionnelle dont certains comportements lui paraissaient invariablement étranges et me dit qu'elle avait fait successivement deux hypothèses à visée explicative. Tout d'abord, pensa-t-elle, cette personne aurait été membre d'une *secte*, dont l'observance des règles devait expliquer ses anomalies de comportement. Puis, ayant abandonné cette hypothèse, qu'elle n'arrivait pas à confirmer, elle adopta une autre explication qui lui parut résister à l'épreuve du temps : cette personne était simplement *folle*. Il arrive, il est vrai, que les circonstances fassent que l'on passe de l'autre côté du miroir et que l'on découvre le pot aux roses, parfois même avant que d'en voir les effets possibles. Pour rire un peu, je mentionnerai sous ce chapitre le cas véridique d'un gendarme retraité – la scène se passe il y a peut-être un demi-siècle – qui confiait à l'un de ses jeunes concitoyens que, pour lui, le monde humain se divisait en deux catégories : les supérieurs et... les suspects. Mais en bien des cas, c'est par l'effet d'un doute croissant puis d'une enquête délibérée que le pot aux roses sera découvert, si toutefois il l'est un jour !

h) J'ai annoncé deux remarques « politiques ». Je désigne comme « politique » cette dimension d'une situation sociale qui se manifeste dans le fait qu'une instance donnée, personnelle ou institutionnelle, exerce une contrainte sur une autre instance afin d'imposer à celle-ci de conformer ses rapports à certains objets à des rapports déterminés. On reconnaîtra, à cette formulation, que *le didactique est une déclinaison du politique*. Dans le cas qui nous importe ici, je me restreindrai au cas où le politique opère *subrepticement*, de façon dissimulée. Il y aurait donc le politique *manifeste* ou *explicite* et le politique *dissimulé* ou *subreptice*. On aura noté bien sûr que le didactique est généralement du politique manifeste, non dissimulé (même si on a pu évoquer l'idée d'un *hidden curriculum*, d'un « curriculum caché »). Le politique *explicite* fournit son objet au débat démocratique ; le politique *subreptice* est le moyen d'une tyrannie multiforme touchant les petites comme les grandes choses. Bien entendu, on peut se demander si le

politique dissimulé n'est pas quelquefois du politique auquel on n'aurait pas permis de devenir manifeste. Cela souligné, je m'en tiendrai ici à certaines « petites choses ».

i) Un enseignant y découvre un jour qu'un de ses étudiants, x , est subrepticement assujetti à une passion impérieuse qui l'a conduit jusqu'à la salle de cours avec l'idée d'y vivre sa passion un peu plus, au mépris des autres et de leur volonté explicite d'étudier. De l'enseignement suivi, il ne s'intéresse qu'à certains aspects partiels et fustige tout le reste, ruinant par là les efforts de l'enseignant et ne reculant pas devant l'agacement qu'il suscite de toutes parts – de la part de gens qui, pense-t-il, n'ont pas (encore) la « vraie foi » et, peut-être, ne l'auront jamais. Pour y , la chose ne durera peut-être qu'une année, ou une courte suite d'années, ce qui est déjà bien long. Mais voici une autre situation. Le même y participe à une équipe de formation qui, elle, est promise à durer bien plus longtemps. Il interagit en son sein avec un autre enseignant, y' . Celui-ci lui semble d'abord être un individu à la fois placide et instinctif. Mais, pendant vingt ans et plus, il verra y' imposer froidement à ses collègues, pour des raisons indiscernables, telle ou telle conséquence de tel ou tel de ses assujettissements demeurés cachés. Je risque ici un exemple simple. Ce mystérieux y' s'opposera indéfiniment, apparemment sans motif, à ce que la formation dont l'équipe est chargée propose un enseignement de l'anglais : ce n'est pas ça qu'il faut faire, semble-t-il répéter inlassablement. Ses collègues se perdent en conjectures. Tout semble se passer, pense l'un d'eux, comme si y' éprouvait une détestation personnelle insubmersible de l'anglais. Mais pour quelle raison ? Un autre, qui ne peut imaginer chose pareille, croit comprendre que y' ne refuserait pas tant l'anglais que *l'enseignement* de l'anglais, qu'il refuse dans ses formes communes. Il en tiendrait donc pour une autre façon d'apprendre et d'enseigner l'anglais. Mais laquelle ? Vous découvrirez plus tard que y' était en vérité depuis toujours un partisan très engagé, activement militant – mais *hors du cercle* où y a pu l'observer – de l'enseignement universel, exclusif de... l'espéranto. Les exemples pourraient, hélas !, être multipliés.

j) Des exemples inverses peuvent aussi être trouvés : une personne x ne laisse rien paraître, dans telle institution dont elle est aussi l'un des sujets, de ses passions qui pourraient se révéler toxiques pour cette institution. Il y a là une ascèse personnelle dont j'ai connu quelques exemples. Une telle retenue tend pourtant à céder devant l'exhibitionnisme narcissique qui semble parfois trouver des encouragements dans l'air du temps : il faudrait, entend-on dire ici ou là, « se montrer tel qu'on est » !

2. L'individu et le collectif

a) Ce qu'une personne x laisse entrevoir (quand elle ne nous le montre pas de façon insistante) procède généralement d'impératifs catégoriques qui « travaillent » la société et que l'on peut souvent mettre sous la forme de slogans. « Se montrer tel qu'on est » en est un. « L'important, c'est de prendre du plaisir » en est un autre, que l'on répète aujourd'hui à l'envi chaque fois que ce mot d'ordre n'est pas tristement grotesque (ainsi qu'il en irait avec le condamné à mort qui va être exécuté). Des enseignants soupçonnent, semble-t-il, que ce mot d'ordre insistant aurait des effets toxiques. Ne tendrait-il pas, ainsi, à fragiliser la capacité d'effort et de persévérance que l'étude exige et à dévoyer la disposition à supporter positivement les épreuves qu'un apprentissage même limité ne manque pas d'imposer à l'étudiant ? Si le fait de « prendre du plaisir » est essentiel, vital, comme l'affirme hautement un intervenant d'un forum *Yahoo!* (voir à l'adresse <https://fr.answers.yahoo.com/question/index?qid=20090718092337AAt801i>), alors le fait d'assumer un certain déplaisir, quand bien même on en serait capable physiologiquement et psychologiquement, devient chose *idéologiquement* inacceptable. Ainsi qu'on le découvrira ci-dessous, le mot d'ordre commenté aurait l'évidence des postulats, dont l'énoncé est tenu pour auto-justificatif, et qui n'appelle donc pas de mise en question. Il fonctionne en fait comme un véritable *postulat théorique*, qui imposerait sa tyrannie sans débat critique possible.



b) Je voudrais maintenant m'arrêter sur certains effets toxiques d'un ordre mot d'ordre : celui de *la primauté inconditionnelle de l'individu*. J'ai abordé dans ce séminaire, il y a deux ans (dans la séance 6 du 11 mai 2012), la question de la *dialectique de l'individu et du collectif* et de ses défaillances. Je voudrais évoquer ici une conséquence de la rupture, sous l'effet de la pression individualiste, de cette dialectique. Comme tout impératif catégorique, l'affirmation de la primauté *inconditionnelle* de l'individu (et de l'individuel) peut perturber *l'enseignement* d'une matière donnée, du fait par exemple que tel ou tel étudiant se comporterait comme si cet enseignement

était conçu et organisé presque exclusivement autour de sa personne, sans mettre de limite à ses demandes, ses exigences et ses réclamations. Mais je voudrais m'arrêter ici sur le cas d'une perturbation *d'un degré au-dessus* : ce mot d'ordre peut en effet, en quelques cas, perturber la *matière à enseigner* elle-même. Voyons cela.

c) Depuis plusieurs années, j'ai assumé un enseignement prenant place dans des formations portant sur « l'éducation au développement durable ». Vous savez que, autour de nous, un certain nombre de personnes, qui se veulent *écologistes*, se sont engagées parfois radicalement dans la transformation personnelle et militante du mode de vie jusqu'ici dominant, en mettant d'ailleurs l'accent sur des aspects distincts d'une telle transformation. Je n'entrerai pas dans le détail de la variété des orientations en la matière. Mais je voudrais souligner un piège classique, dans lequel ne saurait tomber sans perdre sa légitimité un enseignement relatif à la question du développement durable : ce piège, typique d'une « écologie » bourgeoise ou petite-bourgeoise, est tendu par une vision individualiste du développement durable, alors même qu'il s'agit d'étudier un problème qui nous engage tous, et, qui plus est, *tous ensemble*. Dans les cours que j'ai donnés, j'ai utilisé à plusieurs reprises un texte du journaliste « écologiste » Hervé Kempf extrait de son livre *Pour sauver la planète, sortez du capitalisme* (Seuil, 2009), relatif à ce que Kempf nomme judicieusement « l'oubli du collectif ». Je le reproduis ici :

Cet oubli du collectif est très présent dans la bien-pensance écologique, niché dans les détails. Par exemple, selon l'association Planète éolienne, « une éolienne de 1 mégawatt (MW) avec 2200 heures de fonctionnement pleine puissance par an produira 2 200 000 kilowattheures (kWh), soit la consommation de 1000 foyers français alimentés en électricité ». Chaque foyer serait ainsi censé consommer 2200 kWh par an. En fait, les 25,7 millions de foyers français consomment au total 480 terawattheures, soit 18 680 kWh par ménage ! D'où vient cette différence étonnante ? De l'inconscient individualiste qui parle à travers le zèle des promoteurs de l'énergie éolienne : ils ne comptent que l'électricité consommée à la maison, par les ampoules, les téléviseurs, les ordinateurs et autres machines qui forment l'ordinaire de l'Occidental. Mais oublient que le même Occidental va au travail dans des locaux à air conditionné, fait ses courses au supermarché chauffé et conditionné, bénéficie de l'éclairage public, assiste à des matchs de football illuminés, achète des produits qui ont requis de l'électricité pour être fabriqués, prend le train... Bref, que le « ménage » vit en société et qu'il participe donc à la consommation collective. En réalité, une éolienne de 1 MW assure la consommation électrique de 117 ménages participant à la société...

De la même façon, tous les guides expliquant comment vivre en « vert » se situent du point de vue de l'individu, jamais du collectif. Ainsi, *Le Petit Livre vert pour la Terre*, de la Fondation Nicolas Hulot, explique que « je me préserve des grosses chaleurs », « je réutilise mes objets », « je refuse les traitements chimiques », « je démarre en douceur », etc. *Être consom'acteur*, chez Nature et Découvertes, invite à « consommer engagé », puisque « consommer = voter », et range les actions entre « ma cuisine », « ma trousse de toilette », « mon garage », « mon atelier », etc. Électricité de France diffuse le guide *E = moins de CO₂* pour « comprendre et agir au quotidien », et range l'univers entre « ma planète », « mon pays », et « ma maison ».

Notre planète ? Notre pays ? Notre cité ? Arrêter de consommer, manifester, contester, discuter, éteindre la télévision, se rebeller ? Non. Dans le paradis capitaliste, il suffit que nous fassions « les bons gestes pour la planète » et « les politiques et les industriels suivront ». (pp. 51-52)

La pression continument exercée par exemple par un seul étudiant « écolo », passionné et toxique, qui attend et exige un catalogue – qu'il connaît déjà par cœur – semblable à ceux que critique Kempf, peut conduire l'enseignant à dénaturer la question étudiée pour lui substituer subrepticement un code de conduite écolo-individualiste, en délaissant l'essentiel : le rapport, démultiplié par mille médiations se situant à d'innombrables niveaux (*scales*), des populations humaines, prises comme masses d'individus, à leur planète. C'est ce que nous rappelle cet extrait de l'article « Sustainability » de *Wikipedia* :

Scale and context

Sustainability is studied and managed over many scales (levels or frames of reference) of time and space and in many contexts of environmental, social and economic organization. The focus ranges from the total carrying capacity (sustainability) of planet Earth to the sustainability of economic sectors, ecosystems, countries, municipalities, neighbourhoods, home gardens, individual lives, individual goods and services, occupations, lifestyles, behaviour patterns and so on. In short, it can entail the full compass of biological and human activity or any part of it.

La référence à laquelle renvoie ce passage est la suivante :

Conceptual Framework Working Group of the Millennium Ecosystem Assessment. (2003). "Ecosystems and Human Well-being." London: Island Press. Chapter 5. "Dealing with Scale". pp. 107–124.

L'ouvrage *Ecosystems and Human Well-being* est en ligne à l'adresse http://pdf.wri.org/ecosystems_human_wellbeing.pdf. On voit la différence

entre une telle problématisation du développement durable et le point de vue propagé par quiconque ne dépasse pas les limites de sa maison et de son jardin.

d) Ce qui vaut pour l'éducation au développement durable – la dénaturation potentielle par certaines forces qui travaillent nos sociétés – vaut en principe pour *toute matière d'enseignement* possible. Le temps me manque, aujourd'hui, pour développer, dans cette perspective, le cas de l'enseignement des mathématiques, où la rupture de la dialectique de l'individu et du collectif a des effets sensibles. Mais je terminerai avec une remarque accessoire dont le texte d'Hervé Kempf me donne l'occasion : c'est là typiquement un de ces textes sur lesquels on peut apprendre (et enseigner) à ne pas fuir les mathématiques, par une lecture excriptrice qui reconstituent le travail mathématique ayant permis la production de ce texte. Déchiffrons donc le texte cité. Et pour cela, calculons ! Considérons ainsi cette première affirmation :

... selon l'association Planète éolienne, « une éolienne de 1 mégawatt (MW) avec 2200 heures de fonctionnement pleine puissance par an produira 2 200 000 kilowattheures (kWh), soit la consommation de 1000 foyers français alimentés en électricité ». Chaque foyer serait ainsi censé consommer 2200 kWh par an.

Le calcul indiqué, à savoir celui de l'expression $1 \text{ MW} \times 2200 \text{ h}$, est (trivialement) exact, comme le montre ce résultat de Google (où hr désigne l'heure, h désignant pour Google la constante de Planck) :

$$((1 \text{ MW}) * 2200 \text{ hr}) / \text{kWh} = 2\,200\,000$$

On a bien sûr $2\,200\,000 \text{ kWh} / 1000 = 2200 \text{ kWh}$. Passons à l'affirmation suivante :

En fait, les 25,7 millions de foyers français consomment au total 480 terawattheures, soit 18 680 kWh par ménage !

On admettra ici les chiffres fournis par l'auteur : « 25,7 millions de foyers français » et « 480 térawattheures » (soit $480 \times 10^{12} \text{ Wh}$ ou $480 \times 10^9 \text{ kWh}$). La consommation moyenne par foyer est donc celle-ci :

$$((480 \text{ TWh}) / (25,7 * (10^6))) / \text{kWh} = 18\,677,0428$$

Passons à l'ultime affirmation numérique :

En réalité, une éolienne de 1 MW assure la consommation électrique de 117 ménages participant à la société...

On obtient cette fois :

$$(2,2 * (10^6) \text{ kWh}) / ((480 \text{ TWh}) / (25,7 * (10^6))) =$$

117,791667

On voit ainsi, en passant, que les valeurs arrondies données par l'auteur sont fiables.

That's all, folks!