

UMR ADEF

JOURNAL DU SEMINAIRE TAD/IDD

Théorie Anthropologique du Didactique
& Ingénierie Didactique du Développement

Non ridere, non lugere, neque detestari, sed intellegere. Baruch Spinoza (1632-1677)

Le lendemain, Aymery prit la ville. Victor Hugo (1802-1885)

Le séminaire TAD & IDD, animé par Yves Chevallard, a une double ambition solidaire : d'une part, il vise à mettre en débat des recherches (achevées, en cours ou en projet) touchant à la TAD ou, dans ce cadre, à des problèmes d'ingénierie didactique du développement, quel qu'en soit le cadre institutionnel ; d'autre part, il vise à faire émerger les problèmes de tous ordres touchant au développement didactique des institutions, et notamment des professions de professeur, de formateur et de chercheur en didactique. Deux domaines de recherche sont au cœur du séminaire : un domaine en émergence, la didactique de l'enquête codisciplinaire ; un domaine en devenir, la didactique des praxéologies mathématiques.

La conduite des séances et leur suivi se fixent notamment pour objectif d'aider les participants à étendre et à approfondir leur connaissance théorique et leur maîtrise pratique de la TAD et des outils de divers ordres que cette théorie apporte ou permet d'élaborer. Sauf exception, les séances se déroulent le vendredi après-midi, de 16 h 30 à 18 h 30, la séance pouvant être suivie à distance par visioconférence.

→ Séance 3 – Vendredi 28 mars 2014

PÉRIPÉTIES PRAXÉOLOGIQUES

1. Problématiques didactiques en TAD : rappels

a) L'une des grandes problématiques didactiques, la problématique *primordiale*, est centrée sur la détermination, pour une instance (personnelle ou institutionnelle) U donnée, de *l'équipement praxéologique* de U qui serait jugé adéquat (par quelque instance V à préciser, avec éventuellement $V = U$) à la conception et à la réalisation de tel ou tel projet Π . Ce type de questionnement vise donc à déterminer un ensemble de praxéologies $\wp$ vérifiant la relation $\{\wp / \mathfrak{I}(\wp, \Pi, U)\}$, où la relation ternaire $\mathfrak{I}$ est satisfaite si la praxéologie $\wp$ est jugée (par l'instance V) *utile ou indispensable* à U pour s'engager dans le projet Π . L'une des questions cardinales qui nous concernent ici a trait à l'équipement praxéologique de nature *mathématique* – quelque flou que puisse parfois paraître ce qualificatif – qui serait adéquat aux projets Π d'instances U qu'on peut dire *non mathématiciennes* – qu'il s'agisse de personnes ou d'institutions. C'est la question *des besoins*

mathématiques d'instances U appartenant à la population P_3 des non-mathématiciens. Bien entendu, on peut envisager aussi les besoins mathématiques d'instances U relevant des populations P_1 et P_2 que j'ai distinguées lors de la première séance de ce séminaire. D'une manière générale, les questions qui s'inscrivent dans la problématique primordiale sont des questions *ombilicales* d'une société donnée. J'ai souligné déjà que, s'agissant des populations P_1 et P_2 , de telles questions ont été depuis longtemps prises en charge et elles continuent de l'être de façon prioritaire, alors qu'il n'en va pas du tout de même à propos de P_3 .

b) La problématique *duale* de la problématique primordiale est la problématique *interventionniste*, qui appelle l'étude de l'ensemble de projets qu'on notera $\{\Pi / \mathfrak{I}(\wp, \Pi, U)\}$: il s'agit des projets Π pour la conception et la réalisation desquels la disponibilité de la praxéologie $\wp$ est jugée (par une certaine instance V) utile ou indispensable à U . Je noterai simplement ici, en passant, que cette problématique est au cœur de la théorie des AER : en ce cas, $\wp$ est une entité praxéologique ayant – aux yeux de V au moins – le statut d'*enjeu didactique*, le projet Π étant alors le projet Π_{PR} de résoudre un certain problème PR tel que, aux yeux de V , on ait $\mathfrak{I}(\wp, \Pi_{PR}, U)$.

c) Étant donné une entité praxéologique $\wp$, la problématique *de base* en didactique, on le sait, appelle l'étude des complexes C de conditions c qui, sous un ensemble K de contraintes, permettent d'amener une instance U à rencontrer ($\mathfrak{R}$) et à étudier (∂), si peu que ce soit, la praxéologie $\wp$. En d'autres termes, la problématique de base conduit à étudier l'ensemble $\{C / \partial \vee \mathfrak{R}(K, C, \wp, U)\}$. Je note ici la problématique *duale* de la problématique *de base*, dite problématique *possibiliste*, qui, elle, conduit le didacticien à étudier l'ensemble de praxéologies qu'on peut noter $\{\wp / \partial \vee \mathfrak{R}(K, C, \wp, U)\}$. Souvent ignorée dans les travaux classiques, elle est pourtant une problématique essentielle en ce qu'elle renvoie à l'interrogation suivante : étant donné les contraintes K et les conditions C sous lesquelles l'instance U a évolué (respectivement, va évoluer), quelles praxéologies $\wp$ a-t-elle pu (resp., va-t-elle pouvoir) rencontrer et étudier si peu que ce soit ? La problématique duale de cette problématique de base – qu'on est tenté d'appeler « biduale » – engendre alors cette question : sous quelles contraintes K et quelles conditions C l'instance U a-t-elle donc évolué pour avoir rencontré et étudié, si peu que ce soit, la praxéologie $\wp$? On retrouve ainsi la problématique de base, mais *appliquée au passé*, alors que l'ingénieur didacticien l'applique généralement à un futur contingent. Dans ce dernier cas, il s'agit de déterminer *un* ensemble C de conditions (compatible avec les contraintes K) sous lesquelles U pourrait être amené à rencontrer / étudier $\wp$. Dans le premier cas, il convient de déterminer *l'*ensemble C de conditions qui, sous les contraintes K , a conduit U à rencontrer et étudier $\wp$.

2. Quelles conditions ?

a) La didactique « classique » tend à réduire beaucoup l'univers des conditions *c* qui pourraient « jouer » pour engendrer en telle instance *U* tel ou tel équipement praxéologique, avec ses richesses et ses manques. Elle opère cette réduction pour une très mauvaise raison : en ce domaine fondamental, elle ne distingue guère la position de didacticien de celle de professeur, en sorte qu'elle regarde comme des contraintes quasi « naturelles » les conditions qui sont, en effet, des contraintes pour le professeur, du moins dans l'état historique de son métier. On retrouve ici l'insuffisant approfondissement historique actuel de ce que j'ai appelé autrefois (en empruntant cette expression, on ne l'ignore pas) la *rupture épistémologique* et que j'appelle aujourd'hui la *rupture praxéologique* entre didacticiens et professeurs.

b) Je prendrai ici un exemple que je ne mets pas en débat : sa valeur d'exemple suppose qu'on le tienne un instant pour véridique. Dans un livre intitulé *Cap sur l'avenir : À contre-courant, les raisons d'être optimistes* (Éditions du Moment, Paris, 2014), écrit par un spécialiste de la mer, Christian Buchet, je lis, page 116, ceci : « Près de 80 % des enfants en âge de le faire ne savent toujours pas nager en Guadeloupe... » Il associe à cet état de fait supposé une condition que l'on découvrira dans le passage suivant de son ouvrage :

Il y a deux choses que nous n'aimons pas ici, me disait un responsable guadeloupéen, c'est la mer et les chiens. La mer, parce que c'est elle qui nous a arrachés à notre continent d'origine et a fait de nous des esclaves ; les chiens, parce que c'est eux qui nous rattrapaient lorsque nous essayions de fuir notre condition. (pp. 115-116)

Bien entendu, le rapport à la mer évoqué par ce responsable guadeloupéen sera, pour un professeur de natation d'aujourd'hui, une condition ayant valeur de *contrainte*. Mais elle est d'abord une *condition*, qui expliquerait une aversion pour la mer ayant en particulier des effets dommageables sur la diffusion locale des praxéologies de la nage. On doit donc se rappeler que, avant d'avoir affaire à des *contraintes* – à des conditions *non modifiables* depuis telle position institutionnelle –, nous avons affaire à des *conditions*, *tout court*, qu'il s'agit de prendre en compte depuis la position du didacticien qui cherche à comprendre et à expliquer.

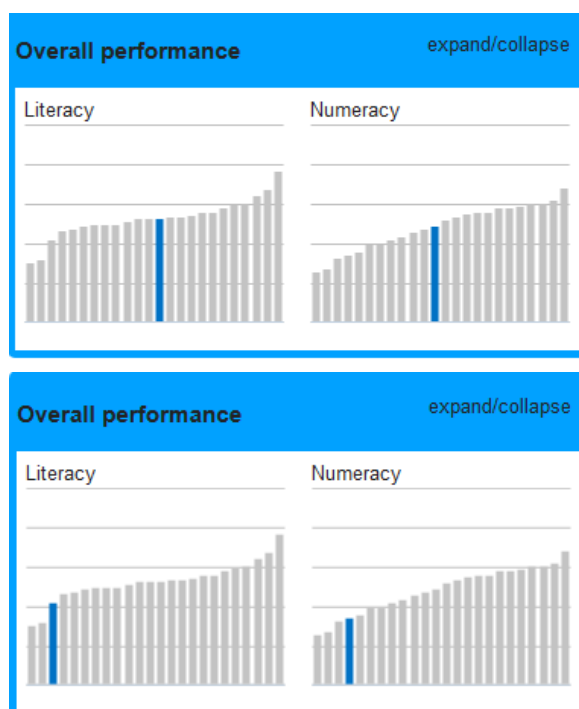
c) À cause de l'insuffisance de la rupture praxéologique entre les positions de didacticien et de professeur, nous tendons ainsi à ignorer la foule

innombrable des interventions à effet didactique qui ont lieu hors des lieux scolaires habituels. Pour le dire autrement, nous tendons à ignorer le rôle considérable, dans la formation et l'évolution des équipements praxéologiques personnels et institutionnels, de ce que j'appellerai les *écoles informelles*, c'est-à-dire ces écoles qui, pour être bien des écoles au sens de la TAD, n'en sont pas moins *ignorées en tant que telles* lorsqu'on les regarde depuis les positions constitutives des « écoles formelles » qui se revendiquent telles (sous quelque nom que ce soit). J'ai évoqué, lors de la séance 2 de ce séminaire, la notion de *normativité praxéologique*. À l'instar des autres, les écoles informelles imposent leur propre normativité praxéologique, et celle-ci, souvent, *déconstruit* – plutôt qu'elle ne la conforte – la normativité que telle ou telle école *formelle* tente par ailleurs d'inculquer. Chaque école a son *charisme institutionnel*, qui séduit, attire, influence, fascine même parfois ceux qui y sont soumis. Il semble que ces charismes d'écoles informelles entrent plus souvent *en rivalité* avec la normativité scolaire « officielle » qu'ils ne coopèrent positivement avec elle : la résultante de leur action est fréquemment décevante quand on la regarde depuis l'école formelle. Je note que ce charisme, à propos duquel on peut parler de « puissance douce » (*soft power*), ne va pas, généralement, sans des démonstrations de « puissance dure » (*hard power*), ainsi qu'on le verra plus loin : tel élément praxéologique sera *imposé* par une certaine forme de *coercition* plutôt qu'il ne s'imposera d'abord par son attractivité propre. L'effet de ces normativités subreptices est bien souvent de gêner les apprentissages scolaires formels, voire de les interdire tout à fait, ou, quand ces apprentissages se sont faits, malgré tout, d'en pulvériser les acquis, qui ne résisteront pas aux leçons de certaines écoles informelles à fort charisme institutionnel, comme d'ailleurs à celles d'autres écoles formelles ultérieurement fréquentées.

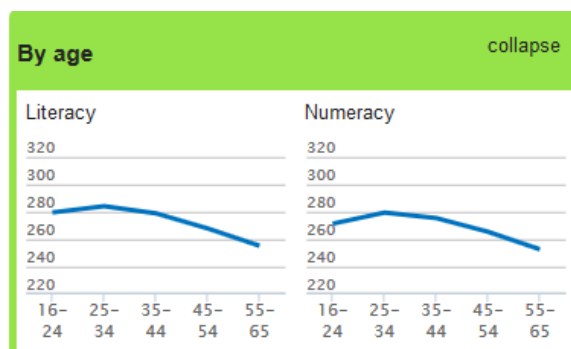
d) Je ne vois guère d'autres façons d'expliquer certains *faits praxéologiques* massifs, qui ne se limitent nullement à l'apprentissage de la nage en Guadeloupe ! Parmi les thèmes récurrents que j'ai évoqués dans ce séminaire au fil du temps, je citerai ici quelques-unes des *frontières* qui délimitent l'équipement praxéologique français « moyen » : la frontière de l'*anglais* et notamment de sa *prononciation* ; celle de l'*écriture du français* (je pense évidemment à la frontière de l'*orthotypographie*, que commencent à franchir de petits groupes de gens) et, également, de sa *prononciation* (je passe) ; et puis bien sûr la frontière des *mathématiques*. Pour ce qui est de l'*anglais*, quelques minutes avant de rédiger ces lignes, j'entendais un animateur connu d'émissions de radio et de télévision, Frédéric Taddeï, que d'aucuns regardent comme un véritable « homme de culture », me semblait-il, qui, parlant du « salon du dessin contemporain » baptisé *Drawing now Paris*, prononçait la première syllabe de *drawing* non pas /drɔ:/, avec un « o » long comme dans *daughter, taught, talk, walk, thought, door, floor*, ainsi

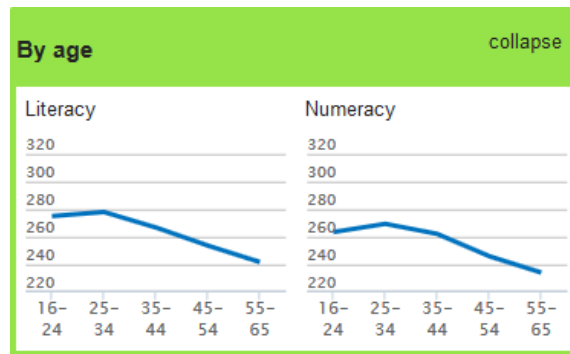
qu'il conviendrait si la frontière de l'anglais avait été franchie collectivement, mais /draʊ/, avec la diphtongue que l'on trouve dans *cow*, *now*, *mouse*, *town*, *brown* mais qui est ici une « création phonétique », typique, me semble-t-il, du rapport à la prononciation de l'anglais de nombre de Français.

e) Revenons au rapport aux mathématiques des membres de la population P_3 . Je me référerai à nouveau à l'enquête de l'OCDE évoquée lors de la première séance de l'année. Les résultats qu'a permis d'établir le PIAAC (*Programme for the International Assessment of Adult Competencies*) sont éloquentes. Voici d'abord les performances moyennes, en « littéracie » et en « numératie », des pays qui ont fait l'objet cette enquête, suivies des performances françaises (<http://www.oecd.org/fr/sites/piaac-fr/>) :



Voici maintenant l'évolution des performances avec l'âge pour les pays de l'OCDE puis pour la France :





D'autres tableaux donnent une représentation graphique des résultats « by education » (par niveaux d'éducation : *Low, Medium, High*) et « by occupation » (par niveaux d'activité professionnelle : *Low, Skilled I, Skilled II, High*). Notons encore ceci (<http://gpseducation.oecd.org/CountryProfile?PrimaryCountry=FRA&treshold=10&topic=AS>) : « In France, 21.6% of the adults score at the lowest levels in literacy and 28% in numeracy. » Si l'instruction reçue dans le cadre de la scolarité primaire et secondaire a pu un jour faire passer à certains la frontière des rudiments des mathématiques, on peut imaginer que beaucoup de ceux-là sont ensuite assez vite revenus en arrière.

f) Les conditions qui expliquent un équipement praxéologique donné nous restent souvent inconnues et, surtout, restent largement inaperçues. Je prendrai ici un exemple plaisant mais, je pense, typique. Il y a quelque temps une vidéo du dialogue entre une petite fille de trois ans et sa mère (on la trouvera à l'adresse <http://www.youtube.com/watch?v=yFN1-uqt2WA>) a été très remarquée sur le site YouTube : à l'heure où ces lignes sont écrites, elle a fait l'objet de près de quinze millions de « vues ».



Sur le site YouTube, elle porte le titre *I'm Gonna Kick His Ask*. La petite fille commet une erreur charmante : au lieu de *ass* (« cul »), elle substantive l'infinitif *ask* (« demander »). Si l'on voulait rendre cette erreur en français, on pourrait dire : *Je vais lui donner un coup de pied au cube*. La mère va d'abord

rire de l'erreur de son enfant, puis entreprend de rectifier son langage, à ses yeux trop cru : le mot qu'elle lui propose – et, en fait, qu'elle lui impose – est *butt*, qui correspond à peu près au français *derrière*. Voici donc le dialogue mère-enfant (pour l'établissement duquel je dois remercier Sineae Kim et un de ses collègues américains) :

Mother: and tell mommy again what you said you're gonna do to him if he came here.

Baby: I said... I'm gonna kick his ask.

Mother: Ah, that's not nice!

Baby: If he's gonna come in here, he's gonna kick my ask.

Mother: He will...?

Baby: Yeah...

Baby: He will come out in the movie.. he will'me out.. he will come out... and kick my ask.

Mother: Okay!

Baby: And I can kick his ask.

Mother: Okay. But that's not a nice word. You should take 'kick his butt'!

Baby: Oooh...

Le visionnage de la vidéo montre un changement de ton sensible de la mère quand elle entreprend de modifier le langage de son enfant : « Okay. But that's not a nice word... » On notera aussi l'emploi (inhabituel ?) de *take*, comme s'il s'agissait de choisir entre plusieurs options : « You should take 'kick his butt'! » Et on aura remarqué aussi le changement de ton de l'enfant, dont le visage traduit un étonnement marqué. Voilà comment une certaine normativité (langagière) s'impose à nous dès l'âge le plus tendre. Notre vie est faite de cela.

g) Une grande question au cœur de la didactique est celle-ci : qu'est-ce qui fait que notre *fonctionnement praxéologique* change, s'enrichit ou s'appauvrit ? Il doit être clair que ces changements sont conditionnés par les changements affectant notre *équipement praxéologique*. Mais au-delà, je voudrais souligner ici, encore une fois, qu'il y a là quasiment une *terra incognita* pour la didactique. Je vais prendre un exemple rencontré, chez le psychanalyste anglais Donald Woods Winnicott (1896-1971), dans un article devenu fameux, publié en 1949 et intitulé *Hate in the Counter-Transference* (« La haine dans le contretransfert »). Le thème n'est pas sans intérêt pour nous, parce que le « contretransfert » du professeur peut être à cet égard aussi problématique que celui du psychanalyste ! On trouve cet article sur Internet (<http://www.josephmatta.com/Journal%20Club/Week%204/winnicott%20hate%20in%20the%20countertransference.pdf>) mais j'utiliserai ici la traduction française qui vient de paraître (dans la « Petite bibliothèque

Payot »). Je n'en retiendrai qu'un détail, *que je souligne ci-après*, mais qui m'oblige tout de même à vous présenter un assez long passage de l'article susdit ; le voici :

Au cours de la Seconde Guerre mondiale, un garçon de neuf ans fut envoyé de Londres dans un foyer pour enfants réfugiés, non pas à cause des bombardements mais pour vagabondage. J'espérais lui faire suivre un traitement au cours de son séjour au foyer, mais son symptôme prévalut et il s'enfuit, comme il l'avait toujours fait de partout, depuis l'âge de six ans où il s'était enfui de la maison pour la première fois. J'avais toutefois établi un contact avec lui au cours d'un unique entretien. J'avais pu voir, en effet, à travers un dessin qu'il avait réalisé, que faire une fugue, c'était inconsciemment sauvegarder l'intérieur de son foyer et préserver sa mère d'attaques ; c'était aussi essayer de fuir son propre monde intérieur qui était plein de persécuteurs. Je lui avais interprété ces différents points.

Je ne fus pas très surpris lorsqu'il apparut au commissariat de police proche de ma maison. C'était un des rares postes de police où il n'était pas très bien connu. Ma femme l'accueillit très généreusement et le garda trois mois, trois mois d'enfer. Il était le plus adorable et le plus éprouvant des enfants, souvent fou à lier. Mais heureusement, nous savions à quoi nous attendre. Nous traitâmes la première phase en lui donnant une liberté complète et un shilling chaque fois qu'il sortait. Il n'avait qu'à téléphoner pour que nous allions le chercher, quel que fût le poste de police qui l'avait pris en charge.

Bientôt la modification attendue fit son apparition, le symptôme de fugue vira et le garçon se mit à dramatiser l'attaque sur sa vie intérieure. C'était vraiment un travail à plein temps pour tous les deux à la fois, et lorsque j'étais sorti, les pires épisodes se produisaient.

Il fallait interpréter à la minute, de jour et de nuit, et souvent la seule solution dans une crise était de faire l'interprétation correcte comme si le garçon était en analyse. C'était l'interprétation correcte qu'il appréciait par-dessus tout.

Ce qui importe dans le cadre de cet exposé, c'est la manière dont l'évolution de la personnalité du garçon a engendré la haine en moi, et ce que j'ai fait à ce sujet.

L'ai-je frappé ? Non. Je ne l'ai jamais frappé. Mais j'aurais été forcé de le faire si je n'avais tout su de ma haine et si je ne la lui avais pas fait connaître aussi. Pendant les crises, je le prenais en utilisant la force physique, sans colère ou blâme, et je le mettais dehors devant la porte d'entrée, quel que fût le temps ou l'heure, de jour et de nuit. Il y avait une sonnette spéciale qu'il pouvait actionner et il savait que s'il sonnait, il serait admis à nouveau et qu'on ne dirait pas un mot du passé. Il utilisait cette sonnette dès qu'il se remettait de son accès de manie.

Ce qui est important, c'est que chaque fois, au moment où je le mettais à la porte, je lui disais quelque chose ; je disais que ce qui était arrivé avait suscité en moi de la haine à son égard. C'était facile parce que c'était tellement vrai. Je crois que ces paroles étaient importantes du point de vue de ses progrès, mais elles étaient surtout importantes parce que cela me permettait de tolérer la situation sans éclater, sans me mettre en colère et sans le tuer à tous moments [*without losing my temper and every now and again murdering him*].

En lisant ce passage, je suis tombé en arrêt devant ce que j'y ai souligné. Winnicott vivait dans un monde où le fait de frapper un enfant, s'il n'était pas valorisé, *n'était pas moralement interdit*. Entre lui et nous, de l'eau a coulé sous les ponts. Non seulement beaucoup d'entre nous pensent aujourd'hui que le fait de frapper un enfant pour le « corriger » est un acte absolument proscrit – on peut tout juste le maîtriser physiquement, dans certaines circonstances, et encore ! – mais, plus encore, nous sommes portés à croire que l'on ne saurait se laisser aller à éprouver de la *haine* envers lui ! Ce changement massif a pu s'opérer de la manière dont la petite fille de la vidéo aura peut être changé de vocabulaire, adoptant *butt* à la place de *ass* (et en croyant peut-être, en plus, que *ask* « is not a nice word »). Je note en passant que l'extrait reproduit ci-dessus de l'article de Winnicott a le mérite supplémentaire de nous rappeler ceci : le changement praxéologique ne procède pas seulement de manœuvres opportunistes, extemporanées, subreptices ; il peut aussi faire l'objet d'un travail rationnel, rigoureux, délibéré sur notre fonctionnement praxéologique.

LE CAS DES MATHÉMATIQUES

1. « Ceci n'est pas acceptable »

a) La manière dont on passe d'une société où la violence physique est tenue pour acceptable à une société d'où elle est en principe exclue est un objet d'étude que, en première approximation, on peut comparer à la manière dont on passe d'une société où les « non-matheux » – les membres de la population P_3 – ont refoulé même les premiers rudiments des mathématiques à une société où les non-matheux assument de ne pas devenir étrangers aux mathématiques et continuent d'entretenir avec elles tout commerce qui leur paraîtra utile. Comment une telle transformation pourrait-elle advenir ?

b) Lors de mon récent séjour en Argentine, j'ai été interrogé là-dessus par une journaliste du quotidien *Clarín*, Valeria Román. Il n'était pas facile pour moi de me faire entendre ni pour elle de restituer mon propos en moins de 2500 caractères (avec espaces). Le titre de son article est un propos qu'elle me met dans la bouche – “*Los alumnos andan mal en matemática porque los*

contenidos son para una élite” –, propos que je ne saurais entièrement désavouer (je vais y revenir). La dernière réponse qu’elle me prête, sur les possibilités qu’advienne le changement que je lui décrivais touchant le rapport de nos sociétés au mathématique a pu surprendre plus d’un lecteur. Je reproduis ces lignes :

En los años sesenta, había diferencias entre lo que podían hacer los hombres y las mujeres, y hubo cambios revolucionarios. Ahora, la matemática necesita de un cambio como el que consiguió el movimiento feminista. Y lo debe pactar toda la civilización.

« Les mathématiques ont besoin d’un changement semblable à celui réalisé dans les années soixante par le mouvement féministes [en matière d’égalité hommes-femmes]. » Les rares lecteurs qui auront eu la force d’âme de mener la lecture de cette interview à son terme ont dû se dire : « Que diable veut-il bien dire par là ? » Eh bien, une chose toute simple, et qui serait le signe d’un changement fondamental. Alors que, autrefois, on *tolérait* certains propos, certains comportements à l’endroit des femmes, alors même qu’on se montrait même *complaisants* à leur endroit, voire qu’on les *encourageait* comme signes de connivence culturelle entre « mâles », nous avons aujourd’hui *collectivement changés* : de tels propos, de semblables comportements sont devenus à nos yeux plus ou moins *inacceptables, intolérables, insupportables*, quand bien même on peut encore les observer de-ci, de-là. (Paradoxalement, on peut même entendre, de la part de « féministes » au petit pied, des propos clairement *sexistes* à l’encontre des hommes, chose à quoi j’ai la faiblesse d’être particulièrement attentif.) Ce qui m’importe, ici, c’est le fait que, par suite d’une certaine évolution sociale – ou « sociétale » – de trop longue durée, portée d’abord par de vaillants petits groupes de militantes (et de militants) souvent moqués, agressés, vilipendés, puis qui s’est élargie progressivement jusqu’à compénétrer la société tout entière, personnes et institutions ont fait leur un postulat commençant typiquement par « Il n’est pas acceptable de... », « Il est inadmissible que... ». Pensons aussi à l’exemple emprunté plus haut à Winnicott : un mouvement semblable, moins haut en couleur et moins douloureux sans doute, plus dissimulé peut-être, s’est aussi produit assez récemment dans nos sociétés à propos des pratiques violentes à l’encontre des enfants (ou, moins clairement, des adultes) : *il n’est plus guère admissible de battre un enfant*, même si d’aucuns demeurent adeptes de telles pratiques.

c) Qu’en est-il alors des mathématiques ? Eh bien la comparaison que j’ai ébauchée devant la journaliste qui m’interrogeait avait pour objet de donner du sens à l’idée d’un semblable changement, porté au début, sans doute, par quelques maigres groupes de francs-tireurs, puis gagnant progressivement,

irrésistiblement du terrain partout dans la société, qui imposerait ce postulat : « Il n'est pas acceptable de dire qu'on ne sait *rien* en mathématiques, qu'on en ignore tout et plus encore que l'on se flatte d'en tout ignorer ! » Vous ne savez pas ce qu'est le dénominateur d'une fraction ? La honte soit sur vous ! Vous ignorez comment on résout une équation du premier degré ? Cela est peut-être un *fait*. Mais, selon l'éthique de notre (nouvelle) société, vous n'en avez pas le *droit*. Et, quand vous revendiquez insolemment la chose – si c'est le cas –, vous vous souillez vous-même ! Ne soyons pas plus tolérants envers les comportements de refus, d'hostilité, de mépris touchant le mathématique dans ses formes les plus humbles que nous ne le sommes aujourd'hui à l'endroit des comportements sexistes ou violents. Faisons que l'antimathématisme ordinaire devienne proscrit, quand bien même d'aucuns s'y adonneront encore... Bien entendu, la grande question est alors : comment cela peut-il advenir ?

2. La stratégie classique

a) L'antimathématisme ordinaire qu'il s'agirait de rendre inacceptable concerne essentiellement la population P_3 – à laquelle s'ajoutent, il est vrai, certains membres de P_2 qui le sont devenus parfois par défaut, par exemple parce que, jeunes, ils réussissaient bien dans les enseignements scientifiques. Or non seulement l'enseignement secondaire des mathématiques est le rejeton de l'entreprise ancienne, cruciale et glorieuse de formation des élites scientifiques, c'est-à-dire des membres de P_2 et de P_1 , mais les *discours apologétiques* en faveur des mathématiques, quand bien même ils se disent destinés à P_3 (je pense ici au film d'Olivier Peyon, *Comment j'ai détesté les maths*, sur lequel j'aurai l'occasion de revenir), ne s'intéressent guère qu'aux mathématiques *héroïques* et à leurs stars, dont ils chantent en termes souvent puérils les exploits supposés – supposés, parce qu'ils ne sont pas aisément intelligibles même de leurs pairs. Les mathématiques *ordinaires* pour gens ordinaires, par contraste, semblent réservées à susciter désarroi, aversion, « détestation ». Beaucoup de gens, et surtout les gens de ce que j'appelais jadis la *famille mathématique*, se laissent prendre à ce type de discours, qui les flatte, les réjouit et peut sans doute éveiller quelques « vocations » de futurs P_2 , voire de futurs P_1 , mais qui n'aide pas à résoudre notre problème, qui est un problème *de masse*.

b) Je m'arrêterai ici sur un épisode récent de l'émission télévisée « On n'est pas couché » de Laurent Ruquier. Le 22 février dernier, on y recevait Cédric Villani à propos de son livre *Théorème vivant* paru chez Grasset en 2012 (http://www.youtube.com/watch?v=-64VQ_cf8). Parmi les nombreuses vertus qu'on peut reconnaître à ce livre, la plus forte, à mes yeux, est qu'il met sous le nez d'un lectorat pour partie « littéraire » la vision pour eux quasi

obscène de traces écrites du travail mathématique, comme on peut le voir par exemple à la page 161 :

Invoking Jensen and Fubini, we also have

$$\begin{aligned}
 & \left\{ \int_T^\infty e^{-2\varepsilon t} \left(\int_0^t K_1(t, \tau) \varphi(\tau) d\tau \right)^2 dt \right\}^{\frac{1}{2}} \quad (7.39) \\
 &= \left\{ \int_T^\infty \left(\int_0^t K_1(t, \tau) e^{-\varepsilon(t-\tau)} e^{-\varepsilon\tau} \varphi(\tau) d\tau \right)^2 dt \right\}^{\frac{1}{2}} \\
 &\leq \left\{ \int_T^\infty \left(\int_0^t K_1(t, \tau) e^{-\varepsilon(t-\tau)} d\tau \right) \right. \\
 &\quad \times \left. \left(\int_0^t K_1(t, \tau) e^{-\varepsilon(t-\tau)} e^{-2\varepsilon\tau} \varphi(\tau)^2 d\tau \right) dt \right\}^{\frac{1}{2}} \\
 &\leq \left(\sup_{t \geq T} \int_0^t e^{-\varepsilon t} K_1(t, \tau) e^{\varepsilon\tau} d\tau \right)^{\frac{1}{2}} \\
 &\quad \times \left(\int_T^\infty \int_0^t K_1(t, \tau) e^{-\varepsilon(t-\tau)} e^{-2\varepsilon\tau} \varphi(\tau)^2 d\tau dt \right)^{\frac{1}{2}} \\
 &= \left(\sup_{t \geq T} \int_0^t e^{-\varepsilon t} K_1(t, \tau) e^{\varepsilon\tau} d\tau \right)^{\frac{1}{2}} \\
 &\quad \times \left(\int_0^\infty \int_{\max\{\tau; T\}}^{+\infty} K_1(t, \tau) e^{-\varepsilon(t-\tau)} e^{-2\varepsilon\tau} \varphi(\tau)^2 dt d\tau \right)^{\frac{1}{2}} \\
 &\leq \left(\sup_{t \geq T} \int_0^t e^{-\varepsilon t} K_1(t, \tau) e^{\varepsilon\tau} d\tau \right)^{\frac{1}{2}} \\
 &\quad \times \left(\sup_{\tau \geq 0} \int_\tau^\infty e^{\varepsilon\tau} K_1(t, \tau) e^{-\varepsilon t} dt \right)^{\frac{1}{2}} \\
 &\quad \times \left(\int_0^\infty e^{-2\varepsilon\tau} \varphi(\tau)^2 d\tau \right)^{\frac{1}{2}}.
 \end{aligned}$$

161

On peut parier sans grand risque que ni Laurent Ruquier, ni ses chroniqueurs Natacha Polony et Aymeric Caron n'ont, de leur vie, vu quoi que ce soit d'approchant ! Les écritures symboliques des mathématiques sont en effet exclues du monde des humanités littéraires, dont les naturels peuvent croire qu'il remplit sans reste l'univers de la culture humaine. L'ouvrage de Villani est donc « difficile à avaler » pour la culture dominante,

non scientifique, qui ne peut guère le regarder que comme un objet « non identifié », inassimilable. (De cela témoigne par exemple l'article – à consulter à l'adresse <http://blogs.mediapart.fr/edition/bookclub/article/280912/theoreme-vivant-de-cedric-villani> – que consacre à ce livre Marc Terte sur le site *Médiapart* à la date du 28 septembre 2012 : on s'y reportera.) Comment, alors, vont réagir les chroniqueurs attitrés de Laurent Ruquier, Natacha Polony et Aymeric Caron ?

c) La première à intervenir est Natacha Polony. Agrégée de lettres modernes mais en rupture d'Éducation nationale après une année d'enseignement en ZEP, chantre du Savoir, elle a été naguère une grande pourfendeuse des IUFM. Devant cet objet étrange qu'est le livre de Villani, elle ne se démonte pas : elle entreprend de l'assimiler à son monde culturel, en s'arrêtant aux seuls aspects qui lui offrent quelque prise.



Je reproduis ici son intervention (de 11 min 20 s à 12 min 24 s) :

C'est un livre qui est très intéressant à titre d'objet littéraire et très intéressant sur ce que ça nous raconte des mathématiques. Parce que, vous disiez : « Il y a de l'esthétique, il y a de la beauté. » Il y a aussi de la sensualité... Vous citez le mathématicien André Weil qui disait : « Tout mathématicien digne de ce nom a ressenti, même si ce n'est que quelques fois, l'état d'exaltation lucide dans lequel une pensée succède à une autre comme par miracle. Contrairement au plaisir sexuel ce sentiment peut durer plusieurs heures, voire plusieurs jours. » C'est-à-dire qu'on sent la jubilation absolue qui peut naître de cela. Et alors il y a aussi des tas de thématiques qui sont abordées, par exemple à la fin il y a une très belle scène à Budapest où vous discutez du lien entre langue et mathématiques – c'est vrai que c'est une question ! Pourquoi certains peuples ont, comme ça, une vocation mathématique – la France en fait partie – et est-ce lié à la structure du cerveau, est-ce lié aux langues ? Il y a toutes ces

questions-là. Et puis il y a une autre question, et celle-là je voulais vous la poser, c'est... la question de l'utilité...

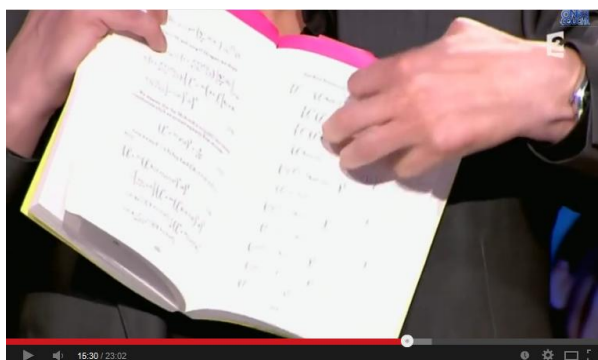
Cédric Villani embraye alors sur le thème de l'utilité ; je laisserai le lecteur découvrir son propos par lui-même. Laurent Ruquier donne ensuite la parole à Aymeric Caron, que l'on voit sur la capture d'écran ci-après.



Ce chroniqueur se lance dans l'intervention qu'il a manifestement prévue de faire. Il aura beaucoup de mal à aller jusqu'au terme de son propos, parce que l'animateur, Laurent Ruquier, ne cesse, dans un mode certes humoristique, de le rappeler à l'ordre et à la connivence culturelles. À ses piques, il arrive que Natacha Polony joigne sans vergogne les siennes, du fait sans doute de l'embarras grandissant qu'elle éprouve devant l'offense faite par son collègue à la *doxa* que dicte la bienséance et la respectabilités culturelles. L'un comme l'autre semblent dire ainsi au chroniqueur qui, bravement, doit affronter leur *cultural correctness* : « Aymeric Caron, tu nous fais honte ! » Le passage transcrit ci-après va de 13 min 40 s à 18 min 10 s :

- AC : En quatrième de couverture, il y a une remarque...
- LR : On voit que vous êtes passé directement à la fin !... (*Rires*)
- AC : Même pas, j'y ai passé du temps, je vous jure... Mais il se trouve qu'il y a un peu tromperie sur la marchandise.
- LR : Le cancre de l'émission, voilà ! « À la 4^e de couverture, il est écrit 19 euros... »
- AC : Ou alors : « J'ai bien aimé le titre ! »
- CV : Je vais commenter un tout petit peu le titre si vous voulez.
- AC : Ah non, c'était pas ma question. Parce qu'après je vais plus pouvoir poser de question...
- LR : Posez-la votre question.

- AC : À la dernière il est dit : « Avis à tous ceux qui gardent un souvenir cruel de l'étude des fonctions et de la résolution d'équations à plus d'une inconnue, *Théorème vivant* vous réconciliera avec cette science dont Cédric Villani sait comme personne, par la grâce de la passion, transmettre la magie, la beauté et la poésie. » C'est très bien vendu, sauf que c'est pas vrai du tout.
- LR : Faut s'accrocher, quoi.
- AC : Non mais... Vous êtes évidemment un mathématicien de génie, voilà, de grand talent...
- LR : Enfin « évidemment », on n'en sait rien, il nous raconte peut-être n'importe quoi depuis tout à l'heure !
- AC : En tout cas c'est ce que disent... ses pairs. Et euh... Parce que nous, évidemment, on ne peut pas le vérifier.
- LR : Voilà !
- AC : Mais ce livre est absolument incompréhensible pour le commun des mortels. Non, mais il faut quand même dire... Je veux bien qu'au niveau...
- LR : Ça dépend des passages. Le passage de l'autostop, vous l'avez compris quand même, Aymeric !
- CV : Non mais je vais répondre, je vais répondre !
- AC : Pardonnez-moi ! Parce que justement ça pourrait donner une impression trompeuse. Évidemment, mais ça c'est quasiment l'un des seuls passages compréhensibles ; c'est-à-dire qu'on comprend qu'il monte dans une voiture...
- LR : Non, il fait son marché aussi...
- AC : Il fait son marché, de temps en temps il va boire du thé.
- LR : Moi je suis allé à l'essentiel, hein !
- AC : Mais le problème c'est que vous avez ramé pour trouver l'un des seuls passages qui soient compréhensibles. Est-ce que j'ai quelques instants ou pas ?
- LR : Allez-y...
- AC : Attendez, je retrouve la page...
- LR : Ah ben faudrait savoir ! Ou il y a beaucoup de pages, ou il y en a qu'une !
- AC : J'en ai choisi un en particulier, parce que sinon, voilà... Je peux vous montrer toutes les équations, je sais pas jusqu'où je peux montrer à la



caméra, dix pages de trucs comme ça, on tourne...

– NP : Mais ça on t'a dit que c'était beau !

– AC : C'est beau, c'est beau, d'accord mais si tu veux...

– LR : Vous ne comprenez rien à la poésie !

– AC : Non mais sinon il faut que

j'aille en cours... Non, mais on se met dans un cours de math sup, math spé et puis...

– CV : Non, non, ça ne suffira pas.

– NP : Ben oui... (*Elle rit.*)

– LR : Ça ne suffira pas, il dit !

– CV : Je peux répondre à ça aussi. Il pose des questions à rallonge !

– AC : Non, non, je lis un passage et puis après je vous...

– CV : Il pose des questions à rallonge, lui !

– LR : Allez-y, terminez, Aymeric !...

– AC : Tous les deux (*il désigne NP*), c'est notre particularité.

– NP : Mais les miennes, elles disent quelque chose ! (*Elle glousse.*)

– CV : ...

– LR : Allez-y ! Terminez, Aymeric...

– AC : Est-ce que je peux lire un bout ?

– LR : Oui, oui.

– AC : Donc c'est un élément de suspense du livre. Dialogue entre vous et votre collègue (*il lit*) :

– J'ai bien étudié le Alinhac-Gérard, et il y a un gros souci dans les estimations : il faudrait un peu de marge de régularité pour avoir la convergence vers zéro du terme de régularisation, et en prime la régularisation pourrait tuer la convergence bi-exponentielle du schéma.

– Moui, j'avais pas fait attention à ça. Tu es sûr qu'on perd le taux de convergence du Newton ? Bon, on va bien trouver.

– Et les constantes de régularisation dans l'analytique sont monstrueuses !

– Bon, effectivement c'est inquiétant ces constantes exponentielles, mais on va s'en sortir aussi, là je suis confiant.

– Et puis de toute façon ces constantes elles exploseront trop vite pour être tuées par la convergence du schéma de Newton ! Parce qu'il faut régulariser le background pour gérer l'erreur créée par la fonction b , elle est en l'inverse du temps, mais il y a une constante, et cette constante doit permettre de contrôler les normes qui viennent du scattering... or ces normes croissent au cours du schéma, puisqu'on veut des pertes sommables sur λ !

– Bon, effectivement, je suis d'accord qu'on ne voit pas trop encore comment faire. Mais je suis confiant, on va s'en sortir ! (pp. 107-108)

– LR : Vous voyez, vous le jouez bien, en plus !... C'est bandant, moi je trouve ! (*Applaudissements de la salle.*) Bien lu ! Voyez, vous venez de lui vendre son livre, là.

– AC : J'suis pas sûr !

– LR : Ah si !

– AC : J'suis pas sûr.

– CV : Lisez un peu... Un peu longtemps après il y a une phrase qui commence par « Ce jour-là »...

– LR : Ah oui, je les ai compris ces trois mots-là !

- CV : Allez-y...
- AC : « Ce jour-là Clément a dû me prendre pour un optimiste pathologique, de ceux dont on dit qu'ils sont fous à lier, qui continuent contre toute attente alors qu'aucune issue n'est en vue » (p. 108)
- LR : Et en plus, il retient de mémoire tout son livre, ce qui n'est pas le cas de tout le monde.
- CV : Je l'ai écrit, mon ami, je l'ai retravaillé et en plus en ce moment je suis en train de travailler avec le traducteur pour la version anglaise et...
- LR : Oh putain ! (*Mouvements et applaudissements dans la salle.*) Ah je vous le conseille en anglais !
- CV : Il a été... il a été traduit en une petite dizaine de langues, en tout cas en ce moment c'est la version anglaise. C'est un challenge pour le traducteur. Alors le traducteur anglais que j'ai est super-bon, il est super-bon, mais je suis assez perfectionniste et c'est la troisième fois que je lui fais réécrire son... sa copie. Il s'en souviendra ! Il s'en souviendra de celui-là...

Aymeric Caron est ainsi, des trois, le seul qui se montre rebelle à l'injonction d'admirer : c'est le non-connivent de la bande, le seul qui tente de dire – la chose n'est pas facile, les mots y manquent – une certaine vérité que l'on veut étouffer. Cédric Villani, que Laurent Ruquier semble soutenir inconditionnellement et Natacha Polony superlativement, même s'il n'en a nullement besoin, va répondre au commentaire de Caron ; sa réponse mérite d'être entendue (18 min 26 s à 19 min 11 s) :

- CV : Vous avez dit, il s'agit de faire partager une science. Une science, qu'est-ce que c'est ? On peut le prendre dans plusieurs acceptions – on peut dire sens. On peut dire que c'est l'ensemble des concepts qu'on empile, on peut dire que c'est une attitude d'esprit, on peut dire aussi que c'est une communauté scientifique qui les repère, la façon dont elle travaille... Et c'est vraiment ça que vous fait partager *Théorème vivant*. Il s'agit que le lecteur voie se développer ce théorème, cet être fait de concepts en le voyant... Et on voit des stades différents. Les formules que vous avez montrées, même si on les comprend pas, en les regardant, rien que par l'aspect visuel, on comprend que c'est pas pareil que le stade de brouillon où c'était avant, c'est pas pareil que le stade d'article publié où ce sera après, on est dans une étape intermédiaire...
- LR : C'est un documentaire, au fond, on est vraiment au cœur d'un documentaire... Il y a rien de traduit, au fond.
- CV : C'est exactement tel que c'est.

Sans pouvoir plus attendre, Natacha Polony prend la parole en enchaînant sur le propos de Cédric Villani. Elle entend sans doute par là rétablir le discours convenu à propos des mathématiques, alors qu'Aymeric Caron demeure courageusement intraitable, ainsi qu'on va le voir (19 min 11 s à 19 min 36 s) :

- NT : On sent que votre visée est pédagogique, c'est faire aimer les mathématiques. Aujourd'hui...
- AC : Ah non, non, non ! C'est tout l'inverse ! C'est tout l'inverse ! C'est de l'entre-soi ! Non, c'est pas pour nous !
- NP : Aujourd'hui, on a un réel problème. Beaucoup de mathématiciens, même des médaillés Fields français, disent que... on a un problème avec la formation en mathématiques, qu'on a de plus en plus de... de dyscalculies, c'est-à-dire en gros des gamins qui n'ont aucun sens des proportions, des chiffres, etc.
- LR : La question, Natacha !
- NT : Est-ce que ça vous inquiète ? Et pourquoi ?

La chroniqueuse rétroprogressiste s'efforce ainsi d'annuler le débat qu'Aymeric Caron a tenté de soulever – il en faut plus, à l'évidence, pour faire bouger les lignes de la *doxa* !

d) La réponse de Cédric Villani à la question de « l'inquiétude » vaut d'être entendue, en particulier dans le cadre de cette étude ; la voici (19 min 38 à 21 min 3 s) :

- Oui, ça m'inquiète, pas tant pour le niveau de la recherche – il en restera toujours – que pour le niveau de l'enseignement, de la culture mathématique d'ensemble. On a un problème en particulier de formation et d'effectif d'enseignants en mathématiques – ça chute –, on a un problème de popularité et on a un problème de... effectivement, de faire aimer la science. Alors il faut dire cette différence pour faire aimer les uns et les autres. Visiblement le collègue Caron il a pas apprécié celui-ci mais peut-être qu'il appréciera une conférence de vulgarisation...
- AC : J'adore !...
- CV : Ah voilà ! Donc je vous en ferai une ou vous assisterez à une d'entre elles et là, là, ça sera autre chose.
- LR : Je crois qu'il va prendre la tangente, plutôt !...
- CV : Il y a des gens, au contraire, il n'aime pas la vulgarisation mais ils aiment ce genre d'ouvrages en particulier pour l'aspect un peu littéraire – elle était bonne ! (à *Laurent Ruquier* ; rires) – et puis il y a comme ça beaucoup de ... différents. C'est inquiétant, oui, mais en même temps il faut pas juste se morfondre, il faut agir et répandre la bonne parole, en parler. Alors il n'y a pas que le livre ; des conférences, j'en ai fait des centaines. C'est un problème sur lequel je me suis exprimé, sur lequel on parle, le documentaire *Comment j'ai détesté les maths*, c'est aussi l'un des enjeux qui sont derrière et puis il y a toute une question sur laquelle je m'étais engagé aussi, la formation des maîtres, bien sûr, dans laquelle euh... il y aurait beaucoup, beaucoup à dire,

enfin, c'est un sujet qui touche des questions politiques aussi, mais euh... je vois qu'on est extrêmement pressé par le temps, je vais utiliser ça pour couper court.

– NT : C'est dommage... On aurait pu parler des performances des asiatiques en maths, pourquoi eux ils y arrivent, des tas de trucs !...

On retrouve ici la *stratégie classique* qui inspire les discours apologétiques traditionnels relatifs aux mathématiques : ceux qui se disent rétifs aux mathématiques, qui vivent « sans mathématiques » comme d'autres vivaient « sans Dieu », il reste possible de les sensibiliser au « fait mathématique » *tel qu'il est*, c'est-à-dire *tel que le vivent les mathématiciens*. Le livre de Villani, si remarquable et original qu'il soit, est à cet égard tout classique.

3. Une autre perspective

a) Je voudrais maintenant rappeler certains éléments de la perspective de reconstruction curriculaire que j'ai entrepris d'étudier. Je partirai ici du plus général, qui me paraît capable de mieux éclairer cette perspective. Il faut pour cela nous placer au plus haut niveau de l'échelle de codétermination didactique : celui de *l'humanité*. Ce qu'on observe, au moins depuis la civilisation où nous sommes plongés, c'est que tout semble se passer comme si *homo sapiens* était *un extrémiste dans l'âme*. Par là, je veux dire ceci : étant donné une activité @ quelconque, il existera promptement des personnes â qui pratiqueront @ « au plus haut niveau », qui auront une « maîtrise exceptionnelle » de @, qui porteront @ « à son point d'incandescence », lequel ne sera accessible qu'à un tout petit nombre de personnes. On peut voir en cela un fait dont la notion grecque d'*hubris* (ὑβρις) serait l'un des échos. On peut penser que ce fait a été vital pour notre espèce, voire qu'il l'est encore. Mais je voudrais souligner qu'il se paie parfois au prix fort.

b) Ce maximalisme structurel propre aux humains est frappant dans les sports : il naît régulièrement des activités sportives @ diverses mais toujours organisées selon une même logique sociale autour du « haut niveau », souvent du « très haut niveau », dont tout le reste découle de façon souvent factice. Ce très haut niveau va presque à tout coup attirer l'attention de nombre de contemporains et susciter une émulation qui ne manquera pas d'assurer le renouvellement des élites du haut niveau, comme le notait Cédric Villani à propos des élites mathématiques. Mais il y a plus. Ce haut niveau, ce maximalisme dans la pratique de @ va bientôt s'imposer comme la seule *bonne* façon, la seule façon *authentique* de pratiquer @. Les effets normatifs vont en être énormes. La pratique de @ sera dès lors largement soumise à la tyrannie du haut niveau.

c) Une conséquence très concrète de cette situation est la suivante : les curriculums de formation à la pratique de @ vont être dominés par le curriculum de formation au haut niveau de @, dont ils apparaîtront comme des *démarquages*, des *diminutions*, des *dilutions*. C'est cela que j'ai voulu exprimer, lors de la séance 1 de ce séminaire, en parlant de curriculums faits de « restes » et même de « restes de restes ». Dans ce processus d'imposition normative, les besoins propres de certaines catégories de praticiens potentiels de @ seront très peu pris en compte : le moyen niveau, le bas niveau se nourriront d'un démarquage de « l'alimentation » du haut niveau, dont nul ne sait si elle est adéquate à leurs besoins. Ce phénomène se traduira souvent, chez ceux que l'on souhaite initier à @, par une inappétence bien connue. Dans un petit livre humoristique publié en 1994 et intitulé *Xenophobe's Guide to the Americans* (dans la collection des *Xenophobe's Guides* : <http://www.xenophobes.com/>), l'auteure, Stephanie Faul, écrit ceci :

Nearly one-third of American secondary school students go on to university, but they don't fully trust what they learn there. Indeed, to the American public anyone who knows too much is suspect.

Americans don't read, except for the occasional John Grisham or Robert Ludlum novel. Why bother? About the only subject an American office worker really needs to master is the rules of football.

Il y a là une exploitation malicieuse, non dénuée de la traditionnelle touche de hauteur méprisante, d'un fait supposé que nous pouvons maintenant *prendre au sérieux* : ce qui est servi à l'université paraît *douteux*, *suspect*, l'on s'en méfie de même qu'on regarde avec suspicion ceux qui l'ont absorbé de trop ! Cela détermine un rapport dubitatif, dévastateur aux curriculums « officiels », qui ne répondraient pas aux « besoins ressentis » de larges fractions de la population, laquelle demeure alors dans la pénurie praxéologique que moque le deuxième paragraphe reproduit ci-dessus. Le problème que nous étudions se trouve aussi là, dans ces détails peu glorieux, voire déplaisants de l'histoire des rapports de nos sociétés avec « le savoir ».

d) Contre cela, nous avons introduit les notions de *question vive*, de *question ombilicale* et, à leur suite, de *paradigme de questionnement du monde* et de *pédagogie de l'enquête*. J'ai aussi tenté d'explicitier, avec un sérieux tout parodique, un *plan d'organisation des études scolaires*. On en trouvera un exposé possible aux pages 7 et 8 du journal du Séminaire TAD/IDD de l'année 2012-2013, dont je reproduis ici le contenu (on s'y réfère à une classe dont X est le collectif des élèves et Y est l'équipe des professeurs) :

① Le séminaire codisciplinaire fonctionne selon le *schéma herbartien*, avec, donc, recherche (sur Internet ou en bibliothèque) de réponses $R_i^\diamond$ aux questions Q étudiées et étude de ces réponses ainsi que des questions Q_j que soulèvent leur étude et celle des autres œuvres O_ℓ .

② Les réponses $R^\diamond$ apparaissent dans des *exposés* (écrits) proposés par $X \cup Y$ et validés par Y , d'où elles doivent être extraites (« excrites »), tout cela dans le cadre du séminaire codisciplinaire. Celui-ci a une fonction essentielle de *forum disciplinaire* : le travail qui y est effectué soulève en effet des questions relevant de différentes disciplines. Lorsqu'une réponse appropriée ne peut leur être donnée de façon satisfaisante dans le séminaire même, leur étude se trouve « déportée » dans les *ateliers disciplinaires* (ou *thématiques*) jugés compétents (« classe de mathématiques », etc.).

③ Le travail du séminaire fait l'objet d'un *Journal* où est consignée la chronique des événements vécus dans le séminaire dont le souvenir paraît mériter d'être conservé et communiqué. Ce *Journal* recueille en particulier les questions apparues au cours du travail et précise celles qui sont « à l'étude » et où elles le sont (dans le séminaire même ou dans tel atelier disciplinaire ou thématique).

④ Le travail des ateliers disciplinaires ou thématiques se traduit notamment par la rédaction de *notices* dont l'ensemble constitue un *Dictionnaire*. Un tel dictionnaire doit évidemment être fait de façon à ce que les organisations de connaissances étudiées y apparaissent explicitement – et non pas débitées en morceaux sans liens entre eux. Le principe de rangement alphabétique adopté permet d'envisager la rédaction de dictionnaires disciplinaires, d'abord séparés (dictionnaire de mathématiques, etc.), qui seront réunis *in fine* en un *dictionnaire de la classe*. (On se rappellera ici le *Larousse du Bac*, sous-titré *De A à Z, les notions essentielles pour réussir*, qui semble n'avoir eu qu'une unique édition, en 1992.)

⑤ Les résultats établis dans le séminaire font l'objet d'une synthèse, les *Actes* du séminaire codisciplinaire, qui sont constitués au fur et à mesure de l'avancement de l'étude des questions et présentent les questions étudiées et les réponses apportées (avec mises à jour au fil du temps si nécessaire).

⑥ On aura donc ainsi : 1) le *Journal* du séminaire codisciplinaire de la classe ; 2) le *Dictionnaire* de la classe (par matières) ; 3) les *Actes* du séminaire de la classe. Ces textes représenteront ce qui aura été fait par la classe et, en même temps, *ce qui devra être connu des élèves*. Dans ce but, on ajoutera à ce qui précède un autre dispositif, à raison de deux heures tous les quinze jours

ouvrables par exemple : un *atelier de révision et de contrôle* permettant une mise au point didactique supplémentaire, qui semble indispensable.

⑦ Ce qu'on peut nommer *l'encyclopédie ordinaire* du niveau k du cours d'études considéré se construit nationalement à partir de l'activité des classes de ce niveau : l'encyclopédie ordinaire intègre les questions, les réponses, les œuvres et leur étude qu'on peut dire *itératifs*, en cela qu'ils apparaissent de façon relativement fréquente – un seuil serait ici à fixer qui suppose l'observation du fonctionnement empirique du système – dans les travaux des classes du niveau k du cours d'études.

e) Je ne donnerai ici qu'un exemple de la foule de questions qui *pourraient* venir à l'étude dans une classe de fin de collège par exemple réunie en séminaire codisciplinaire :

Les bulletins météorologiques donnent classiquement les températures en divers points du territoire. Souvent, on y précise aussi les « températures ressenties ». De quoi s'agit-il ?

Sur cette question, je laisse le lecteur intéressé mener sa propre enquête. Mais je voudrais souligner *l'un* des types de situations qui peuvent orienter l'enquête vers des réalités *mathématiques*. À l'adresse <http://www.meteo24.fr/fr/home/meteo-france-et-europe/passion-meteo/calculateur-meteo.html>, on trouvera un « calculateur météo » qui permet en particulier de calculer la « température ressentie », comme on le verra sur la capture d'écran suivante :

Température ressentie ('Wind Chill')

Introduire la température et la vitesse du vent en cliquant ensuite sur 'Calculer' pour obtenir la température ressentie via deux méthodes différentes. La méthode de Steadmann est utilisée en Europe. (Seulement applicable sur des températures inférieures à 10°C.)

Température (°C)	4
Vitesse du vent (km/h)	70
Température ressentie - Steadmann (°C)	-11.1
Température ressentie - EU (°C)	-3.7

Ce calculateur apporte déjà beaucoup d'informations : on voit notamment qu'il existe (au moins) *deux* manières de déterminer la « température ressentie » ; et, sur l'exemple ci-dessus (4 °C, 50 km/h), on voit aussi que les températures auxquelles on aboutit peuvent être assez différentes. Mais il est surtout une information qui reste implicite et qui est pourtant

l'essentiel : il existerait donc un procédé – peut-être une formule ? – qui permet de passer des deux données réclamées – la température en degrés Celsius et la vitesse du vent en kilomètres par heure – à la température cherchée ! L'enquête va alors porter sur ce procédé, sur sa mise en œuvre, sur ses « fondements », etc.

4. « Questionner le monde » : un exemple

a) Dans ce que j'essaie d'explorer et d'étudier, un article de foi fondateur de l'effort de diffusion des connaissances depuis des siècles se trouve sévèrement mis en question. Cet article de foi, c'est que l'enseignant, l'innovateur, aujourd'hui l'ingénieur didacticien s'efforcent de créer des conditions telles que ce qu'on demande aux élèves dans les situations qui en résultent soit *le plus finement ajusté à ces élèves*, voire que cela soit ajusté « individuellement », élève par élève ! C'est de là que sont nées ces *transpositions didactiques* qui se sont concrétisées en des *temps didactiques* censés être méticuleusement « appropriés », des *analytiques* du savoir enseigné par quoi l'on veut faire, idéalement, que l'élève ne puisse pas faillir à arriver au bout de l'apprentissage qui a été si délicatement organisé pour lui ou elle. C'est tout cela que remet en débat la pédagogie de l'enquête à laquelle je travaille. Sans doute y crée-t-on toujours des conditions ordonnées à des apprentissages – nous sommes toujours dans la *problématique de base* de la didactique. Mais on tente de ne pas masquer plus qu'il n'est utile un fait massif, dont l'assomption participe de la formation de quiconque comme être social : les œuvres qui peuplent le monde (hormis celles qu'ont pu créer les éducateurs dont je parlais) *n'ont pas été créées pour moi*, pour que je les apprenne plus sûrement et plus facilement. Or c'est pourtant grâce à elles et avec elles que je pourrai construire des réponses aux questions qui se posent à moi.

b) Je prends ici un premier exemple. Imaginons que nous enquêtons sur la question des températures ressenties en partant du calculateur évoqué plus haut.

① On voit sur la capture d'écran qu'une expression clé semble être, en anglais, celle-ci : *wind chill*. Présentant cette expression à Google, on arrive à un article de *Wikipedia* (http://en.wikipedia.org/wiki/Wind_chill) intitulé précisément « Wind chill ». Par le truchement de cet article, on arrive alors à l'article en français correspondant, lequel est intitulé, lui, « Refroidissement éolien » (http://fr.wikipedia.org/wiki/Refroidissement_éolien). Dans cet article, on peut alors lire ceci :

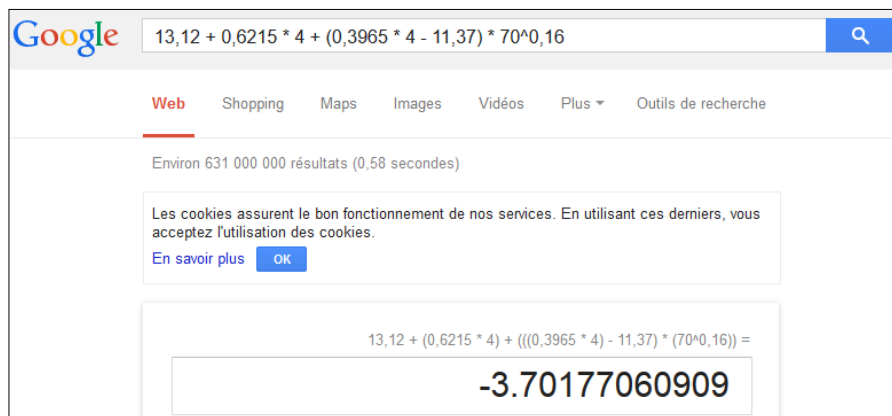
La formule de calcul du refroidissement éolien est la suivante :

$$R_C = 13,12 + 0,6215 T_C + (0,3965 T_C - 11,37) \times v_{\text{km/h}}^{0,16}$$

pour avoir un nombre similaire à des températures en °C, où T_C est la température ambiante exprimée en °C et $v_{\text{km/h}}$ est la vitesse du vent exprimée en km/h (cette formule du refroidissement éolien n'est formellement définie que pour des vitesses de vent de 4,8 à 177 km/h, et des températures de -50 °C à +10 °C)...

Utilisons cette formule avec les valeurs proposées plus haut au calculateur météo (4 °C, 70 km/h).

② Consultée, la calculatrice de Google répond ceci :



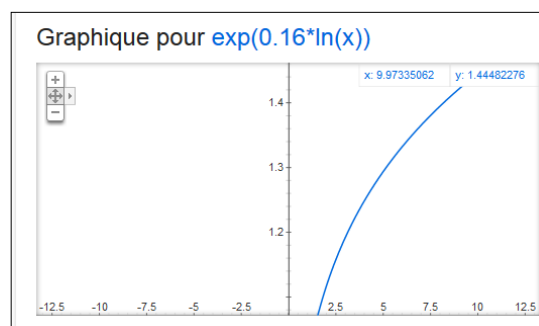
On retrouve donc la valeur retournée, plus haut, par le calculateur météo. J'ai dit que j'imaginai l'enquête correspondante conduite dans une classe « de fin de collège ».

③ Bien entendu, ce qui aura sauté aux yeux du lecteur, c'est que la formule ainsi rencontrée n'a pas été « fabriquée » pour être ajustée à des élèves de tel ou tel niveau scolaire. En particulier, du point de vue classique de la visite séquentiellement organisée des œuvres, elle n'est surtout pas faite pour des élèves de collège, et cela pour une raison très précise : à cause de la présence d'un facteur de la forme x^y (avec, ici, $x = v_{\text{km/h}}$ et $y = 0,16$), qui mobilise une *fonction puissance* dont l'étude « officielle » est rejetée à la fin du lycée. C'est précisément là un problème didactique que doit résoudre la pédagogie de l'enquête pour que le paradigme du questionnement du monde puisse s'émanciper du vieux monde didactique.

④ S'agissant des fonctions puissance, par exemple, on peut partir des calculatrices qui proposent une touche x^y pour examiner les valeurs de la fonction $x \mapsto x^{0,16}$ (par exemple). On devra ainsi essayer de comprendre le graphique suivant affiché par Google en réponse à la requête que l'on découvrira ci-après.



Une recherche dans une documentation ubiquitaire suggèrera peut-être ensuite de comparer les fonctions $x \mapsto x^{0,16}$ et $x \mapsto e^{0,16 \ln x}$, annoncées comme devant être égales (voir ci-après), etc.



c) Le principe même d'un tel travail peut être énoncé ainsi : observer, analyser, déconstruire le monde autour de nous pour tenter de le comprendre et de le reconstruire, au prix souvent d'accepter des lacunes dont le comblement sera un problème à affronter... ultérieurement. Je voudrais maintenant évoquer un travail que j'ai pu réaliser depuis quelques mois grâce à (et avec l'aide de) Anne Crumière dans une classe de 6^e d'un collège marseillais, le collège des Chartreux. Je n'insisterai pas, ici, sur les conditions concrètes de ce travail mais sur son contenu et ses principes. L'idée générique est de diligenter une enquête collective sur ce que permet une *œuvre* qui est en l'espèce un certain *dispositif de calcul* – un dispositif dont il faut découvrir les *gestes* qu'il appelle et qu'il permet, ce qui est une

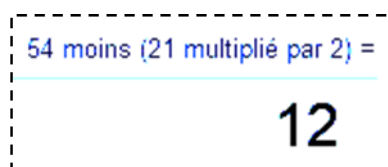
tâche *d'un type crucial aujourd'hui*. En l'espèce, il s'agissait d'explorer ce que la *calculatrice de Google* permet. (Je noterai désormais CG cette calculatrice.) Comme d'autres produits de Google, cette calculatrice est assez faiblement documentée et son étude « empirique » directe – qui est le parti adopté avec les élèves concernés – n'est donc pas déraisonnable.

① Une première partie du travail a porté sur une possibilité rare offerte par cette calculatrice, qui est de permettre à l'utilisateur de « lui parler en mots ».

❶ Par exemple, si l'on présente à CG la requête

54 moins 21 multiplié par 2

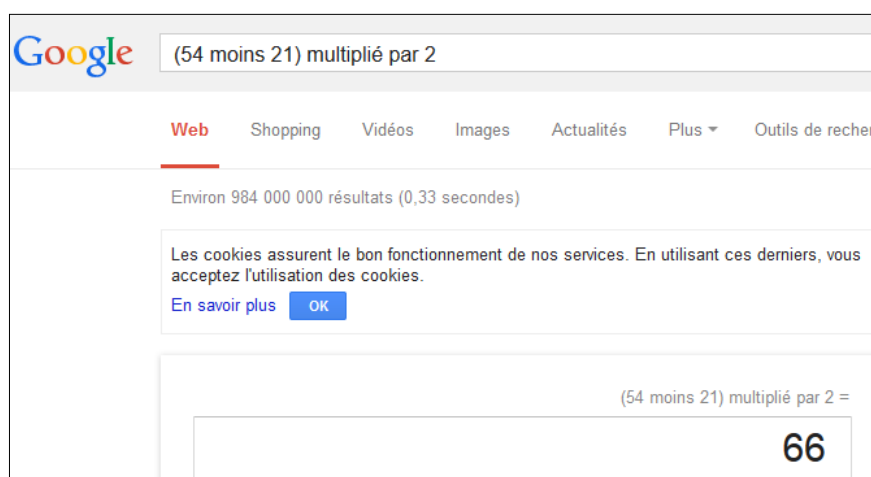
on obtient la réponse suivante :



54 moins (21 multiplié par 2) =

12

❷ On voit ici que CG a introduit des parenthèses qui explicitent son interprétation de l'expression qui lui a été communiquée. Nous sommes là face à une situation qui n'a pas été choisie par l'enseignant, qui surgit, qui s'impose, et qui va obliger l'utilisateur à se forger une technologie et une technique du parenthésage. Que faut-il faire par exemple pour obtenir de CG qu'elle calcule l'expression énoncée plus haut selon l'autre interprétation – non classique – que l'on peut vouloir lui suggérer ? Eh bien, il faut pour cela *user de parenthèses* dans l'écriture de la requête adressée à CG, comme on le voit ci-après :



L'utilisateur devra donc tout à la fois apprendre à *lire* les parenthèses introduites par CG pour vérifier qu'elle a bien compris et apprendre à *écrire* des parenthèses pour lui communiquer la « bonne » expression qu'on lui demande de calculer. Une telle « leçon » ne sera pas perdue, nous le savons.

En particulier, elle vaudra encore quand on se décidera à parler à CG « en symboles ».

③ On peut noter encore – l’exploration que l’on fait de CG est ouverte, libre – que l’on peut aussi bien fournir à CG les nombres *écrits* « en lettres », comme on le verra ci-après, où l’on observera que les résultats sont donnés eux-mêmes en lettres quand ils sont entiers :

(vingt et un multiplié par deux) plus douze =

cinquante-quatre

cinquante-quatre moins (vingt et un multiplié par deux) =

douze

cinquante-quatre divisé par vingt et un =

2.57142857143

② Une deuxième étape de l’enquête sur CG a alors concerné les calculs « exprimés en symboles ». Comme c’est le cas avec n’importe quelle calculatrice, il faut découvrir et apprendre les quelques symboles idoines.

① Les « quatre opérations » sont indiquées à l’aide de symboles classiques : le signe +, le signe – (qui n’est pas le tiret –), l’astérisque * et la barre oblique, soit /. On aura par exemple ceci :

23 * 17 =

391

127 - (12 * 7) =

43

(11.2 * 5) + (4.9 * 3) =

70.7

② L’exploration empirique recèle parfois des surprises. Deux élèves, agissant sans façon, ont ainsi « découvert » qu’une multiplication pouvait être indiquée à CG à l’aide de la lettre x, ainsi qu’on le verra ci-après.

54 - (21 x 2) =

12

(21 x 2) + 12 =

54

③ Une troisième partie de l’enquête a porté sur les *calculs avec unités*, que les programmes actuels poussent en avant sans que cela semble bien compris par les acteurs « de terrain » (professeurs, IPR, voire formateurs). Dans un

premier volet, les élèves ont travaillé sur les *sommes de grandeurs* et, plus précisément, sur les sommes de *longueurs*.

❶ On présente à CG la requête que voici :

$$56 \text{ m} + 81 \text{ m} + 93 \text{ m} + 72 \text{ m}.$$

CG répond ainsi :

$$(56 \text{ m}) + (81 \text{ m}) + (93 \text{ m}) + (72 \text{ m}) = \\ 302 \text{ mètres}$$

On aura de même :

$$(6 \text{ cm}) + (8 \text{ cm}) + (11 \text{ cm}) = \\ 25 \text{ centimètres}$$

❷ Que se passe-t-il si l'on a une somme de longueurs exprimées avec des *unités différentes* ? Demandons par exemple à CG de calculer $2 \text{ m} + 32 \text{ cm}$. CG répond ainsi :

$$(2 \text{ mètres}) + (32 \text{ centimètres}) = \\ 2,32 \text{ mètres}$$

❸ Une observation plus attentive montrera que, en fait, l'unité dans laquelle CG exprime sa réponse est celle *qui a été placée en tête dans la requête*. On a ainsi :

$$(32 \text{ centimètres}) + (2 \text{ mètres}) = \\ 232 \text{ centimètres}$$

❹ Cette observation permet de considérer une technique « malicieuse » : si l'on veut par exemple calculer la longueur $2 \text{ m} + 32 \text{ cm}$ en *décimètres*, on peut demander à CG de calculer par exemple l'expression

$$1 \text{ dm} + 2 \text{ m} + 32 \text{ cm} - 1 \text{ dm}.$$

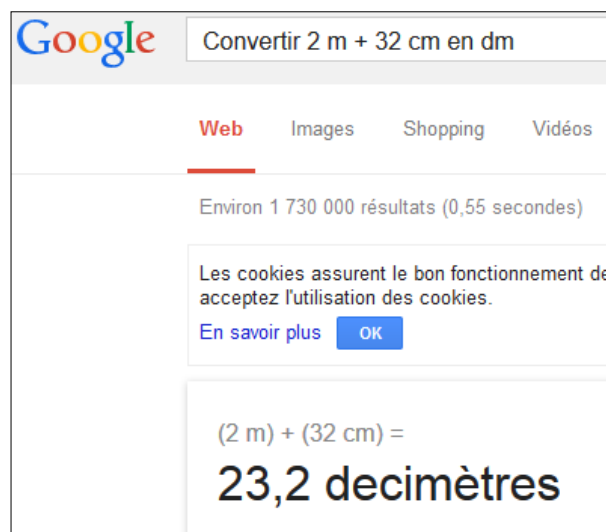
Cela conduit à la réponse suivante :

$$(1 \text{ dm}) + (2 \text{ m}) + (32 \text{ cm}) - (1 \text{ dm}) = \\ 23,2 \text{ decimètres}$$

⑤ Une technique peut-être plus audacieuse pour qui n'est pas habitué à calculer avec des unités consiste à obtenir la *mesure* de la longueur **2 m + 32 cm** quand on l'exprime en *décimètres* en demandant à Google de calculer le quotient (sans dimension) **(2 m + 32 cm) / dm** :

$$\frac{((2 \text{ m}) + (32 \text{ cm}))}{\text{dm}} = 23,2$$

Il s'agit là d'une technique à grande portée qu'il est bon d'avoir repérée. On découvrira plus tard une technique intégrée à CG, celle de la *conversion d'unités*, illustrée sur la capture d'écran suivante :



⑥ Un deuxième volet de l'étude a concerné les *calculs d'aires*, comme on le voit ci-après.

$\frac{(2 \text{ mètres}) * 8 \text{ decimètres}}{\text{dm}} = 1,6 \text{ m}^2$	$\frac{(2 \text{ mètres}) * 3 \text{ mètres}}{\text{m}} = 6 \text{ m}^2$
$\frac{(7 \text{ centimètres}) * 2 \text{ decimètres}}{\text{dm}} = 0,014 \text{ m}^2$	$\frac{(40 \text{ millimètres}) * 50 \text{ millimètres}}{\text{mm}} = 0,002 \text{ m}^2$

Il appert que CG donnent tous ses résultats *en mètres carrés*. La technique consistant à demander à CG ce que vaut (ici) le quotient **(7 cm × 2 dm) / cm²** pour obtenir la mesure de l'aire *en centimètres carrés* suppose de savoir exprimer le symbole **cm²** de façon compréhensible par CG. Classiquement, on peut écrire ce symbole sous la forme **cm^2**. La documentation indique que l'on peut aussi écrire : **cm**2**. On obtient alors ceci :

$$((7 \text{ cm}) * 2 \text{ dm}) / (\text{cm}^2) =$$

$$140$$

$$((7 \text{ cm}) * 2 \text{ dm}) / (\text{cm} ** 2) =$$

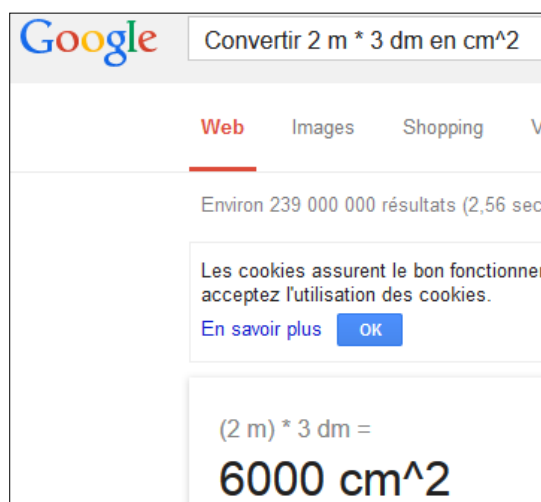
$$140$$

On obtient de même, en réponse à la requête **(4 mm × 5 mm) / mm²**, ce que voici :

$$((4 \text{ mm}) * 5 \text{ mm}) / (\text{mm} ** 2) =$$

$$20$$

Il est encore possible d'utiliser la fonction de conversion, comme on le voit ci-dessous :



⑦ Une difficulté à explorer porte sur les unités que CG « comprend ». À cet égard, il faut repérer une différence subtile : CG peut ne pas comprendre un symbole d'unité, par exemple **dam**, et comprendre son expression en toutes lettres : **décamètre**. C'est ainsi qu'on obtient ceci :

$$3 * (2 \text{ décamètres}) =$$

$$6 \text{ décamètres}$$

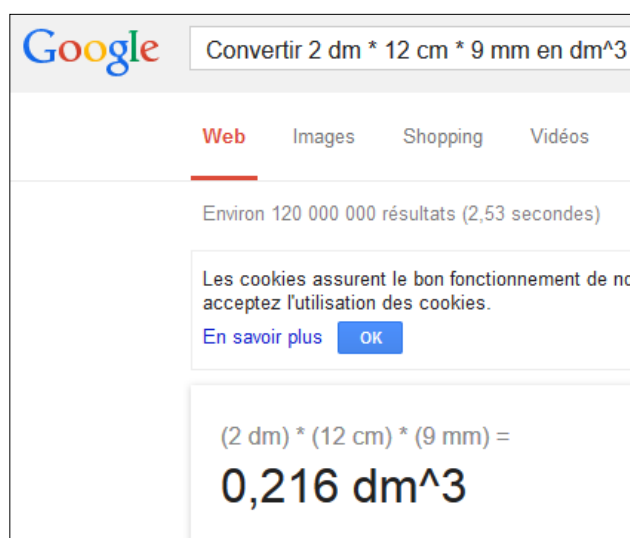
De la même façon, CG ne comprend pas **hm** mais comprend **hectomètre** ; etc.

⑧ Un troisième volet de l'étude, celui du *calcul de volumes*, pose à nouveau la question du « réglage » des unités et de leur expression. Google répond par exemple ceci :

$$(2 \text{ dm}) * (12 \text{ cm}) * (9 \text{ mm}) =$$

$$216 \text{ millilitres}$$

On peut observer en fait que, *quel que soit l'ordre des facteurs* que l'on présente à CG, la réponse est la même... On peut utiliser ici l'une ou l'autre des techniques vues plus haut pour obtenir le résultat dans une unité donnée. On a par exemple ceci :



⑨ Des problèmes semblables sont à repérer et à résoudre avec les autres espèces de grandeurs (masses, etc.) : je n'irai pas plus loin là-dessus ici.

④ J'ajoute seulement quelques notations concernant le lien avec le travail officiellement requis des élèves.

❶ Le manuel utilisé dans la classe, celui de la collection Phare (Hachette éducation), propose une page d'exercices (p. 256) qui se relie au travail d'enquête sur CG que je viens de décrire. En voici le contenu intégral :

1 Recopier et compléter.

a) 0,5 km = ... hm = ... dam = ... m = ... dm ; **b)** 63 500 mm = ... dm = ... m = ... hm = ... km.

2 Convertir ces longueurs en mètres.

a) 3 km ; **b)** 1,37 hm ; **c)** 0,54 dam ; **d)** 820 dm ; **e)** 9,61 mm ; **f)** 528 cm

3 Convertir ces longueurs en kilomètres.

a) 500 m ; **b)** 12 dam ; **c)** 3,9 dm ; **d)** 0,07 hm.

4 Recopier et compléter.

a) 7,2 m = ... cm ; **b)** 31,8 km = ... m ; **c)** 9 dm = ... mm ; **d)** 652 dm = ... m ; **e)** 29,8 m = ... km ; **f)** 3 cm = ... km.

5 Comparer les grandeurs suivantes :

a) 39,2 m et 630 dm ; **b)** 42 mm et 0,42 dm ; **c)** 305 m et 2,99 hm ; **d)** 0,718 km et 702 dam

6 Ranger ces longueurs par ordre croissant.

1,5 km | 1561 m | 151 dam | 16 hm | 15 101 dm

7 Calculer les longueurs suivantes :

a) 45 m + 9 dm + 7 cm ; **b)** 4 km + 9 hm + 3 m ; **c)** 5 dam + 7 cm ; **d)** 25 dm + 92 cm + 65 mm.

8 Recopier et compléter.

a) 0,07 t = ... q = ... kg = ...dag = ... g ; **b)** 492 000 dg = ... g = ... kg = ... q = ... t

9 Convertir ces masses en kilogrammes.

a) 45 t ; **b)** 200 dag ; **c)** 3,5 q ; **d)** 12,5 g ; **e)** 44,4 mg ; **f)** 520 cg ; **g)** 265,3 hg ; **h)** 6 dg.

10 Convertir ces masses en grammes.

a) 34 kg ; **b)** 984 dag ; **c)** 5 mg ; **d)** 17,8 dg ; **e)** 3,56 t ; **f)** 0,501 q.

11 Recopier et compléter.

a) 7 t = ... kg ; **b)** 6,54 q = ... kg ; **c)** 16,5 q = ... t ; **d)** 8,85 kg = ... g ; **e)** 24 g = ... kg ; **f)** 0,9 kg = ... dag.

12 Comparer les grandeurs suivantes :

a) 2,1 kg et 2090 g ; b) 53,4 g et 6300 mg ; c) 8,03 t et 804 kg ; d) 95,8 cg et 0,0099 hg.

13 Ranger ces masses dans l'ordre décroissant.

0,82 t | 822 kg | 8,3 q | 820 500 g | 8230 hg

14 Calculer les masses suivantes :

a) 9 kg + 392 g ; **b)** 4 t + 5 q + 7 kg ; **c)** 2 kg + 8 g + 6 cg ; **d)** 5 g + 61 cg + 853 mg.

On peut aisément se convaincre que tout le travail requis peut être accompli « avec Google » à l'aide des techniques vues plus haut.

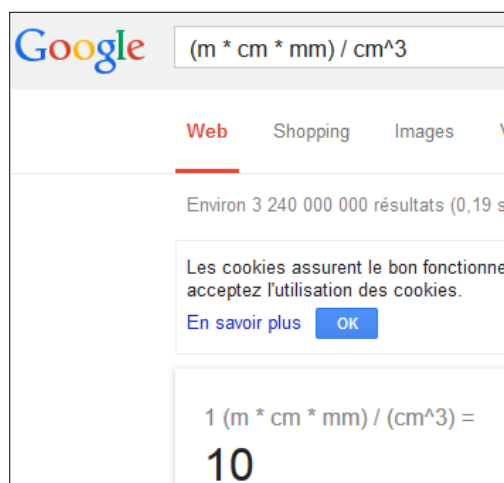
❷ Dans l'étude de CG que l'on vient d'évoquer à gros traits, on se demande comment fonctionne CG, quelles techniques il faut mettre en œuvre pour la « faire parler ». La situation n'est pas différente avec les exercices qui précèdent. Comment par exemple compléter l'égalité **0,5 km = ... hm** si l'on ne dispose que de moyens de calcul « à la main » ? La technique qui devrait émerger ici donnerait quelque chose comme ceci (il s'agit là d'un de ces calculs « paresseux » dont j'ai déjà fait l'éloge) :

$$0,5 \text{ km} = 0,5 (1000 \text{ m}) = 0,5 (10 \text{ hm}) = (0,5 \times 10) \text{ hm} = 5 \text{ hm}.$$

Si l'on sait, d'une façon ou d'une autre, que $\text{km} = 10^3 \text{ m} = 10 \text{ hm}$, on peut aussi écrire : $0,5 \text{ km} = 0,5 (10 \text{ hm}) = (0,5 \times 10) \text{ hm} = 5 \text{ hm}$. Cela noté, ce qu'on doit se demander dans les deux cas, c'est *comment fonctionne la machine (l'œuvre)* ; et aussi *de quoi nous parle-t-elle* et *que nous en dit-elle au juste*. La première œuvre – CG – nous dit qu'il est possible de lever le vieil interdit sur la considération de sommes telle $5 \text{ cm} + 3 \text{ dm} + 7,8 \text{ mm}$ ou de produits tel $5 \text{ cm} \times 3 \text{ dm} \times 7,8 \text{ mm}$. Elle nous dit donc quelque chose sur les longueurs et les aires qui, si cela ne nous a jamais été dit, change assez substantiellement notre *rapport* à ces objets. Et il en va de même de l'œuvre évoquée à propos du manuel de la classe, qui organise une première rencontre avec ce que Marianna Bosch et moi-même avons jadis appelé *l'algèbre des grandeurs*.

❸ Bien entendu, tout cela suppose l'existence d'un certain rapport préalable aux objets considérés – longueurs, aires, volumes, etc. – et qui puisse supporter et porter le changement engendré par la rencontre réalisée avec l'une ou l'autre œuvre. C'est là que je dois faire une halte pour répondre à une « objection » qu'aiment à faire ceux qui ne croient qu'en les œuvres sacralisées par la tradition et les rapports figés par la patine institutionnelle. Où est donc, diront-ils, le *concept* d'aire, ou du moins cette honnête notion d'aire qui est... la nôtre ? Où est donc, penseront-ils peut-être sans oser le dire, l'essence de ces choses ? J'emploie ce dernier mot à dessein : une telle interpellation, mi-naïve, mi-perverse, en tout cas tracassière, donne dans une épistémologie *essentialiste* et, pour cela, illusoire. Ce que nous connaissons d'un objet – celui d'aire par exemple – est enfermé dans notre *rapport* à cet objet. Quand il n'est pas définitivement coulé dans le béton d'une institution immobile, le rapport à un objet est indéfiniment promis à se modifier, à s'alléger, à s'enrichir, à dépérir ou à fleurir. L'illusion essentialiste naît du *figement*, sur une période de temps assez longue, de ce rapport : c'est alors que, de façon toute trompeuse, nous croyons connaître l'objet en question de façon « absolue », que nous imaginons en avoir atteint l'« essence ». Ce que le lecteur aura peut-être appris ou réappris en lisant le récit abrégé de la rencontre avec CG, c'est que les longueurs, les aires, les volumes sont des *grandeurs* (d'espèces différentes) qui, certes, se *mesurent* lorsqu'une *unité* est fixée et – surtout – entre lesquelles les opérations usuelles de l'arithmétique sont possibles, utiles et bienvenues. Le volume d'un parallélépipède de longueur L , de largeur ℓ , de hauteur h a pour volume $V = L \times \ell \times h$, et cela quelles que soient les unités dans lesquelles sont exprimées L , ℓ , h . L'égalité $V = L \times \ell \times h$ est une égalité dans l'algèbre des grandeurs, non dans l'algèbre des nombres. Si $L = 1,2 \text{ m}$, $\ell = 8,6 \text{ cm}$ et $h = 5,5 \text{ mm}$, on aura $V = (1,2 \text{ m})(8,6 \text{ cm})(5,5 \text{ mm})$, ce qu'on pourrait écrire $V = (1,2 \times 8,6 \times 5,5) \text{ m} \cdot \text{cm} \cdot \text{mm} = 56,76 \text{ v}$, où v est l'unité de volume

$m \cdot cm \cdot mm$. Si cette unité de volume ne vous plaît pas, si vous préférez (par exemple) des centimètres cubes, qu'à cela ne tienne ! Si nous ne sommes pas sûrs de nous-mêmes, interrogeons une dernière fois Google. Il répond ceci :



On a donc $V = 567,6 \text{ cm}^3$.

④ Un rapport à un objet n'est jamais définitif d'être tenu pour « définitif » et signant la fin de l'histoire. Le rapport à la notion d'aire – qui nous dit *provisoirement* « ce que c'est qu'une aire » – a beaucoup évolué au fil des siècles et il évoluera encore. Cela, l'épisode rapporté par André Warusfel dans un passage de l'article « Mesure, *mathématique* » de l'*Encyclopædia universalis* (<http://www.universalis.fr/encyclopedie/mesure-mathematique/1-definition-de-peano/>), que je reproduis partiellement ci-après, pourra aider à le retenir :

C'est en remarquant, dans un cours classique de son époque, que le concept d'aire était mal déterminé, que Giuseppe Peano fut conduit, en 1887, à en donner une définition assez précise. [...] Exposons l'idée de Peano sur des parties planes bornées B (l'intérieur d'une ellipse, par exemple). Il considère la famille de toutes les plaques polygonales incluses dans B . Puisque B est bornée, elle est par exemple incluse dans un rectangle R d'aire k . Son caractère borné fait que ces aires polygonales sont majorées par k . Leur ensemble admet donc une *borne supérieure*, c'est-à-dire un majorant des aires plus petit que tous les autres. Cette borne est la *mesure intérieure* M de l'ensemble B .

Le complémentaire B' de B dans R est lui aussi borné. Il admet donc une mesure intérieure M' ; Peano appelle alors *mesure extérieure* M_+ de B le nombre $k - M'$.

Cette seconde mesure est indépendante du choix de R . Elle est supérieure ou égale à la mesure intérieure M ; c'est aussi la borne inférieure des aires des plaques polygonales contenant B . La partie B est dite *mesurable*, et de *mesure* M , si les nombres M et M_+ sont égaux, M étant leur valeur commune.

Peano, 1887. De qui ne saurait pas tout cela, et bien d'autres choses encore, on pourrait dire perfidement qu'il ne connaît pas *vraiment* la notion d'aire. Il arrive ainsi que l'arroseur se retrouve arrosé. La mise à jour de notre encyclopédie ordinaire et, ici, de notre livre de mathématiques, est une tâche qui, par nature, n'a pas de limite.

That's all, folks!