

UMR ADEF

JOURNAL DU SEMINAIRE TAD/IDD

Théorie Anthropologique du Didactique
& Ingénierie Didactique du Développement

There is a phrase I learned in college called, "having a healthy disregard for the impossible." That is a really good phrase. Larry Page (1973-)

Ce canard n'a qu'un bec, et n'eut jamais envie / Ou de n'en plus avoir ou bien d'en avoir deux. Jean Richepin (1849-1926)

Le séminaire TAD & IDD est animé par Yves Chevallard au sein de l'équipe 1 de l'UMR ADEF, dont le domaine général de recherche s'intitule « École et anthropologie didactique des savoirs ». Ce séminaire a, solidairement, une double ambition : d'une part, il vise à mettre en débat des recherches (achevées, en cours ou en projet) touchant à la TAD ou, dans ce cadre, à des problèmes d'ingénierie didactique du développement, quel qu'en soit le cadre institutionnel ; d'autre part, il vise à faire émerger les problèmes de tous ordres touchant au développement didactique des institutions, et notamment de la profession de professeur de mathématiques. Deux domaines de recherche sont au cœur du séminaire : un domaine en émergence, la didactique de l'enquête codisciplinaire ; un domaine en devenir, la didactique des savoirs mathématiques.

La conduite des séances et leur suivi se fixent notamment pour objectif d'aider les participants à étendre et à approfondir leur connaissance théorique et leur maîtrise pratique de la TAD et des outils de divers ordres que cette théorie apporte ou permet d'élaborer. Sauf exception, les séances se déroulent le vendredi après-midi, de 15 h à 17 h puis de 17 h 30 à 19 h 30, cette seconde partie pouvant être suivie en visioconférence.

→ Séance 1 – Vendredi 12 novembre 2010

UN RAPPORT PATHOGÈNE À LA CONNAISSANCE ?

1. Rétrocognition et procognition

a) Je commence le séminaire de cette année 2010-2011 par ce qui me semble le plus urgent – j'en viendrai dans un moment à « l'actualité » –, je veux dire *la théorie*, la théorie anthropologique du didactique, s'entend. Dans les dernières séances du séminaire de l'an passé, j'ai introduit et opposé l'une à l'autre les expressions de *mode d'étude rétroactif* et de *mode d'étude proactif*. J'y reviens rapidement car elles éclairent, me semble-t-il, un grand nombre de faits de la vie praxéologique et didactique. J'ajoute à notre lexique deux nouveaux vocables : ceux de *rétrocognition* et de *procognition*, dont la

motivation est claire. Ainsi parlerai-je de *problématique rétrocognitive* et de *problématique procognitive*. La première, on le conçoit, est étroitement liée au *paradigme de la visite des œuvres* (mais non bien sûr au *fait* de l'étude – finalisée – d'une œuvre déterminée). Dans cette problématique, selon un schéma politique pluriséculaire dont nous ne nous sommes pas affranchis, qui demeure même largement dominant, l'étudiant x ne s'aventure pas à étudier de son propre chef une œuvre *nouvelle* pour lui – sauf à être convaincu d'autodidaxie, ce qui a de tout temps été tenu pour crime affreux envers les Autorités. Il ne peut que revenir à des œuvres auxquelles, si je puis dire, il aura été officiellement présenté par quelque y , x et y étant pour cela, en règle générale, mandatés par une institution détentrice, à cet égard, d'un pouvoir d'investiture.

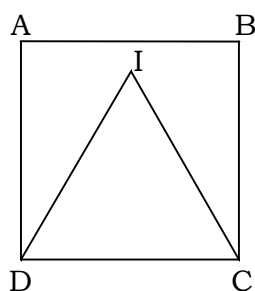
b) Le réflexe qu'engendre la domination exclusive de la problématique rétrocognitive peut se décrire à partir du schéma herbartien, dont, pourtant, l'affinité avec la problématique *procognitive* pourrait à tort paraître prépondérante, et que je rappelle ici :

$$[S(X; Y; Q) \Rightarrow \{ R_1^\diamond, R_2^\diamond, \dots, R_n^\diamond, O_{n+1}, \dots, O_m \}] \Rightarrow R^\heartsuit.$$

Ce schéma permet de distinguer trois degrés au moins dans le biais rétrocognitif. Face à une question Q qui se pose, le degré le plus élevé se traduit par l'*évitement* pur et simple de la question, par sa dénégation. Vient ensuite, au deuxième degré, le réflexe consistant à chercher directement la réponse $R^\heartsuit$ parmi les réponses $R^\diamond$ *antérieurement rencontrées*. Enfin – et l'on se rapproche alors de l'attitude procognitive –, le troisième degré conduit, non pas à rechercher la réponse exclusivement parmi les *réponses « connues »*, mais à s'en tenir à rechercher, *parmi les œuvres O connues*, lesquelles pourraient permettre d'élaborer une réponse à Q . Par contraste, la problématique procognitive enjoint d'être tendu vers *la prospection de l'inconnu* sans pour cela, au reste, négliger la rétrospection, le connu, vers quoi on ira toutefois à *nouveaux frais*, comme en un recommencement.

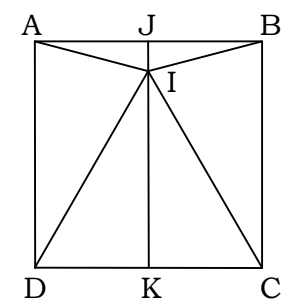
2. Entre rétrocognition et procognition : deux épisodes didactiques

a) Je voudrais illustrer les considérations précédentes avec deux exemples recueillis récemment. Le premier est mathématique. Dans la note de



synthèse pour l'habilitation à diriger des recherches rédigée par notre collègue de Grenoble Hamid Chaachoua, je tombe sur un « exercice » de géométrie extrait d'un manuel bien connu. Voyez la figure ci-contre : un carré ABCD avec, à l'intérieur, un triangle équilatéral CID. Pour une certaine raison, on demande la valeur de l'angle $\widehat{BAI}$. Un réflexe fortement rétrocognitif

consiste, quand on a baigné dans les mathématiques du secondaire, à se dire : « Comment on fait *déjà* ? » Je suppose que cela advient même quand on n'a aucune raison de penser que l'on aurait jamais rencontré cette question ! Une attitude moins déterminée par le biais rétrocognitif consistera, bien entendu, à se demander « Comment faire cela ? » et donc à



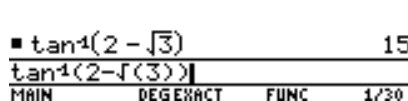
examiner des œuvres possiblement utiles. Imaginons par exemple que l'étudiant x considère ceci : la tangente de l'angle $\widehat{BAI}$ est égale au rapport $\frac{IJ}{AJ}$ (voir ci-contre). Soit

$2a$ la mesure des côtés du carré $ABCD$; on a $AJ = DK = a$ et, dans le demi-triangle équilatéral DKI , rectangle en K , il vient $KI^2 = DI^2 - DK^2 = (2a)^2 - a^2 = 3a^2$ et donc $IJ = KJ - KI = 2a - a\sqrt{3}$, en sorte que l'on obtient $\tan \widehat{BAI} = 2 - \sqrt{3}$. De quel angle aigu le nombre $2 - \sqrt{3}$ est-il la tangente ? Une



calculatrice scientifique indique que $\tan^{-1}(2 - \sqrt{3}) = 15^\circ$ (voir ci-contre). Or on « connaît » la formule

$$\tan 2\alpha = \frac{2\tan \alpha}{1 - \tan^2 \alpha} ; \text{ lorsque } \alpha = 15^\circ, \text{ on a } \tan 2\alpha$$



$$= \tan 30^\circ = \frac{1}{\sqrt{3}}, \text{ si bien, si l'on pose } t = \tan 15^\circ,$$

on obtient l'équation en t $1 - t^2 = 2\sqrt{3}t$, ce qui s'écrit encore $t^2 + 2\sqrt{3}t - 1 = 0$ ou $(t + \sqrt{3})^2 - 4 = 0$. Cette dernière équation a pour solution positive $2 - \sqrt{3}$: on a donc bien $\widehat{BAI} = 15^\circ$. Avant de passer à mon deuxième exemple, je me permets de solliciter vivement les participants pour qu'ils m'adressent *des solutions autres que celle-ci*, que je viens en quelque sorte de « sacrifier » ; j'en prendrai connaissance et y reviendrai lors d'une prochaine séance pour analyser les outils effectivement utilisés.

b) Le second épisode est advenu récemment dans le cadre d'un colloque où Caroline Ladage et moi-même avons fait une communication de... vingt minutes. Personnellement, j'ai observé que, lorsque j'avais une heure au moins pour présenter, avec les éléments indispensables de TAD, le phénomène de la rétrocognition, cette gageure pouvait être soutenue en cela que les auditeurs semblaient entendre quelque chose de mon propos. En revanche, les conditions régnantes dans le colloque que j'évoque ici étaient de nature à ne pas aider les auditeurs à sortir de leur posture rétrocognitive et même, on va le voir, pouvait les renforcer, de façon quasi mécanique, dans cette disposition d'esprit. Je me suis trouvé en cette affaire – c'est là un aspect que je crois important – devant un public composite, hétérogène, me semble-t-il, et qui, en tout cas, paraissait très largement étranger à la TAD, pour lequel, donc, les analyses que j'ai tenté de présenter étaient essentiellement *inouïes* et, faute d'un temps d'exposition plus long, peu intelligibles. À la fin de la communication, le rituel du débat impose ses exigences. Contre l'orateur qui, pour être un homme, n'en reste pas moins

un chercheur, quelques voix masculines s'élèvent. Mais comment le faire quand on n'entend pas vraiment le contenu à propos duquel on prétend intervenir – même s'il est vrai que l'on intervient moins contre l'énoncé proféré (que l'on n'entend guère, je l'ai dit) que contre *le fait même de l'énonciation* ? Pour contrebattre les dires du vieux mâle dominant, il fallait manifester qu'existaient de plus jeunes mâles, et qui n'avaient pas dit leur dernier mot, ni même peut-être leur premier ! Mais que diable peuvent-ils faire dans ces cas-là ? Il leur reste, bien sûr, à puiser dans le trésor rétrocognitif qu'ils croient avoir amassé – ce qui est, nous le verrons dans un instant, une perfide illusion. L'un des jeunes mâles, ainsi, asséna quelques allégations peu compréhensibles pour l'orateur (qui se voyait ainsi gêner pour répliquer et, conséquemment, se sentit frustré d'une volupté agonistique qu'il n'eût pas refusé) ; celui-là tenta même d'utiliser ce qu'il se rappelait de mathématiques supérieures, jusqu'à la dérivée seconde inclusivement. (J'ignore s'il s'agissait d'en arriver ainsi à une connivence électorale avec moi ou si, à ce point innocent, le jeune combattant voulait par cela me clouer le bec.) Je passe sur d'autres manifestations de semblable calibre mais d'un type plus anodin. J'en viens à une intervention d'un collègue au demeurant fort sympathique, qui eut à mes yeux de chercheur le mérite immense d'offrir sans le vouloir une illustration presque pure de deux propriétés que revêtent beaucoup d'actes rétrocognitifs. Comme j'avais parlé d'*enquête*, on s'en doute, ce participant, dont la formation était en histoire et géographie, puisa dans ses souvenirs pour mentionner Thucydide et le grec *historia*, d'où vient notre « histoire », mais qui signifie, en grec, « enquête », etc. Première propriété : tout cela, qui est le *b*, *a*, *ba* pour quiconque a un peu enquêté sur la notion d'enquête, peut faire grosse impression sur le profane : voilà un homme qui en a sous la pédale, etc. Deuxième propriété : un tel usage opportuniste et volontiers agonistique du « trésor » accumulé – mais mal contrôlé – est fréquemment *erroné*. Je fis ainsi remarquer à ce collègue, après la séance qui nous réunissait, qu'il avait donné un superbe exemple de rétrocognition, ce qu'il reconnut très volontiers, mais, ajoutai-je, d'une rétrocognition classiquement accompagnée de la quasi inévitable erreur qui est le prix à payer pour une telle complaisance avec soi-même : car *historia*, ce n'est pas Thucydide, né vers -460, mais bien son aîné Hérodote, né vers -484 et que Thucydide aurait entendu, enfant, lire son œuvre ; ce que notre ami reconnu d'ailleurs sans autre façon.

3. La pulsion rétrocognitive comme obstacle

a) Ainsi qu'on peut l'apercevoir dans ce qui précède, le réflexe rétrocognitif est un bien mauvais ingrédient du débat scientifique, parce qu'il pousse – imprudemment – aux effets de manche, sans vrai souci de ce qui devrait venir en débat et en gênant même fortement la *compréhension élémentaire* de

ce qui est véritablement avancé. C'est, plus généralement, un obstacle à la diffusion des connaissances, puisque la conséquence de ce réflexe est de créer un écran de fumée qui ralentit le travail visé. Le réflexe rétrocognitif est, je l'ai dit déjà, consubstantiel au paradigme de la visite des œuvres : il nous enferme dans la ressouvenance, dans les incertitudes de l'amnésie et dans les approximations redoutables de l'anamnèse. Inversement, habitus sournois, il constitue un terrible obstacle à l'entrée dans le paradigme du questionnement du monde. Je vous invite à garder tout cela en tête dans ce qui suit en cette séance comme dans celles qui suivront.

b) Dans un recueil de textes récemment publié (2010), intitulé habilement *Le goût de l'école*, on trouve un extrait d'un roman d'Alberto Moravia (1907-1990) intitulé *La disubbidienza* (*La désobéissance*) et publié en 1948 ; j'en reprends ici ce long passage :

Il avait imaginé, en plus du sommeil, un autre moyen pour ne pas étudier, un moyen que, dans son langage solitaire, il appelait exercice de distraction. Cet exercice consistait à lire et à écrire machinalement, tout en cherchant, de toutes ses forces, à se rendre étranger aux choses qu'il écrivait ou qu'il lisait. Ainsi, par exemple, cette phrase de son manuel d'histoire : « Maintenant, la situation en France et en Europe était telle qu'elle permettait au gouvernement français de prendre en considération la requête du roi d'Espagne... » Bien que lisant ces mots, Luca en détournait obstinément son attention, de façon à les isoler dans une atmosphère vide et absurde. Et, en effet, au fur et à mesure qu'il les épelait, ils lui semblaient s'éloigner en une sorte de perspective plate et vertigineuse, se rapetissant progressivement, comme ceux que les oculistes font lire sur leurs tableaux pour contrôler la vue de leurs clients ; et puis, lorsqu'ils étaient presque sur le point de disparaître à l'horizon de cette vaste plaine au bout de laquelle ils étaient allés se tapir, ils lui semblaient soudain se dresser devant lui, telles les lettres d'un jeu de cubes, effrayants par le son et énormes de taille : « Maintenant, la situation en France et en Europe... » Il prenait plaisir à constater que, dans ces mouvements de va-et-vient, les mots, bien que résonnants dans son esprit syllabe après syllabe, demeuraient incompréhensibles, affranchis de toute signification, privés de tout squelette logique, plus morts que ceux de n'importe quelle langue morte. Parfois, pour se confirmer encore dans ce sentiment, il lisait à voix haute et s'apercevait avec satisfaction que le son n'expliquait pas les mots, mais y ajoutait même un sens absurde. Sachant qu'il lui suffisait d'un léger effort des muscles auriculaires pour rendre sa voix extérieure et étrangère, comme si elle fût sortie d'une bouche qui n'était pas la sienne, il s'amusait à répéter la même phrase sur le ton flûté d'une femme ou caverneux d'un croque-mitaine : « Maintenant, la situation en France et en Europe... » D'ordinaire, cet exercice se terminait par l'habituel assoupissement. Luca sentait venir celui-ci de bas

en haut, sous la forme d'un rapide engourdissement des jambes ; il se levait alors, et, titubant, allait se jeter sur son lit. Les yeux fixés sur sa table où il voyait pleuvoir inutilement sur les livres abandonnés la lumière de la lampe, il se laissait submerger par le flux noir du sommeil. Il dormait une heure ou deux, puis se réveillait et découvrait avec plaisir que le temps avait passé et que, pour ce jour-là, il ne pouvait plus être question d'étudier, et que, le lendemain, en classe, il ne saurait pas sa leçon. (pp. 83-85)

L'auteur dépeint ici ce qu'on peut appeler une technique « antididactique », où l'étude se mue en non-étude. Mais je voudrais donner de cela une vision autre, en prenant un peu de champ par rapport à la problématique de Luca, le jeune héros du romancier italien. La pulsion rétrocognitive pousse à transformer du procognitif en rétrocognitif, et souvent à le faire compulsivement ; à faire que ce que l'on a *devant soi*, on l'ait très vite *derrière soi*, et cela afin de faire cesser, si je puis dire, le scandale de l'état procognitif. C'est cela que marque, chez beaucoup de petits rétrocognitifs, l'usage rituel, quasi jubilatoire du verbe pronominal *s'avancer*. On entendra ainsi, *horrible dictu*, tel élève dire à ses parents : « Nous avons eu deux heures de cours qui ont sauté, le prof était malade ; j'en ai profité pour m'avancer. » Entendez : « J'en ai profité pour faire passer *derrière moi* des œuvres que j'avais encore *devant moi*. » Luca représente à cet égard une limite. Car la *qualité* de ce qui n'existera plus, dès lors, que sous forme rétrospective – et non plus prospective – importe moins, on l'aura compris, que la *quantité* d'avenir cognitif potentiel qui aura ainsi été transmué en *passé cognitif* promis à l'oubli et à la remémoration (approximative). Ce qui importe tient ici dans un pur changement de sens : désormais, s'agissant de ce qui aura ainsi été « étudié », au lieu d'avoir à regarder *vers l'avant*, on pourra regarder *en arrière*. Je crains que cela ne s'applique par excellence à celles et ceux qui ont à étudier une masse énorme de fragments d'œuvres sans avoir véritablement le goût de ces œuvres non plus que le temps d'y prendre goût – et je pense notamment, ici, aux candidats au CRPE, auxquels je reviendrai, je pense.

LES MATHÉMATIQUES ET LE RESTE

1. Sale temps pour les maths ?

a) Vous le savez sans doute : une pétition intitulée *La France a besoin de scientifiques* a été lancée le 27 octobre pour faire connaître l'inquiétude suscitée par le projet de réforme du lycée du ministre de l'Éducation nationale, Luc Chatel. Le quotidien *Le Monde*, dans son édition du 5 novembre 2010, titrait à ce propos : « La communauté scientifique s'inquiète

des conséquences de la réforme du lycée » (p. 14). Voici le texte intégral de cette pétition (voir <http://irem.univ-lille1.fr/PetitionLycee/>) :

La France a besoin de scientifiques

Les enseignants, mais aussi les milieux scientifiques, économiques et industriels, s'inquiètent des conséquences de la réforme actuelle du lycée sur l'avenir de notre pays

La société du XXIème siècle va avoir un grand besoin des scientifiques à tous les niveaux. Elle est confrontée à de grands défis : ressources en eau, énergie et alimentation ; réchauffement climatique ; développement durable ; communication et connaissance ; santé, etc. Relever ces grands défis exige la mise en œuvre de connaissances scientifiques et de solutions technologiques les plus avancées. Or l'engagement de la jeunesse dans les carrières scientifiques est réticent.

Notre pays a besoin d'un engagement de la jeunesse dans les sciences, le système éducatif français ne forme pas suffisamment d'ingénieurs pour les besoins de l'innovation, le métier de chercheur est de moins en moins prisé par les meilleurs éléments de notre jeunesse.

C'est pourquoi les enseignants, mais aussi les milieux scientifiques, économiques et industriels s'inquiètent des conséquences de la réforme actuelle du lycée sur l'avenir de notre pays.

L'occasion était donnée de renforcer l'enseignement en sciences au lycée afin de former les professionnels et les scientifiques dont la France a besoin pour garder sa place dans la compétition mondiale. Or moins de la moitié des horaires en première S est consacrée aux sciences : ce n'est pas raisonnable.

Les pays européens les plus innovants mettent l'accent sur la démarche expérimentale. Or l'organisation des séances de travaux pratiques n'est plus définie dans un cadre national : ce n'est pas raisonnable.

On ne peut que se réjouir de la revalorisation annoncée des filières littéraire et économique. Or le jeu des options interdit à trop d'élèves de ces filières de choisir l'enseignement scientifique dont ils ont besoin : ce n'est pas raisonnable.

Les formations technologiques, par essence spécialisées, sont vitales pour l'économie de la France. Or l'uniformisation des programmes au lycée technique empêche les jeunes de se spécialiser dans les domaines qui les motivent : ce n'est pas raisonnable.

Le principe de l'accompagnement personnalisé est excellent. Or sa mise en œuvre se fait au détriment de la formation commune. Cela remet en question l'équité de notre système éducatif, accentue la disparité entre établissements et affaiblit la démocratisation de l'enseignement : ce n'est pas raisonnable.

En conséquence, les associations, les sociétés savantes et les personnalités suivantes demandent à Monsieur le ministre de l'éducation nationale de bien vouloir prendre conscience des conséquences de la réforme actuelle du lycée sur l'avenir de notre pays.

Il est urgent d'engager une réflexion digne des enjeux.

Notons d'abord le fait central qui motive cette démarche : les changements prévus dans les horaires des enseignements scientifiques. Le tableau ci-après concerne les classes de *première* générales : il a été préparé par le « collectif Action sciences » (<http://irem.univ-lille1.fr/PetitionLycee/InfoPetition.html>).

Enseignements obligatoires	Horaire élève actuel (BO n°29, juillet 2000)			Horaire élève prévu par la réforme Chatel		
	S	ES	L	S	ES	L
Enseignements communs						
Français	4h	4h	6h	4h	4h	4h
Histoire-géographie	2h30	4h	4h	4h	4h	4h
Langues vivantes 1 et 2	4h	4h30	5h30	4h30	4h30	4h30
Education Physique et Sportive	2h	2h	2h	2h	2h	2h
Education civique, juridique et sociale	0h30	0h30	0h30	0h30	0h30	0h30
Total enseignements communs	13h	15h	18h	15h	15h	15h
Enseignements de spécialisation	S	ES	L	S	ES	L
Mathématiques	5h	3h	2h	4h	3h	
Physique-chimie	4,5h		1h30	3h	1h30 ⁽⁸⁾	1h30 ⁽⁸⁾
Sciences de la vie et de la Terre	4h ⁽¹⁾	1h30		3h ⁽²⁾		
Sciences économiques et sociales		5h			5h	
Littérature française						2h
Littérature étrangère en langue étrangère						2h
Un enseignement obligatoire au choix		2h ⁽³⁾	3h ⁽⁴⁾			3h ⁽⁵⁾
Total enseignements de spécialisation	13,5⁽⁶⁾	9h30	6h30	10 h⁽⁷⁾	9h30	8h30
Accompagnement personnalisé				2h	2h	2h
Travaux personnels encadrés	2h	2h	2h	1h	1h	1h
Horaire total élève	28h30	28h30	26h30	28h	27h30	26h30
Option facultative	3h	3h	3h			

Les réductions dans les matières scientifiques sont sensibles ; on notera aussi le traitement promis aux TPE, qui semble moins concerner les pétitionnaires. Le tableau ci-dessous concerne, lui, les classes terminales correspondantes, pour lequel le traitement est en apparence assez différent :

Enseignements obligatoires	Horaire élève actuel (BO n°29, juillet 2000)			Horaire élève prévu par la réforme Chatel		
	S	ES	L	S	ES	L
Philosophie	3h	4h	7h	3h	4h	8h
Histoire-géographie	2h30	4h	4h		4h	4h
Langues vivantes 1 et 2	4h	4h	5h	4h	4h	4h
Education Physique et Sportive	2h	2h	2h	2h	2h	2h
Education civique, juridique et sociale	0h30	0h30	0h30	0h30	0h30	0h30
Mathématiques	5,5h	4h		6h	4h	
Physique-chimie	5h			5h		
Sciences de la vie et de la Terre	3h30 ⁽²⁾			3h30 ⁽²⁾		
Sciences économiques et sociales		6h			5h	
Littérature française			4h			2h
Littérature étrangère en langue étrangère						1h30
Une "spécialité" obligatoire au choix	2h ⁽³⁾	2h ⁽⁴⁾	2-5h ⁽⁵⁾	2h ⁽⁶⁾	1h30 ⁽⁷⁾	3-5 h ⁽⁸⁾
Accompagnement personnalisé				2h	2h	2h
Horaire total élève	28h30	28h30	26h30	28h	27h	27h
Option facultative	3h	3h	3h	2h ⁽¹⁾		

Ici, on observe une *augmentation* d'une demi-heure de mathématiques. Pour prendre un peu plus de recul, on peut examiner le tableau suivant, que l'on trouve sur le même site :

1ère C puis S	<1992	1993	2001	2011
Mathématiques	6	6	5	4
Physique-Chimie	5	4,5	4,5	3
Total	11	10,5	9,5	7

Terminale C puis S	<1993	1994	2002	2012
Mathématiques	9	6	5,5	6
Physique-Chimie	5	5	5	5
Spécialité		2	2	2
Total	14	13	12,5	13

1ère + Terminale C puis S				
Mathématiques	15	12	10,5	10
Physique-Chimie	10	9,5	9,5	8
Spécialité		2	2	2
Total	25	23,5	22	20

Ce tableau a l'avantage de montrer un mouvement de long terme. Dans le numéro du *Monde* déjà mentionné, la signataire de l'article – Maryline Baumard – prête ces propos à Cédric Villani, lauréat de la médaille Fields 2010 :

Il faut qu'un élève se sente en sécurité en sciences, qu'il apprivoise la matière peu à peu, qu'il se sente soutenu et accepte de faire des efforts intellectuels qui pourraient être effrayants sinon. Pour beaucoup d'enfants et d'adolescents, les sciences sont comme un territoire inconnu. Il ne faut donc pas hésiter à passer du temps pour apprivoiser le sujet avec ses difficultés, sans les contourner, accepter d'être déstabilisé pour découvrir que l'on peut résoudre, avec une aide si besoin, un problème non familier.

C'est de procognition qu'il s'agit ici ! L'observation faite par Cédric Villani ne vaut pas, je crois, que pour les sciences : elle est une évidence de toute formation, me semble-t-il, où la *durée d'étude*, la *persévérance*, l'*endurance* – ce qu'on nomme en anglais *staying power* – constituent des facteurs clés. On le sait, on ne peut faire l'économie du temps : contrairement au « café instantané », l'apprentissage ne saurait être instantané.

b) Tout cela noté, vous aurez remarqué, bien sûr, que ce qui semble intéresser exclusivement les pétitionnaires, ce sont, si l'on peut dire, les *travailleurs scientifiques*, des plus humbles aux plus coruscants ; et, de fait, les premiers signataires de la pétition ont été recrutés parmi les stars de la science française. À aucun moment, semble-t-il, l'attention des

pétitionnaires ne s'élargit du « peuple scientifique » au « peuple citoyen ». Nous sommes bien loin du slogan *Mathematics for All!* ou, pour remonter un peu plus encore dans un passé récent, du mot d'ordre *Science for the people* (voir l'article de même nom dans *Wikipedia*). La disjonction est-elle donc accomplie ? Il y aurait alors le « peuple de la science » et le reste du monde. Il ne semble pas que, pour autant, le motif de la protestation ait été mis en relation avec cette disjonction même. Or on peut penser que l'absence d'attractivité *culturelle* des mathématiques et des sciences – en dépit de la révérence toute formelle qu'elles reçoivent encore – est à la racine et de la rétraction de l'intérêt juvénile pour elles et de leur indéniable déclin scolaire. Condorcet souhaitait « rendre la raison populaire » ; l'idée de rendre les sciences et la recherche *populaires* semble absente du mouvement contre la réforme du ministre Luc Chatel autant qu'elle est absente, je présume, de cette réforme même. Le peuple scientifique, donc, ne s'immisce pas dans les affaires du peuple citoyen ! Or la culture dominante à laquelle le citoyen d'aujourd'hui est soumis est pourtant un obstacle essentiel à cette popularisation ; *et elle est le problème*. Le souci des connaissances scientifiques, de leur diffusion, de leur utilisation est, de fait, *le problème de tous* – de ceux qui sont exclus de cette préoccupation comme de ceux qui les en excluent. Je noterai *in fine* que, à cet égard, et d'après *Le Monde* toujours, Pierre Tapie, directeur de la Conférence des grandes écoles, a tenu à apparaître dans la pétition comme « patron d'une école de management, l'Essec », expliquant ce choix dans les termes que voici : « Je crains qu'une baisse de niveau en mathématiques des étudiants n'entrave leur formation en management. » Nous sommes ici un peu plus près de ce que dont je voudrais vous entretenir – disons, les besoins divers, différents *de chacun* en connaissances mathématiques *et autres*.

2. Indifférence et hostilité culturelles aux sciences

a) La culture dominante est aujourd'hui au mieux indifférente aux connaissances scientifiques. Le phénomène a été thématiqué dans l'ouvrage classique de Charles Percy Snow (1905-1980), *The Two Cultures* (1960). C'est le thème du divorce entre les cultures « humanistiques » et les cultures scientifiques, entre sciences et humanités. Lorsque, ainsi, les institutions médiatiques dominantes, de France culture à Canal+, se croient tenues de recevoir un scientifique, elles ressemblent à une poule qui aurait trouvé un couteau : elles en sont toutes gênées, quand elles ne sont pas ouvertement frondeuses ou sarcastiques – un couteau, comme c'est bizarre ! Ainsi en fut-il, paraît-il, lors du passage de Cédric Villani au Grand Journal de Canal+ le 8 septembre 2010, séquence dont, hélas ! je n'ai pas pu trouver d'enregistrement. (Voir toutefois la réaction d'un internaute à cet

événement : <http://lejournaldezeno.hautetfort.com/archive/2010/09/10/canal-franck-dubosc-et-cedric-villani.html>.)

b) J'évoquerai ici rapidement une autre « affaire », celle d'une note manuscrite de Blaise Pascal (1623-1662) sur un sujet de mathématiques, note qui a été récemment retrouvée par un spécialiste de cet auteur, Dominique Descotes. Plusieurs points sont ici à souligner. Apparemment de nombreux spécialistes sont passés à côté de cette découverte : la note se trouve au dos d'un fragment des *Pensées* détenu par la Bibliothèque nationale de France. Dans un entretien paru dans le magazine *La Recherche* (<http://www.larecherche.fr/content/actualite-mathematiques/article?id=28664>), D. Descotes déclare :

J'ai repéré ce manuscrit parmi les clichés du manuscrit des *Pensées* que le centre international Blaise-Pascal était en train de faire numériser. Sur le verso de ce manuscrit des *Pensées*, j'ai vu un texte mathématique partiellement effacé et raturé. Cette page mathématique était sous les yeux de tous depuis des années dans les fonds de la Bibliothèque nationale de France, mais personne n'y avait prêté attention. Les chercheurs qui ont établi des éditions des *Pensées* de Pascal l'ont fait soit dans le cadre d'éditions de textes religieux, soit dans celui d'études littéraires. Du coup, ils ne se sont jamais arrêtés sur cet écrit. Il faut dire que cette page était très abîmée : une grande partie est effacée et une autre coupée. Pour leur part, les historiens des mathématiques se sont intéressés aux textes publiés dans des ouvrages, tel le *Traité du triangle arithmétique*, publié en 1654, et n'avaient jamais pensé à examiner un papier qui était inséré dans un manuscrit connu pour être un texte religieux. Au fond, si l'on a découvert cet écrit si tard, c'est en raison du cloisonnement des disciplines

L'étude des articles de presse consacrés à cette découverte serait instructive sur l'attitude des médias grand public à l'endroit des épisodes de la vie scientifique. Mais je voudrais mentionner ici les trois premiers commentaires – l'échantillon est suffisant, vous le verrez – qui ont accueilli sur le site *Libération.fr* la publication le 13 septembre 2010 d'un article intitulé « Une note de géométrie de Blaise Pascal découverte à Clermont-Ferrand », article que je reproduis d'abord :

Un manuscrit de géométrie du philosophe et scientifique Blaise Pascal, seule note connue écrite de sa main dans cette matière, a été découvert par un chercheur clermontois de l'université Blaise-Pascal de Clermont-Ferrand.

« C'est une feuille abîmée, de forme bizarre, en partie découpée. En haut à gauche, un dessin, puis des sommes de surfaces. Il manque une partie de l'énoncé du théorème », détaille Dominique Descotes, professeur à l'université

Blaise-Pascal et président du Cerhac (centre d'études sur les réformes, l'humanisme et l'âge classique).

Si l'intérêt scientifique du théorème paraît limité, la découverte permet aux historiens d'en savoir un peu plus sur les méthodes de travail de Blaise Pascal car « c'est la seule note écrite de sa main que l'on possède en mathématiques ». Le chercheur a mis la main sur ce document dans le cadre de la numérisation du manuscrit des *Pensées* du célèbre scientifique et philosophe né à Clermont-Ferrand en 1623.

Les pages du manuscrit des *Pensées*, conservé à la Bibliothèque nationale de France (BNF) à Paris, sont « collées sur un cahier, on ne voit donc qu'un côté ». « J'ai remarqué ce brouillon à travers un trou dans le cahier », explique Dominique Descotes.

« Le papier, plutôt cher à l'époque, a été réutilisé. Il comporte sur un côté des notes qui ont servi à Pascal dans la préparation des *Provinciales*, et de l'autre ce théorème de géométrie en relation avec ses travaux sur la roulette ou cycloïde », raconte le chercheur.

En fait, « il était visible par toute personne manipulant le manuscrit mais personne ne s'y était intéressé ».

L'édition électronique des *Pensées* devrait paraître à l'occasion du 350^e anniversaire de la mort de Blaise Pascal en 1662.

(Source AFP)

Voici donc les trois commentaires annoncés, les premiers d'une suite de 35 commentaires affichés à propos de l'article précédent :

A l'aise, le Blaise

On en apprend tous les jours. D'abord qu'il ne s'intéressait pas seulement au vin et au charbon, ensuite qu'il a fait toute une page sur les hémorroïdes.

La roulette ou le cycloïde

Ça laisse rêveur. Tel Léonard inventant le deltaplane, Blaise (deux qui le tiennent, trois qui le ...) aurait-il inventé le vélo, la pompe et la pince qui vont avec ?

La feuille a été découpée par Blaise Pascal lui-même

Pour que ses parents ne voient pas qu'il n'avait réussi à obtenir la moyenne.

Le lecteur intéressé pourra poursuivre la lecture ! Mais je voudrais souligner maintenant – car la vie continue, comme on dit – un autre intérêt de la note de Pascal, intérêt que D. Descotes formule ainsi dans l'entretien déjà cité :

Ce théorème est un témoignage unique de la manière de travailler de Pascal. Les manuscrits originaux des œuvres de Pascal ont tous été détruits après publication. Il ne restait que quelques correspondances avec Fermat, Sluse et

Huygens. Ce manuscrit est riche d'enseignements sur la manière dont Pascal élaborait un théorème avant de le mettre au point sous la forme d'un texte définitif. Alors que les textes publiés de Pascal sont presque exclusivement rhétoriques, sans symbole, ni équation, on trouve ici un symbolisme propre. Il ne s'agissait pas du symbolisme algébrique de Descartes, mais d'un symbolisme préalable à la rédaction. Cette conception du symbolisme résultait de l'idée de Pascal que les mathématiques de pointe pour l'époque ne devaient pas être écrites dans un style purement symbolique et inaccessible. C'est une des dernières périodes où l'on pouvait encore associer un public cultivé, pas nécessairement mathématicien, à des découvertes géométriques élaborées. En cela, les écrits mathématiques de Pascal, et ce manuscrit en particulier, témoignent de la fin de cette époque où les mathématiques étaient encore « littéraires ». Avec Leibniz, une vingtaine d'années plus tard, le symbolisme algébrique prendra définitivement le pas.

On a dans cette déclaration l'expression d'un regret devant ce qui est un motif central de la « guerre des deux cultures » : le symbolisme dont usent



les mathématiciens, *et dont use Pascal*, qui est une réalité culturelle que la culture « littéraire », comme dit Descartes, ne comprend pas, et même refuse, si elle ne l'abhorre pas tout à fait. Sur la photo ci-contre, où la pipe que l'on a superposée à la note de Pascal semble vouloir humaniser l'horreur légitime qu'inspire tout symbolisme aux âmes bien nées, on apercevra la réalité *ostensive* du travail mathématique de Pascal.

3. Quelle réconciliation ?

a) L'un des obstacles à la réconciliation entre cultures « littéraires » et cultures « scientifiques » est le dégoût, l'effroi, la peur devant l'autre et finalement le rejet de l'autre dans les ténèbres

extérieures : chez les humains, ce schéma est bien connu et très couru. L'une des difficultés clés se trouve en vérité *chez les gens des sciences eux-mêmes*, qui, souvent, travestissent la réalité même de l'univers qu'ils ont construit ou dans lequel ils évoluent. L'un des combats pour la paix et l'union doit ainsi viser à faire *que l'on dise plus nettement, plus clairement ce qu'est l'activité mathématique et l'activité scientifique en général*. Si l'interprétation de l'attitude de Pascal due à Dominique Descotes est juste, alors on voit que, déjà, Pascal était « coupable » – faisant une chose puis camouflant cette chose même.

b) Tout n'est pas ainsi, fort heureusement, et je voudrais illustrer la « vérité » de l'activité mathématique à l'aide de deux pièces mathématiques au reste fort différentes. La première pièce est une lettre de René Descartes (1596-1650) expliquant une question de mathématiques à la princesse Élisabeth de Bohême (1618-1680). On verra que les écritures symboliques y occupent une place centrale et que le travail mathématique consiste pour une bonne part à s'interroger sur le bon choix de ces écritures et le bon choix du traitement qu'on leur applique. La leçon est magistrale.

Descartes à Elisabeth – Egmond du Hoef, novembre 1643

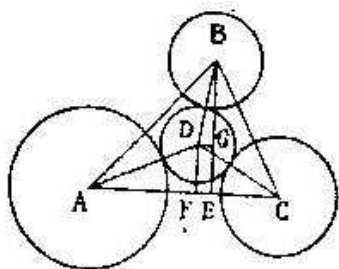
Madame,

Ayant su de Monsieur de Pollot que Votre Altesse a pris la peine de chercher la question des trois cercles, et qu'elle a trouvé le moyen de la résoudre, en ne supposant qu'une quantité inconnue, j'ai pensé que mon devoir m'obligeait de mettre ici la raison pourquoi j'en avais proposé plusieurs, et de quelle façon je les démêle.

J'observe toujours, en cherchant une question de Géométrie, que les lignes, dont je me sers pour la trouver, soient parallèles, ou s'entrecoupent à angles droits, le plus qu'il est possible ; et je ne considère point d'autres théorèmes, sinon que les côtés des triangles semblables ont semblable proportion entre eux, et que, dans les triangles rectangles, le carré de la base est égal aux deux carrés des côtés. Et je ne crains point de supposer plusieurs quantités inconnues, pour réduire la question à tels termes, qu'elle ne dépende que de ces deux théorèmes ; au contraire, j'aime mieux en supposer plus que moins. Car, par ce moyen, je vois plus clairement tout ce que je fais, et en les démêlant je trouve mieux les plus courts chemins, et m'exempte de multiplications superflues ; au lieu que, si l'on tire d'autres lignes, et qu'on se serve d'autres théorèmes, bien qu'il puisse arriver, par hasard, que le chemin qu'on trouvera soit plus court que le mien, toutefois il arrive quasi toujours le contraire. Et on ne voit point si bien ce qu'on fait, si ce n'est qu'on ait la démonstration du théorème dont on se sert fort présente en l'esprit ; et en ce cas on trouve, quasi toujours, qu'il dépend de la considération de quelques

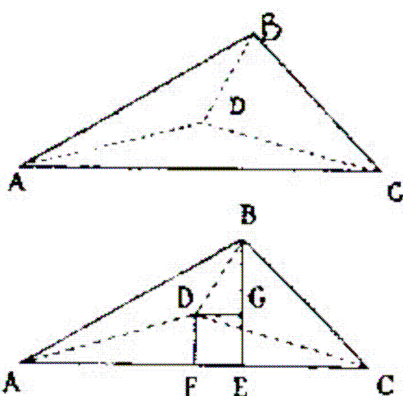
triangles, qui sont ou rectangles, ou semblables entre eux, et ainsi on retombe dans le chemin que je tiens.

Par exemple, si on veut chercher cette question des trois cercles, par l'aide d'un théorème qui enseigne à trouver l'aire d'un triangle par ses trois côtés, on n'a besoin de supposer qu'une quantité inconnue. Car si A, B, C sont les centres des trois cercles donnés, et D le centre du cherché, les trois côtés du triangle ABC sont donnés, et les trois lignes AD, BD, CD sont composées des trois rayons des cercles donnés, joints au rayon du cercle cherché, si bien que, supposant x pour ce rayon, on a tous les côtés des triangles ABD, ACD, BCD ; et par conséquent on peut avoir leurs aires, qui, jointes ensemble, sont égales



à l'aire du triangle donné ABC ; et on peut, par cette équation, venir à la connaissance du rayon x , qui seul est requis pour la solution de la question. Mais ce chemin me semble conduire à tant de multiplications superflues, que je ne voudrais pas entreprendre de les démêler en trois mois. C'est pourquoi, au lieu

des deux lignes obliques AB et BC, je mène les trois perpendiculaires BE, DG, DF, et posant trois quantités inconnues, l'une pour DF, l'autre pour DG, et l'autre pour le rayon du cercle cherché, j'ai tous les côtés des trois triangles rectangles ADF, BDG, CDF, qui me donnent trois équations, pour ce qu'en



chacun d'eux le carré de la base est égal aux deux carrés des côtés.

Après avoir ainsi fait autant d'équations que j'ai supposé de quantités inconnues, je considère si, par chaque équation, j'en puis trouver une en termes assez simples ; et si je ne le puis, je tâche d'en venir à bout, en joignant deux ou plusieurs équations par l'addition ou soustraction ; et enfin,

lorsque cela ne suffit pas, j'examine seulement s'il ne sera point mieux de changer les termes en quelque façon. Car, en faisant cet examen avec adresse, on rencontre aisément les plus courts chemins, et on en peut essayer une infinité en fort peu de temps.

Ainsi, en cet exemple, je suppose que les trois bases des triangles rectangles sont

$$AD = a + x$$

$$BD = b + x$$

$$CD = c + x$$

et, faisant

$$AE = d, BE = e, \text{ ou } CE = f,$$

$$DF \text{ ou } GE = y, DG \text{ ou } FE = z,$$

j'ai pour les côtés des mêmes triangles :

$$AF = d - z \text{ et } FD = y$$

$$BG = e - y \text{ et } DG = z,$$

$$CF = f + z \text{ et } FD = y.$$

Puis, faisant le carré de chacune de ces bases égal au carré des deux côtés, j'ai les trois équations suivantes :

$$aa + 2ax + xx = dd - 2dz + zz + yy,$$

$$bb + 2bx + xx = ee - 2ey + yy + zz,$$

$$cc + 2cx + xx = ff + 2fz + zz + yy,$$

et je vois que, par l'une d'elles toute seule, je ne puis trouver aucune des quantités inconnues, sans en tirer la racine carrée, ce qui embarrasserait trop la question. C'est pourquoi je viens au second moyen, qui est de joindre deux équations ensemble, et j'aperçois incontinent que, les termes xx , yy et zz étant semblables en toutes trois, si j'en ôte une d'une autre, laquelle je voudrai, ils s'effaceront, et ainsi je n'aurai plus de termes inconnus que x , y et z tous simples. je vois aussi que, si j'ôte la seconde de la première ou de la troisième, j'aurai tous ces trois termes x , y et z ; mais que, si j'ôte la première de la troisième, je n'aurai que x et z . Je choisis donc ce dernier chemin, et je trouve

$$cc + 2cx - aa - 2ax = ff + 2fz - dd + 2dz,$$

ou bien

$$z = \frac{cc - aa + dd - ff + 2cx - 2ax}{2d + 2f}$$

ou bien

$$\frac{1}{2}d - \frac{1}{2}f + \frac{cc - aa + 2cx - 2ax}{2d + 2f}$$

Puis, ôtant la seconde équation de la première ou de la troisième (car l'un revient à l'autre), et au lieu de z mettant les termes que je viens de trouver, j'ai par la première et la seconde :

$$aa + 2ax - bb - 2bx = dd - 2dz - ee + 2ey,$$

ou bien

$$2ey = ee + aa + 2ax - bb - 2bx - dd + dd - df + \frac{ccd - aad + 2cdx - 2adx}{d + f}$$

ou bien

$$y = \frac{1}{2}e - \frac{bb}{2e} - \frac{bx}{e} - \frac{df}{2e} + \frac{ccd + aaf + 2cdx + 2afx}{2ed + 2ef}.$$

Enfin, retournant à l'une des trois premières équations, et au lieu d' y ou de z mettant les quantités qui leur sont égales, et les carrés de ces quantités pour yy et zz , on trouve une équation où il n'y a que x et xx inconnus ; de façon que le problème est plan, et il n'est plus besoin de passer outre. Car le reste ne sert point pour cultiver ou recréer l'esprit, mais seulement pour exercer la

patience de quelque calculateur laborieux. Même j'ai peur de m'être rendu ici ennuyeux à Votre Altesse, pour ce que je me suis arrêté à écrire des choses qu'elle savait sans doute mieux que moi, et qui sont faciles, mais qui sont néanmoins les clefs de mon algèbre. Je la supplie très humblement de croire que c'est la dévotion que j'ai à l'honorer, qui m'y a porté, et que je suis,

Madame,

De V. A.

Le très humble et très obéissant serviteur,

Descartes.

c) La seconde pièce mathématique est extraite d'un ouvrage signé de G. Lemaire, intitulé *Questions d'algèbre élémentaire (Homogénéité – Symétrie – Calcul rapide)*, qui a paru chez Vuibert en 1923. Le passage retenu (pp. 14-16) montre exemplairement, je crois, ce que signifie l'assertion selon laquelle « les mathématiques, c'est de la plomberie » : on s'en rendra mieux compte en lisant ce passage à rebours.

11. Théorème. – *Toute relation homogène reste vraie quand on y remplace les lettres par des valeurs proportionnelles et réciproquement.*

$f(x, y, z) = 0$ étant homogène et de degré m par rapport aux lettres x, y, z , si l'on appelle k la valeur commune des rapports $\frac{x}{a}, \frac{y}{b}, \frac{z}{c}$ et que l'on remplace x, y, z par ak, bk, ck , on aura

$$k^m f(a, b, c) = 0 ;$$

comme le facteur k^m n'est pas nul, on a bien

$$f(a, b, c) = 0.$$

Remarquons que de l'égalité

$$f(x, y, z) = k^m f(a, b, c)$$

il résulte que, si inversement $f(a, b, c) = 0$, on aura

$$f(x, y, z) = 0.$$

Donc pour vérifier l'exactitude d'une relation homogène par rapport à des lettres x, y, z , il suffira de vérifier la relation obtenue en remplaçant ces lettres par des nombres proportionnels.

1^{re} Application. – Si l'on suppose $\frac{x}{a} = \frac{y}{b} = \frac{z}{c}$, démontrer que l'on a

$$\sqrt{ax} + \sqrt{by} + \sqrt{cz} = \sqrt{(a+b+c)(x+y+z)}.$$

La relation étant homogène de degré $\frac{1}{2}$ par rapport à x, y, z , il suffit de vérifier qu'en remplaçant x, y, z par a, b, c on a

$$\sqrt{a^2} + \sqrt{b^2} + \sqrt{c^2} = \sqrt{(a+b+c)(a+b+c)},$$

ce qui est évident.

.....

La propriété établie permet de déduire le volume d'un tronc de pyramide polygonale du volume supposé connu du tronc de pyramide triangulaire. B et b étant les bases du tronc considéré de hauteur h, si nous le décomposons en une somme de pyramides triangulaires de bases B₁, B₂, B₃, ..., b₁, b₂, b₃, ..., le volume cherché sera la somme

$$V = \frac{h}{3} (B_1 + b_1 + \sqrt{B_1 b_1}) + \frac{h}{3} (B_2 + b_2 + \sqrt{B_2 b_2}) + \dots$$

$$\text{ou } V = \frac{h}{3} (B_1 + B_2 + B_3 + \dots + b_1 + b_2 + b_3 + \dots + \sqrt{B_1 b_1} + \sqrt{B_2 b_2} + \sqrt{B_3 b_3} + \dots),$$

$$V = \frac{h}{3} (B + b + \sqrt{B_1 b_1} + \sqrt{B_2 b_2} + \sqrt{B_3 b_3} + \dots).$$

Il suffit de prouver la relation

$$\begin{aligned} \sqrt{B_1 b_1} + \sqrt{B_2 b_2} + \sqrt{B_3 b_3} &= \sqrt{Bb} \\ &= \sqrt{(B_1 + B_2 + B_3)(b_1 + b_2 + b_3)} \end{aligned}$$

On y arrivera en prouvant l'égalité des rapports

$$\frac{b_1}{B_1} = \frac{b_2}{B_2} = \frac{b_3}{B_3}.$$

Ces rapports ont en effet pour valeur commune $\frac{H'^2}{H^2}$, H' et H représentant les hauteurs de deux pyramides dont le tronc est la différence.

Nous avons là deux leçons de mathématiques que les « gens de mathématiques » doivent commencer *par accepter eux-mêmes* – au lieu de demeurer dans l'illuminisme et la dénégation – pour avoir quelque chance de voir le reste du monde les recevoir.

ALLER VERS LA CONNAISSANCE ? ESQUISSE D'UNE ÉTUDE DE CAS

1. Un type de tâches inédit

a) J'ai eu l'occasion de présenter, dans les séminaires des années antérieures, l'épreuve que je propose aux étudiants de la licence de sciences de l'éducation. Pour mémoire, je reproduis ci-après le « sujet » de la 2^e session 2010-2011 de cette épreuve de 3 heures, où, comme il est d'usage, *tous les documents sont autorisés*.

L'épreuve comporte trois parties. Le traitement de l'ensemble de ces parties doit tenir dans une copie double, sans feuille intercalaire. La pertinence des réponses doit donc se conjuguer avec la concision, la précision et la clarté de l'expression.

Partie 1. En n'utilisant que les éléments disponibles dans le cours de didactique fondamentale (y compris le « Forum des questions »), rédigez une réponse à chacune des deux questions suivantes :

1. D'où provient la distinction faite par certains auteurs entre *didactique* et *mathématique* ? Comment peut-on expliquer la proximité des mots *mathématique* et *mathématique* ? Pourquoi cette distinction n'est-elle pas recevable en théorie anthropologique du didactique ?

2. Qu'appelle-t-on *praxéologie* ? Quelle relation y a-t-il entre cette notion et l'enjeu didactique ∇ figurant dans la formule générale $S(X; Y; \nabla)$ décrivant un système didactique ?

Partie 2. Rédigez une analyse didactique relative aux situations évoquées dans le texte ci-dessous, intitulé « Au collège dans l'Afrique romaine vers l'an 300 ».

Partie 3. Rédigez une analyse didactique relative aux situations évoquées dans un texte que vous aurez choisi dans un domaine d'activité de votre convenance (le texte aura été imprimé par vos soins sur une feuille que vous insérerez dans la copie double utilisée).

Texte. *Au collège dans l'Afrique romaine vers l'an 300*

.....

Ainsi qu'on le voit, la partie 3 redouble la partie 2 : dans les deux cas, il s'agit de produire une *analyse didactique* des situations évoquées dans un texte ; mais alors que le premier texte est imposé (et connu au début de l'épreuve seulement), le second doit être « apporté » par le candidat (qui peut préparer à l'avance, comme il l'entend, l'analyse didactique qu'il consignera, lors de l'épreuve en temps limité, dans sa copie d'examen).

b) Deux raisons m'amènent cette année à modifier la troisième partie du dispositif précédent. La première raison tient au fait suivant : ayant à rechercher le texte attendu d'eux, nombre de candidats n'arrivent pas à dénicher de texte évoquant des situations où apparaissent un ou des *systèmes didactiques*. Un exemple type des textes choisis est en effet celui de la recette de cuisine, ou de la fiche de jardinage, ou de maquillage, etc. Si un tel texte procède bien d'une intention didactique, son contenu a trait essentiellement à une réalité *praxéologique* (comment préparer une mousse au chocolat, etc.) et non pas didactique : l'intention didactique s'épuise dans la présentation, la monstration d'un contenu praxéologique, c'est-à-dire en

un acte d'*enseignement*. Un texte sur la fabrication de meubles en carton, par exemple, peut nourrir la conception et la réalisation d'un *stage de formation* d'une journée, où un animateur y forme un système didactique $S(X; y; \heartsuit)$ avec des x autour de l'enjeu didactique $\heartsuit$ que constitue la question Q évoquée ci-dessus : « Comment fabriquer des meubles en carton ? » C'est alors, et alors seulement, que l'on pourra tenter de répondre aux questions composant le petit « guide » pour l'analyse didactique à l'usage des étudiants concernés, que je reproduis ici sans davantage le commenter :

Σ_0 . Quelle est l'institution mandante de $S(X; Y; \heartsuit)$?

Σ_1 . Qu'est-ce que X ?

Σ_2 . Qu'est-ce que Y ?

Σ_3 . Qu'est-ce que $\heartsuit$?

Σ_4 . Que font X et Y pour que X « apprenne » $\heartsuit$?

Σ_5 . Qu'est-ce que X aura-t-il pu apprendre, à court ou moyen terme, du fait du fonctionnement de $S(X; Y; \heartsuit)$?

Σ_6 . Qu'est-ce que Y et certains environnements éventuels de $S(X; Y; \heartsuit)$ auront-ils pu apprendre, à court ou moyen terme, du fait du fonctionnement de $S(X; Y; \heartsuit)$?

Σ_7 . Quels changements le fonctionnement de $S(X; Y; \heartsuit)$ a-t-il pu apporter dans les conditions et les contraintes gouvernant son fonctionnement ultérieur ?

Telle « fiche cuisine » sur la confection d'une mousse au chocolat, ainsi, ne permettra guère de répondre qu'à la question Σ_3 ; bien entendu, elle pourrait nourrir *par exemple* le fonctionnement de systèmes autodidactiques $S(x; \emptyset; Q)$, où Q serait la question : « Comment confectionner une mousse au chocolat ? » Pour qu'il en soit ainsi, il faudrait *par exemple* qu'elle prévoie sa propre utilisation pour apprendre à faire une mousse au chocolat. Il y a certes du didactique dans la *production* et la *diffusion* d'une telle fiche ; mais, je le répète, son texte n'évoque que fort rarement un système didactique dans lequel, par exemple, ce texte serait exploité – et on ne pourra donc qu'*imaginer* un tel système didactique et son fonctionnement.

c) Un certain nombre de textes « apportés » par les candidats n'étaient ainsi pas propres à leur permettre une analyse *didactique* répondant au moins partiellement au guide formulé plus haut. L'obstacle majeur, à cet égard, me semble constituer par la *rareté* de textes « didactiques », rareté liée elle-même au phénomène général de *refoulement culturel du didactique*. Dans cette perspective, j'ai évidemment été amené à mettre en garde les étudiants contre un choix de texte inapproprié, comme on le voit dans cet extrait de mon cours 2009-2010 de didactique fondamentale :

7.4.2. Les textes sur lesquels on peut faire porter une analyse didactique relèvent de *types* divers.

a) Le type le plus familier est composé de deux sous-types : 1) le compte rendu d'observation d'une situation réellement observée (nous en avons vu un exemple dans l'Unité 5 à propos d'une classe de 5^e travaillant sur le problème du « parallélogramme tronqué », par exemple) ; 2) la description d'un *type de situations*, comme il en va dans le texte *La soustraction vers 1850*.

b) Un deuxième type de textes est celle des textes décrivant une situation à *faire advenir* ou qui pourrait advenir. Ainsi en va-t-il avec les *scénarios didactiques* de séances. Dans ce cas, l'utilisateur visé par l'auteur du texte est censé *excrir* de celui-ci une certaine *organisation didactique* en vue de la réaliser en quelque institution. De ce type relève le texte examiné ci-après sous le titre *Comment aider l'enfant [élève de CP] à relire ?*

c) Un troisième type de textes décrit une certaine *organisation praxéologique* ♥ présentée comme enjeu didactique possible d'un certain type de systèmes didactiques. En ce cas, le texte ne décrit pas une situation didactique observée ou à créer : il est un exposé *E* relatif à une organisation praxéologique ♥ face à laquelle il se situe comme une aide à l'étude possible d'une étude possible. Ce type de textes comporte des sous-types culturellement bien connus – recettes de cuisine, modes d'emploi, patrons de couture, etc. Pour cela même, il y a une plus grande facilité à rencontrer des textes de ce troisième type. Mais l'expérience montre qu'il vaut mieux *éviter ces rencontres du troisième type*, qui peuvent certes conduire à une riche analyse *praxéologique* mais dont le traitement didactique risque de se révéler bien difficile, à moins que l'organisation praxéologique ♥ ne soit elle-même une organisation *didactique*, comme il en va dans le texte *Comment aider l'enfant [élève de CP] à relire ?*

d) Le changement proposé consiste à remplacer la consigne de réaliser une analyse *didactique* par l'exigence de mener à bien une « simple » analyse *praxéologique*. En vérité, ce changement, je l'ai indiqué, a une deuxième motivation, qui est aussi, à mes yeux, la motivation *essentielle*, celle qui m'a décidé à envisager de modifier clairement la nature du travail demandé aux étudiants dans cette troisième partie de l'épreuve. J'ai déjà eu l'occasion de le souligner : le fait le plus frappant pour moi dans l'univers des sciences de l'éducation tel que je l'ai découvert depuis quelques années – à travers les enseignements dont j'ai la responsabilité, mais pas seulement –, c'est le fait du *refoulement des connaissances*. Ce phénomène est évidemment solidaire du phénomène de refoulement *du didactique*, lequel, je le rappelle, frappe les deux « quelque chose » apparaissant dans la définition suivante (que je propose dans mon cours de didactique fondamentale) :

Une *situation didactique* est une situation sociale dans laquelle *quelqu'un* ou, plus généralement, *quelque instance* (personne ou institution) envisage de faire (ou fait) *quelque chose* afin de faire que *quelqu'un* ou *quelque instance* apprenne *quelque chose*.

Le refoulement des connaissances – qui est du même coup refoulement *des ignorances* – participe du refoulement du didactique. Si, en effet, on venait à évoquer de manière un tant soit peu précise des connaissances déterminées comme étant « à acquérir », on évoquerait du même coup la possibilité que surgisse du didactique ordonné aux apprentissages ainsi évoqués. Or le didactique est *obscène* : tel est son statut culturel dans la plupart des sociétés et des institutions. (Le *Trésor de la langue française informatisé* définit l'obscène comme ce « qui offense le bon goût, qui est choquant par son caractère inconvenant, son manque de pudeur, sa trivialité, sa crudité » et propose cette citation de Sartre : « Un sanglot tout nu n'est pas beau : il offense. Un bon raisonnement offense aussi (...). Mais un raisonnement qui masque un sanglot (...) ôte aux pleurs ce qu'ils ont d'obscène. ») Si des connaissances peuvent être mentionnées (ce qui est rare), ce n'est que comme « bien connues », ou plus rarement encore comme *ayant été apprises*, si possible il y a longtemps, et sans qu'on puisse ajouter que, depuis, elles pourraient avoir été *oubliées*, car cela risquerait de rouvrir la « plaie didactique ».

e) Devant cette immense contrainte de civilisation, que peut-on faire ? Les didacticiens, je crois, sont là pour travailler à la *levée du refoulement didactique* : telle sera, en peu de mots, ma réponse. Mais comment y arriver ? Telle est la question cardinale au cœur de la situation que nous vivons. Bien entendu, la consigne précédemment présentée pourrait simplement être reformulée ainsi :

Partie 3. Rédigez une analyse praxéologique relative aux situations évoquées dans un texte que vous aurez choisi dans un domaine d'activité de votre convenance (le texte aura été imprimé par vos soins sur une feuille que vous insérerez dans la copie double utilisée).

Pourra-t-on, à cet égard, dresser un « guide pour l'analyse praxéologique d'une situation sociale » (laquelle peut au reste n'être en rien une situation *didactique*) ? On répondra que, quelle que soit la praxéologie [$T / \tau / \theta / \Theta$], une analyse praxéologique doit s'efforcer de répondre aux questions suivantes :

Ω_1 . En quoi consiste T ?

Ω_2 . En quoi consiste la technique $\tau = \tau_T$?

Ω_3 . En quoi consiste la technologie θ relative à τ_T ?

Ω_4 . En quoi consiste la théorie Θ relative à τ_T ?

Comme la technique τ_T peut impliquer un ou plusieurs types de tâches T^* , pour chacun de ces types de tâches, on reprendra encore les questions précédentes à propos de T^* :

Ω_1^* . En quoi consiste T^* ?

Ω_2^* . En quoi consiste la technique $\tau^* = \tau_{T^*}$?

Ω_3^* . En quoi consiste la technologie θ^* relative à τ^* ?

Ω_4^* . En quoi consiste la théorie Θ^* relative à τ^* ?

Bien entendu, on devra éventuellement itérer encore cette opération, et cela en fonction de la problématique particulière à l'analyse praxéologique envisagée. Mais pour avancer dans la voie ainsi à peine explorée, je me tournerai maintenant vers un exemple.

2. Une ébauche d'analyse praxéologique

a) Je prendrai ici pour matériau un passage d'un écrit – que l'on date de l'année 1947 environ – du philosophe Alain (Émile Chartier, 1868-1951) intitulé *Les outils*. Ce texte a été repris dans un recueil récemment paru intitulé *Souvenirs sans égards* suivi de *Traité des outils* et *Dix leçons d'astronomie* (Aubier, 2010). Voici donc le passage choisi :

Le bâton est le premier outil, en ce qu'il permet à la main d'agir sans s'exposer ni à la brûlure ni à une réaction violente. Tel est le sens des outils. La pincette est un outil dérivé du bâton et qui permet d'entretenir le feu sans se brûler. Le bâton est une machine, parce qu'il agit toujours comme levier (fig. 1).



Ici, il faut se représenter un long bâton ou une tige solide qui tourne autour d'un point d'appui P. On aperçoit que le chemin de l'effort moteur est très long par rapport à celui du fardeau. Par exemple, le fardeau sera soulevé d'un centimètre pendant que l'effort s'exercera sur cinquante centimètres. Donc, l'effort sera cinquante fois plus petit que si l'on soulevait directement le fardeau. Il y a un levier partout où on agit par bâton. Tantôt le point d'appui est entre l'effort et le résultat. Tantôt il est au-delà du fardeau. L'ancienne physique attachait une grande importance à ces différences. À tort ; car le principal est de remarquer l'inégalité des parcours. Il en résulte, selon la loi du levier, une inégalité de l'effort et du résultat. (pp. 138-139)

On a ici un certain *exposé*, c'est-à-dire un texte évoquant certains types d'activités et de moyens de ces activités ; et ce sont les praxéologies que le texte évoque comme engagées dans ces activités qui seront *l'objet propre d'une analyse praxéologique*.

b) L'enquête nécessaire doit apporter réponse à la question Ω suivante : « Que sont les praxéologies évoquées dans ce texte ? » Une telle enquête doit mobiliser les dialectiques de l'enquête, et notamment la dialectique *du sujet et du hors sujet*, la dialectique *du parachutiste et du truffier*, la dialectique *des boîtes noires et des boîtes claires*, la dialectique *des médias et des milieux*, la dialectique *de l'excription et de l'inscription*. Cette dernière doit en particulier être appliquée au texte étudié lui-même, pour en excrimer un contenu formulé de façon parfois singulière et rédigé de manière souvent *allusive*. Si le style propre à son auteur emprunte à l'art de l'ellipse, ce qui peut expliquer l'allusivité du propos, il n'en est pas moins vrai que cette manière *de ne pas finir ses pensées*, si je puis dire, est le lot commun des exposés en général, et cela sous l'influence d'un facteur fondamental plusieurs fois évoqué : le refoulement du didactique, qui engendre la fiction du « bien connu », lequel n'aurait pas, en conséquence, à être explicité. La fiction du « bien connu » suppose une ou des institutions où le mot prononcé ou écrit sera réputé « bien connu » : l'analyse praxéologique, tant au niveau praxique qu'au niveau gnosique (adjectif que j'associerai au *logos*, puisque l'adjectif *logique* est pour cela inutilisable), devra donc enquêter pour reconnaître le « sens des mots » et les institutions où les mots produisent ce sens. Voyons cela.

c) Les premières activités évoquées par l'auteur sont instrumentées par ce qu'il nomme un *bâton*, lequel, dit-il, « est le premier outil ». Le sens donné à *outil* par l'auteur n'est pas précisé : on peut penser qu'il s'agit là, plus ou moins, d'une notion commune – « bien connue » – à laquelle Alain donne peut-être une coloration personnelle. Notons cependant une précision intéressante. Dans son célèbre *Dictionnaire de la langue française*, à l'article OUTIL, après avoir défini l'outil comme « tout instrument de travail dont se servent les artisans », Émile Littré (1801-1881) observe : « Outil se dit de ce qui sert aux arts mécaniques, instrument de ce qui sert dans les opérations qui ne sont pas exécutées par les artisans : des instruments de chirurgie. » (Les « arts mécaniques », que, par définition, pratiquent les artisans, sont, selon le même dictionnaire, « ceux qui exigent surtout le travail de la main ». Par contraste, les « arts libéraux » sont « ceux qui sont du ressort de l'intelligence, de l'esprit » : il s'agissait, dans l'Antiquité et au Moyen Âge, du *trivium* – grammaire, logique, rhétorique – suivi du *quadrivium* – arithmétique, géométrie, musique, astronomie.) Pour Alain, le bâton – « morceau de bois assez long qu'on peut tenir à la main », comme le définit

Littré – est donc un outil, le premier d’entre eux. Cet outil, prolongement de la main, permet d’abord de réaliser des types de tâches qu’Alain évoque sans les expliciter tout à fait (remuer des objets brûlants, repousser un animal agressif) et cela *sans s’exposer* : le discours technologique tient ici en ces deux mots. La *pincette*, ou plutôt *les pincettes* – « instrument de fer à deux branches égales, dont on se sert pour arranger le feu », précise Littré – perfectionnent le simple bâton (les pincettes permettent la préhension), mais avec la même connotation technologique de prudence (ce dont témoigne la métaphore cristallisée dans l’expression « n’être pas à prendre avec des pincettes »). Notons encore que les *techniques* afférentes restent ici implicites. En même temps, un principe théorique point à travers la technologie du bâton, qui inspire les techniques à mettre en œuvre : grâce aux outils, les hommes peuvent agir plus « agréablement », c’est-à-dire à la fois plus pertinemment, plus puissamment, plus sûrement, etc.

d) Le texte d’Alain propose une apparente énigme. Le bâton a de multiples usages, comme le rappelle la définition que donne du mot le *Trésor de la langue française informatisé* : « Morceau de bois rond et allongé servant d’appui, d’arme ou d’outil. » Mais la seconde partie du passage examiné commence par cette assertion : « Le bâton est une machine, parce qu’il agit toujours comme levier... » Sans doute faut-il entendre ici que, lorsqu’on utilise un bâton comme outil, on en vient toujours à l’employer à un moment ou à un autre comme levier. L’auteur écrit de même un peu plus loin : « Il y a un levier partout où on agit par bâton. » Dans les *Souvenirs sans égards*, on trouve de même ce passage révélateur :

Les animaux n’ont point de roues. C’est qu’il n’ont pas remarqué comment un tronc est déplacé facilement s’il est porté par deux autres troncs qui font roue. De même qu’ils n’ont pas remarqué la puissance d’une branche pour en soulever une autre quand elle est engagée dessous par l’extrémité ; tout homme se porte alors vers l’autre extrémité, le plus loin possible du point qu’il soulève, sachant qu’un très petit effort a raison alors d’un poids très lourd. L’homme apprend ainsi à remplacer un grand effort sur un petit parcours par un petit effort sur un grand parcours ; ce principe est l’âme de toutes nos machines. (p. 99)

On a ici comme une description de la *technique* supposée – description ébauchée, il est vrai, avec une visée d’explicitation technologico-théorique : on utilise « une branche pour en soulever une autre » en l’engageant « dessous par l’extrémité » et on « se porte alors vers l’autre extrémité, le plus loin possible », technique dont l’image ci-contre, empruntée à l’article « Levier (mécanique) » de l’encyclopédie *Wikipédia*,



fournit dans un autre contexte d'activité une illustration suggestive. Notons en outre, dans ce qui précède, une confirmation du principe théorique dégagé plus haut, selon lequel l'usage des machines est là pour permettre aux hommes de faire plus agréablement (sans se brûler, sans avoir à développer directement des forces énormes) ce qu'ils ont à faire : le principe technologique relatif aux techniques de levier, qui consiste à « remplacer un grand effort sur un petit parcours par un petit effort sur un grand parcours », est, souligne Alain, « l'âme de toutes nos machines ».

e) Précisons maintenant une notion de technologie : la notion de *machine*. Littré la définit de façon générale par ces mots : « Instrument propre à communiquer du mouvement, ou à saisir et prendre, ou à mettre en jeu quelque agent naturel, comme le feu, l'air, l'eau, etc. » Comme terme d'économie politique, il précise : « Nom donné à tout instrument, à tout outil même le plus simple dont l'industrie se sert. Une bêche est une machine. » Au début du texte d'où est tiré le passage examiné, Alain écrit quant à lui :

Sous le titre *Les outils*, je mets aussi beaucoup de machines simples qui tiennent aux outils. Par exemple le bâton est un outil, ; le levier est la loi du bâton.

Le bâton est donc une « machine simple ». Littré commente ainsi ce « terme de mécanique » : « Machine simple, celle qui consiste en un seul moyen d'augmenter l'action des forces. Le levier est une machine simple. » L'article « Machine simple » de l'encyclopédie *Wikipédia* précise que l'on considère généralement huit types de machines simples : le levier, la roue, la poulie, le coin, le plan incliné, la vis, l'engrenage et le treuil. Par opposition, une machine *composée*, note encore Littré, est « celle qui est formée de plusieurs machines simples combinées ensemble ». Outil, instrument, machine (simple), le bâton-levier est donc tout cela. La technologie du levier, qui soutient une théorie qui, en retour, l'éclaire, est formulée dans un passage du *Traité des outils* que nous reproduisons ici :

Quand une branche est engagée dans un tas de bois et qu'on travaille à l'en tirer, l'expérience fait voir qu'il y a avantage à la prendre le plus loin possible de son point d'attache. On remarque alors qu'un grand déplacement, et facile, produit sur les branches voisines, même grosses et lourdes, un petit déplacement et bien plus puissant que n'importe quel effort direct. Aucun animal n'a su remarquer ni utiliser cet effet mécanique. L'homme seul, par une suite d'essais, au moyen du bâton, a su trouver l'art de remplacer un grand effort sur un petit chemin par un petit effort sur un grand chemin. Toutes les machines sans exception utilisent encore cette prodigieuse découverte. (p. 155)

Le mot « déplacement » est employé là où on trouve ailleurs « chemin ». Cela noté, l'article "Lever" de l'encyclopédie *Wikipedia* ne dit pas autre chose dans la légende de l'illustration ci-contre, puisqu'on y lit ceci : "Levers can be used to exert a large force over a small distance at one end by exerting only a small force over a greater distance at the other." Il s'agit là, peut-on penser, d'une manière traditionnelle de dire, qui permet justement à l'auteur de demeurer allusif et métaphorique, mais qui est de nature à relancer notre enquête.



f) Le « principe » invoqué par l'auteur, on le retrouve d'abord dans une note appendue au passage précédemment cité, que je reproduis ici :

Note : Toutes les machines de levage sans exception : cric, moufle, grue, treuil, dépendent d'une formule unique dans laquelle le rapport au chemin parcouru est égal au rapport des efforts (effort de l'homme et effort de la chose), mais inverse. Si on appelle f l'effort de la main, d le chemin parcouru par la main, f' l'effort de la charge, d' le chemin parcouru par la charge, dans le même temps on a : $d/d' = f'/f \dots f = d'f/d \dots$

Notons que le mot *effort* est employé ici pour *force*, usage qui se perpétue aujourd'hui encore : on se reportera là-dessus à l'article « Effort (physique) » de l'encyclopédie *Wikipédia*. À ce propos toujours, je reproduis en passant cette note d'Alain :

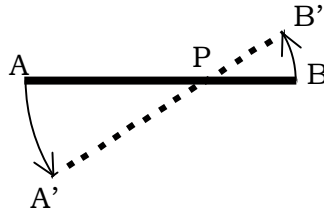
Je ne sais si j'ai juré, ni quand, ni à qui, de ne jamais penser sans avoir un objet sous la main ou sous les yeux. C'est une condition dont on ne se plaindra pas, je l'espère ; quoique, ici, Méphisto me guette, disant : « Vous croyez donc que c'est peu de chose de *savoir les mots*. Ce *savoir* est déjà bien beau. » Remarquez que j'écris, j'écris. Je ne méprise donc pas les mots, etc. Je m'arrête ici, car je devrais écrire tout un traité de philosophie. Or je crois qu'on peut faire de la saine politique sans toute une philosophie. Je laisse la question en suspens... (p. 99)

Cette observation apparaît dans le voisinage d'une autre occurrence du petit dessin (un bâton-levier avec sa charge à soulever, le pivot P et la force exercée à l'autre extrémité) figurant dans le passage à analyser. Elle renvoie à un passage du texte d'Alain qu'il est bon d'examiner aussi :

Le levier se présente maintenant ; faisons tourner le levier autour d'un point d'appui situé très près de l'obstacle et considérons de près la loi selon laquelle

l'effort et le résultat sont toujours inversement proportionnels à la distance qu'ils parcourent. (p. 99)

Revoilà le mystère : la distance évoquée est-elle la longueur du bras de levier ou la « distance parcourue » ? Il semble que, pour Alain, l'un soit utilisé pour l'autre, du fait que bras de levier et distance parcourue sont proportionnels (voir ci-après : les arcs $\widehat{AA'}$ et $\widehat{BB'}$ sont proportionnels aux bras de levier PA et PB).



C'est bien là un invariant des formulations rencontrées jusqu'ici sous la plume du philosophe, formulations que je rappelle ici :

- On aperçoit que le chemin de l'effort moteur est très long par rapport à celui du fardeau. Par exemple, le fardeau sera soulevé d'un centimètre pendant que l'effort s'exercera sur cinquante centimètres.
- ... le principal est de remarquer l'inégalité des parcours.
- L'homme apprend ainsi à remplacer un grand effort sur un petit parcours par un petit effort sur un grand parcours ; ce principe est l'âme de toutes nos machines.
- On remarque alors qu'un grand déplacement, et facile, produit sur les branches voisines, même grosses et lourdes, un petit déplacement et bien plus puissant que n'importe quel effort direct.
- L'homme seul, par une suite d'essais, au moyen du bâton, a su trouver l'art de remplacer un grand effort sur un petit chemin par un petit effort sur un grand chemin.
- Toutes les machines de levage sans exception [...] dépendent d'une formule unique dans laquelle le rapport au chemin parcouru est égal au rapport des efforts (effort de l'homme et effort de la chose), mais inverse.
- Si on appelle f l'effort de la main, d le chemin parcouru par la main, f' l'effort de la charge, d' le chemin parcouru par la charge, dans le même temps on a : $d/d' = f'/f...$

Parcours, chemin, déplacement : tous ces mots désignent l'une des notions clés employées par Alain. C'est là un usage que nous avons trouvé aussi dans un texte d'aujourd'hui (en anglais) : "Levers can be used to exert a large force over a small distance at one end by exerting only a small force over a

greater distance at the other.” Pour tenter d’y voir plus clair, élargissons notre enquête à d’autres textes.

g) Dans un ouvrage récemment paru, *Le nouveau CRPE en fiches. Sciences et technologie* (Hachette Éducation, 2010), une série de fiches est consacrée au domaine de la mécanique ; en voici les titres :

- 60. Forces et moments
- 61. Masses et poids
- 62. Les équilibres
- 63. Les leviers
- 64. Les balances
- 65. Transmission de mouvement
- 66. Roues dentées et engrenages
- 67. Roues et poulies
- 68. Transformation de mouvements

Examinons d’abord la partie de la fiche 62 que voici :

À QUELLES CONDITIONS UNE BALANÇOIRE EST-ELLE EN ÉQUILIBRE ?

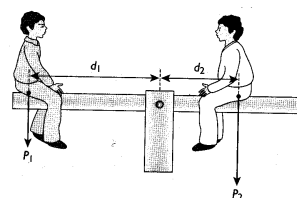
Si une balançoire (parfaitement équilibrée à vide : centre de gravité de la barre coïncidant avec l’axe) est chargée de deux personnes, **la condition d’équilibre est l’égalité des moments des deux poids**, soit :

$$P_1 d_1 = P_2 d_2$$

Dans l’exemple dessiné, la personne de droite est plus lourde ($P_1 > P_2$) ; elle doit donc s’asseoir plus près de l’axe ($d_2 < d_1$).

Plus précisément le rapport des distances doit être l’inverse du rapport des poids :

$$d_2 / d_1 = P_1 / P_2$$



La notion de moment d’une force est introduite dans la fiche 60 ; on aura noté que l’égalité des moments des poids est, ici, simplement *affirmée*. On notera surtout que, dans l’égalité $d_2/d_1 = P_1/P_2$, qui semble correspondre à l’égalité $d/d' = f'/f$ d’Alain, d_1 et d_2 désignent, non pas les « chemins parcourus », mais les « bras de levier », désignés ici simplement comme « distances » mais indiqués sur la figure : l’expression de « bras de levier » ne sera introduite que dans la fiche suivante. Passons donc à cette fiche – la fiche 63 ; on remarquera en passant comment le texte proposé tente de créer les conditions pour assurer chez le lecteur le fait de « savoir des mots » :

QU'EST-CE QU'UN LEVIER ET COMMENT FONCTIONNE-T-IL ?

- Pour déplacer une lourde pierre, nous pouvons utiliser une solide barre d'acier appelée « barre à mine ». Une extrémité étant glissée sous la pierre (point R sur le schéma) et la barre étant appuyée tout près sur un support résistant (le **point d'appui** O), on appuie vers le bas à l'autre bout de la barre (point A) et l'on obtient ainsi le soulèvement de la pierre.

La barre ainsi utilisée constitue un **levier**, c'est-à-dire un solide mobile autour d'un axe (point d'appui), que l'on fait tourner en exerçant une **force motrice** (F) capable de vaincre une **force résistante** (ici le poids P de la pierre).

- Pour que la barre tourne et que la pierre soit soulevée, il faut que le moment de la force motrice F soit supérieur à celui de la force résistante P .

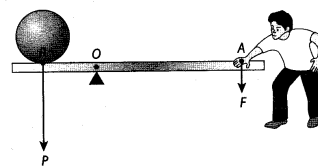
Cette condition s'écrit :

$$F \cdot OA > P \cdot OR$$

Les distances OA et OR sont appelées les bras de levier.

Si OA est beaucoup plus grand que OR , on pourra soulever la pierre en exerçant une force beaucoup plus petite que son poids, ce qui est le but recherché.

On peut dire aussi que le levier **transmet** (vers le point de résistance R) la force **motrice en la multipliant** dans le rapport inverse des bras de levier. En revanche, un grand déplacement du point A se traduit par un petit déplacement du point R :



ce que l'on gagne en force, on le perd en déplacement.

Ceci traduit la **conservation de l'énergie** : le travail obtenu en sortie (soulèvement de la pierre) est égal au travail fourni en entrée (force motrice abaissant la barre).

On aperçoit mieux, ici, le hiatus identifié dans le texte d'Alain : d'une part, le texte évoque les bras de levier ; d'autre part, il mentionne le « déplacement » (« ce que l'on gagne en force, on le perd en déplacement »), en le liant à « la conservation de l'énergie », elle-même formulée en terme de *travail* (« le travail obtenu en sortie (...) est égal au travail fourni en entrée... »). Retrouve-t-on en d'autres exposés ce dualisme de formulation ? Voici par exemple l'exposé proposé dans le tome II de l'*Encyclopédie autodidactique Quillet* parue en 1958.

37. MACHINE SIMPLE.

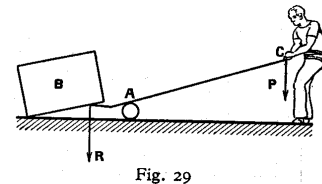
On donne le nom général de machine à tout appareil dont les organes mobiles sont gênés dans leur mouvement par des obstacles fixes et au moyen duquel on peut mettre en équilibre des forces de grandeur et de direction quelconques.

Pour que les forces agissant sur les différentes parties d'une machine se fassent équilibre, il n'est pas nécessaire que leur résultante soit nulle ; il suffit qu'elles soient dirigées vers les obstacles qui les détruisent par leur résistance. On appelle *machine simple* celle qui se compose d'un seul corps solide ; la plus courante d'emploi est le levier.

38. DÉFINITIONS RELATIVES AU LEVIER.

On appelle levier une *barre rigide sollicitée par deux forces antagonistes et mobile autour d'un point fixe*.

Le point fixe est dit *point d'appui* ; la force qui tend à produire le mouvement est la *force motrice* dite *puissance*, la force qui tend à empêcher ce mouvement (force résistante) est la *résistance*.



39. CONDITIONS D'ÉQUILIBRE D'UN LEVIER.

Considérons le levier de carrier représenté par la figure 29. La pierre à soulever appuie en B sur le levier avec une force R, l'ouvrier déploie, à l'autre extrémité C, un effort P. Quand le levier est en équilibre, c'est que la résultante des forces P et R passe par le point d'appui A : P et R sont des forces parallèles et de même sens.

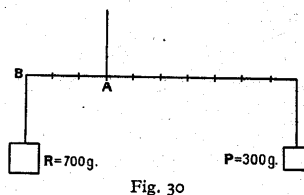
On a donc, en supposant les points B, A, C en ligne droite :

$$R \times AB = P \times AC \text{ (parag. 14),}$$

ou

$$\frac{P}{R} = \frac{AB}{AC}$$

Un levier est en équilibre quand la puissance et la résistance sont inversement proportionnelles à leurs bras de levier respectifs.



La force P est d'autant plus petite que son bras de levier est plus grand : on conçoit donc l'intérêt pratique d'un levier.

On peut vérifier la relation précédente à l'aide d'expériences simples telles que celle représentée par la figure 30.

Il résulte de là qu'une résistance quelconque étant donnée, on pourra toujours la vaincre avec une force motrice donnée, aussi petite que l'on voudra, pourvu que l'on puisse déplacer le point d'appui. Si cette force est, par exemple, de 30 kilogrammes et qu'il faille vaincre une résistance de 300 kilogrammes, il faudra disposer le point d'appui de telle sorte que le bras de levier de la résistance soit dix fois plus petit que le bras de levier de la puissance.

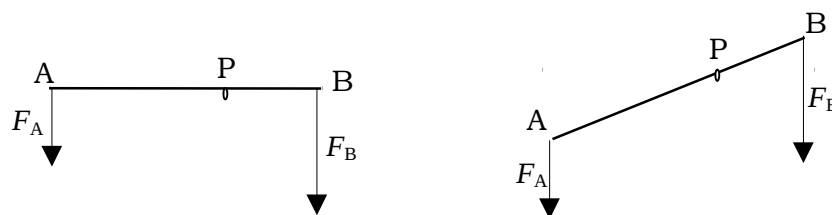
40. CONSERVATION DU TRAVAIL.

Il faut remarquer, d'autre part, que la distance parcourue par le point B par le point C quand on fait tourner le levier autour de A, est proportionnelle à la distance du point à l'axe A. C'est-à-dire que les distances parcourues sont inversement proportionnelles aux forces. Pour soulever un poids de 300 kilogrammes à 1 centimètre de hauteur au moyen d'une force motrice de 30

kilogrammes, il faudra déplacer de 10 centimètres le point d'application de cette dernière force.

On exprime ceci en disant que le travail moteur de la puissance est égal au travail résistant de la résistance. C'est là le principe de la conservation du travail. Le travail n'a donc été que transformé. On perd en chemin ce qu'on gagne en force. Il en est ainsi en toute machine. Une machine *ne crée* donc aucun travail, elle ne fait que *transformer* les éléments du travail.

Le dualisme des formulations apparaît ici plus clairement encore : d'abord, les « conditions de l'équilibre d'un levier », formulées à l'aide des *bras de leviers* et des forces ; ensuite, le *travail* de ces forces, sans qu'un lien soit explicité entre les premières assertions et les secondes. (On aura noté, en passant, que l'hypothèse d'alignement des points A, B, C, supposé dans le texte, est, de façon étonnante, grossièrement non vérifiée sur la figure 29.) Tout se passe comme s'il y avait là des manques, des imprécisions, que la poursuite de l'enquête devrait combler. Mais combler *avec quoi* ? Mentionnons ici une des difficultés que l'on peut apercevoir. Que les chemins parcourus $\widehat{AA'}$ et $\widehat{BB'}$ respectivement par les points A et B soient de longueur proportionnelle à celle des bras de leviers PA et PB est clair ; mais ce qui l'est moins est la chose suivante : sur la figure de gauche ci-après, l'équilibre serait réalisé lorsque est réalisée l'égalité $PA \times F_A = PB \times F_B$, en sorte que, pour rompre l'équilibre dans le sens indiqué par la figure de droite ci-après, il faut exercer une force $\tilde{F}_A$ un peu supérieure à F_A ; mais cela reste-t-il vrai lorsque la barre AB est dans la position de la figure de droite, où la direction des forces n'est plus perpendiculaire à celle de la barre ? On pourrait *imaginer* que, au contraire, la force à exercer en A pour continuer à mouvoir la barre autour de P soit d'intensité *plus petite* (l'effort nécessaire devient moindre). On pourrait, à l'inverse, imaginer que l'effort à exercer en A *croisse* au fur et à mesure. Qu'en est-il et pourquoi ?



J'arrête ici l'enquête nécessaire à la production d'une analyse praxéologique des situations évoquées dans le texte d'Alain : nous y reviendrons.

3. Un peu de belle plomberie encore !

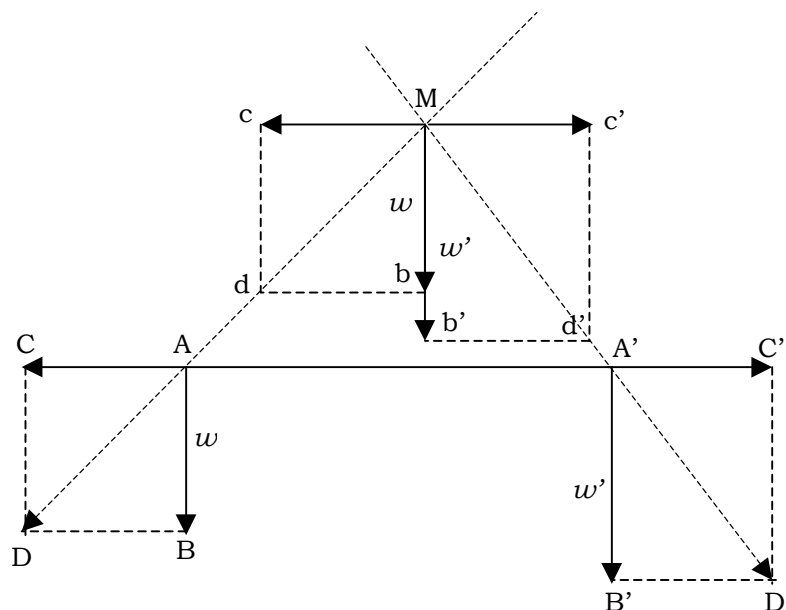
a) Quand on enquête de façon un tant soit peu approfondie sur ce que tel ouvrage consulté condense – par principe – en une fiche de deux pages, on

s'aperçoit que le discours superstructurel des ouvrages s'élève sur une infrastructure praxéologique qui s'est longuement et difficilement construite. Je voudrais montrer ici une des constructions infrastructurelles imaginées autour de l'égalité, rencontrée plusieurs fois dans ce qui précède, des moments des forces « motrice » et « résistante ». J'emprunte pour cela à un exposé que propose George Pólya (1887-1985) dans son livre *Mathematical Methods in Science* publié en 1977 par la *Mathematical Association of America*.

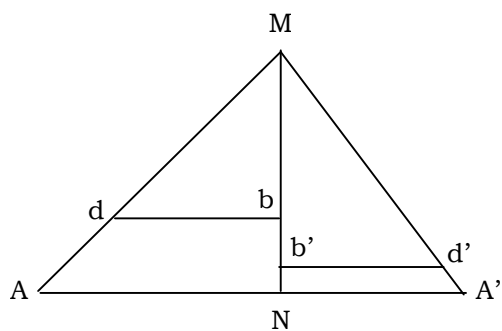
b) Le problème peut être formulé ainsi (voir la figure ci-dessous) : on a une barre rigide AA' aux extrémités desquelles s'exercent des forces w et w' de même direction et de même sens ; on veut connaître le point de la barre où un pivot doit être placé pour que l'équilibre de la barre se réalise.



Bien entendu, le fait que les forces w et w' aient même direction ne permet pas d'utiliser la technique du « parallélogramme des forces » : la technique « usuelle » est indisponible. L'idée clé est alors d'imaginer que l'on ajoute à la situation de départ deux forces, représentées ci-dessous par les vecteurs $\overrightarrow{AC}$ et $\overrightarrow{A'C'}$, de même intensité et de sens opposés, en sorte qu'on ne change rien aux conditions d'équilibre de la barre. La construction réalisée sur la figure ci-dessous permet de faire apparaître la résultante des forces $\overrightarrow{AD}$ et $\overrightarrow{A'D'}$.



La considération de la figure partielle complétée que l'on trouvera ci-après conduit alors à l'égalité cherchée : $NA \times Mb = NA' \times Mb'$. Je laisserai le lecteur l'établir pour son propre compte.



That's all, folks!