

UMR ADEF

JOURNAL DU SEMINAIRE TAD/IDD

Théorie Anthropologique du Didactique
& Ingénierie Didactique du Développement

There is a phrase I learned in college called, "having a healthy disregard for the impossible." That is a really good phrase. Larry Page (1973-)

Ceux qui prennent le port en long au lieu de le prendre en travers. Marcel Pagnol (1895-1974)

Le séminaire TAD & IDD est animé par Yves Chevallard au sein de l'équipe 1 de l'UMR ADEF, dont le domaine général de recherche s'intitule « École et anthropologie didactique des savoirs ». Ce séminaire a, solidairement, une double ambition : d'une part, il vise à mettre en débat des recherches (achevées, en cours ou en projet) touchant à la TAD ou, dans ce cadre, à des problèmes d'ingénierie didactique du développement, quel qu'en soit le cadre institutionnel ; d'autre part, il vise à faire émerger les problèmes de tous ordres touchant au développement didactique des institutions, et notamment de la profession de professeur de mathématiques. Deux domaines de recherche sont au cœur du séminaire : un domaine en émergence, la didactique de l'enquête codisciplinaire ; un domaine en devenir, la didactique des savoirs mathématiques.

La conduite des séances et leur suivi se fixent notamment pour objectif d'aider les participants à étendre et à approfondir leur connaissance théorique et leur maîtrise pratique de la TAD et des outils de divers ordres que cette théorie apporte ou permet d'élaborer. Sauf exception, les séances se déroulent le vendredi après-midi, de 15 h à 17 h puis de 17 h 30 à 19 h 30, cette seconde partie pouvant être suivie en visioconférence.

→ Séance 2 – Vendredi 16 janvier 2009

DIDACTIQUE DE L'ENQUÊTE CODISCIPLINAIRE

1. PER : le travail du concept

a) J'ai eu récemment à revenir – dans le cadre de la direction d'un mémoire de première année de master de sciences de l'éducation – sur la notion de PER, ou plus exactement, sur les notions de PER qui sont venues à la vie depuis l'année 2000.

b) La première réalité qu'il me faut mentionner dans ce cadre est la notion « institutionnelle » de TPE, qui s'installe en classe de première à la rentrée 2000. C'est elle qui va donner lieu à une *première généralisation* d'emblée

essentielle : celle de PER *codisciplinaire*, avec éventuellement dominante disciplinaire ou bidisciplinaire, etc., associée au schéma dit *schéma herbartien* :

$$[S(X; Y; Q) \Rightarrow \{ R_1^\diamond, R_2^\diamond, \dots, R_n^\diamond, O_{n+1}, \dots, O_m \}] \Rightarrow R^\heartsuit$$

ou, sous une forme abrégée,

$$[S(X; Y; Q) \Rightarrow M] \Rightarrow R^\heartsuit$$

où M est le *milieu didactique*. C'est dès ce moment-là que sont mises en évidence ces praxéologies didactiques indispensables à la conduite d'un PER que sont les diverses « dialectiques » : du sujet et du hors sujet ; du parachutiste et du truffier ; des boîtes noires et des boîtes claires ; de la conjecture et de la preuve ou des médias et des milieux ; de la lecture et de l'écriture ou de l'excription et de l'inscription ; de la diffusion et de la réception. J'ajoute ici que, très récemment, une septième dialectique a été reconnue : la dialectique *de l'individu et du collectif* ou *de l'autonomie et de la synnomie*.

c) Tout ce que je viens d'évoquer figure dans l'ultime séance – la 24^e – du séminaire adressé au PCL2 de mathématiques dès l'année 2000-2001. Par contraste, et sauf erreur de ma part, ce n'est que dans le séminaire adressé aux PLC2 de l'année 2003-2004 qu'apparaît l'expression de *parcours d'étude et de recherche* – dans la 13^e séance exactement. Dans ce contexte, le sigle PER fait système avec le sigle AER, présent, quant à lui, dès l'année 2000-2001 (et même bien avant). Par rapport à la notion de PER associée à la notion générale d'enquête codisciplinaire, plusieurs traits doivent être soulignés.

- Premier point : le dispositif du PER évoqué à propos de l'enseignement des mathématiques est une importation du dispositif des TPE, dont il s'inspire et dont il constitue une adaptation.
- Deuxième point : dans cette importation, la codisciplinarité est mise entre parenthèses. Les PER en question sont « mathématiques » : ce sont des PER que, aujourd'hui, je nomme plus généralement des PER (ou enquêtes) *monodisciplinaires* ; ou, pour être plus proche de la réalité, *quasi monodisciplinaires*.
- Troisième point : alors que, dans ce que je nommerai une enquête codisciplinaire *ouverte*, l'outillage rassemblé dans le milieu

$$M = \{ R_1^\diamond, R_2^\diamond, \dots, R_n^\diamond, O_{n+1}, \dots, O_m \}$$

est *a priori* quelconque, ici le milieu M , pour être admissible, doit être prélevé pour l'essentiel dans un champ praxéologique désigné à l'avance (par le

programme de la classe), dont il doit en outre recouvrir une partie non négligeable (afin de s'intégrer efficacement dans la dynamique d'ensemble de l'étude). Je parlerai alors de PER *finalisé* – la finalité assignée étant celle de la rencontre et de l'emploi d'éléments praxéologiques figurant dans le programme d'étude de la classe.

d) Un quatrième point doit être traité à part : il concerne la question *Q* étudiée. Deux notions doivent ici être mentionnées. La première est celle de la *générativité* de la question *Q*, c'est-à-dire de sa capacité – lorsqu'on l'étudie sous certaines contraintes et dans des conditions données déterminant un certain parcours d'étude et de recherche – à engendrer des questions « dérivées ». Il paraît évident que, plus la générativité d'une question est élevée (selon un certain parcours d'étude et de recherche), et plus elle conduira à multiplier les occasions de rencontres praxéologiques. Dans la séance 13 du séminaire de la promotion 2003-2004 des PCL2 de mathématiques, ainsi, le premier exemple de PER cité est engendré par le projet de *construire un calculateur graphique* : la question *Q* à étudier est donc « Comment construire un calculateur graphique ? », question dont l'étude est de nature à susciter la rencontre avec l'essentiel des praxéologies géométriques à étudier au collège.

e) Une seconde notion doit toutefois être introduite : celle de *généralité* de la question *Q*. Toute question *Q* admet en effet des *cas particuliers* ou *particularisations* (en anglais : *instances* ou *instantiations*). C'est évident par exemple pour la question « Quelle est la durée de vie moyenne d'un insecte ? », que l'on peut songer à particulariser en la posant seulement à propos des mouches, ou des cigales, ou des puces, etc. D'un cas particulier à l'autre, ce qui peut changer c'est, non seulement la réponse *R*, mais aussi le parcours d'étude et de recherche emprunté (et, en particulier, le milieu didactique mobilisé) pour arriver jusqu'à *R*. Le fait qu'une réponse *R* vaille pour un ensemble de « cas particuliers », en outre, peut n'apparaître qu'après-coup, une fois les études et recherches utiles accomplies. L'étude d'un cas particulier peut, inversement, engendrer des sous-cas non prévus au démarrage de l'étude. À propos de ces insectes appelés *éphémères*, ainsi, on peut lire ceci dans l'article « Ephemeroptera » de l'encyclopédie Wikipédia.

Les imagos (adultes) ont une vie brève, uniquement consacrée à la reproduction et ne se nourrissent pas. Les larves sont aquatiques. Elles vivent un, deux ou trois ans, et passent par un stade final intermédiaire, le subimago, qui ressemble beaucoup au stade adulte, mais ne dure que quelques jours ou quelques heures.

Bien entendu, la généralité d'une question Q n'est pas intrinsèque à Q : elle dépend de l'outillage praxéologique disponible (ou qui sera rendu disponible) pour l'étudier.

2. Une amorce d'enquête : « Pourquoi plus de 1 que de 9 ? »

a) À titre d'illustration, je m'arrête ici un instant sur une question connue, celle de la présence sociale différentielle des *chiffres*. Je cite à cet égard le début d'un court exposé dû à Élise Janvresse et Thierry de la Rue, intitulé « Pourquoi rencontre-t-on plus de 1 que de 9 ? » (*100 questions de sciences à croquer*, Le Pommier, 2007, pp. 137-139).

Saviez-vous que près de la moitié des nombres rencontrés dans votre vie quotidienne commencent soit par un 1, soit par un 2, alors que moins d'un sur vingt commencent par un 9 ?

La question Q sur laquelle on peut vouloir enquêter est alors celle-ci : « Est-il vrai que l'on rencontre plus de 1 que de 9 comme chiffre non nul le plus à gauche dans l'écriture des nombres qui peuplent la vie sociale ? Pourquoi en est-il ainsi ? »

b) Nous disposons sur cette question de l'exposé mentionné.

- Sur la première partie de la question, cet exposé indique notamment ceci.

Ce phénomène est connu sous le nom de « loi de Benford », du nom de l'ingénieur qui étudia en 1938 la distribution du premier chiffre significatif de plus de vingt mille nombres d'origine diverse (résultats sportifs, relevés d'hydrologie, poids des éléments chimiques, etc.)

L'astronome Simon Newcomb, à la fin du XIX^e siècle, fut le premier à remarquer cette curiosité. Les scientifiques ne disposaient alors pas d'ordinateur, et faisaient un usage intensif des tables de logarithmes pour transformer les multiplications en additions (opérations beaucoup plus faciles à faire à la main !). Newcomb avait remarqué que les premières pages de ces tables (donnant les logarithmes des nombres commençant par 1) s'usaient beaucoup plus vite que les dernières (celles des nombres commençant par 9).

- Il y a ici une simple évocation d'observations ou d'études « empiriques » déjà anciennes. On peut penser que de nouvelles études, visant à faire toucher du doigt le phénomène, ne seraient pas inutiles. Cela dit, les études évoquées par l'exposé que nous suivons semblent avoir été assez précises pour permettre de dégager un modèle mathématique simple, que les auteurs précisent dans les lignes suivantes.

Newcomb et après lui Benford ont donné une formule mathématique indiquant la fréquence théorique de chacun des premiers chiffres significatifs possibles : pour $i = 1, 2, \dots, 9$ la fréquence des nombres commençant par i vaut $\log_{10}\left(1 + \frac{1}{i}\right)$, ce qui donne approximativement :

1 : 30,1 %	4 : 9,7 %	7 : 5,8 %
2 : 17,6 %	5 : 7,9 %	8 : 5,1 %
3 : 12,5 %	6 : 6,7 %	9 : 4,6 %

• La fonction $x \mapsto \log_{10} x$ est la fonction *logarithme décimal*. On définit les fonctions logarithmes (en général) comme les fonctions f « raisonnables » (non identiquement nulles, continues), définies sur l'ensemble des nombres strictement positifs, qui transforment les produits en sommes, c'est-à-dire telles que l'on ait, pour tous $a, b > 0$, $f(ab) = f(a) + f(b)$. Il est clair que, pour $a = b = 1$, on a $f(1) = f(1) + f(1)$ et donc $f(1) = 0$: toutes les fonctions logarithmes s'annulent en 1. Il est clair encore que, si f est une fonction logarithme non nulle, alors, pour tout $k \neq 0$, la fonction $g = kf$ en est une autre ; en particulier, la fonction $g = \frac{1}{f(10)} f$ est une fonction logarithme qui vaut 1 en 10 : $g(10) = \frac{1}{f(10)} f(10) = 1$; on admettra ici qu'elle est unique : il s'agit de la fonction notée $\log_{10}$.

• On observera que l'on a bien $\sum_{i=1}^9 \log_{10}\left(1 + \frac{1}{i}\right) = 1 = 100\%$; il vient en effet :

$$\begin{aligned} \sum_{i=1}^9 p_i &= \sum_{i=1}^9 \log_{10}\left(1 + \frac{1}{i}\right) = \log_{10} \prod_{i=1}^9 \left(1 + \frac{1}{i}\right) = \log_{10} \prod_{i=1}^9 \frac{i+1}{i} \\ &= \log_{10} \left(\frac{2}{1} \times \frac{3}{2} \times \frac{4}{3} \times \frac{5}{4} \times \frac{6}{5} \times \frac{7}{6} \times \frac{8}{7} \times \frac{9}{8} \times \frac{10}{9}\right) = \log_{10} 10 = 1 = 100\%. \end{aligned}$$

Mais on notera aussi que la distribution de fréquences théoriques $p_i = \log_{10}\left(1 + \frac{1}{i}\right)$ (pour $i = 1, 2, \dots, 9$) est bien « théorique » : car aucune population *finie* de nombres décimaux, même à *très grand effectif*, ne saurait avoir exactement cette distribution de fréquences-là, puisque, si r est un nombre rationnel strictement positif qui n'est pas une puissance de 10, alors $\log_{10} r$ est *irrationnel* (Ivan Niven, *Irrational Numbers*, The Mathematical Association of America, 1956, theorem 2.11) et même *transcendant* (*ibid.*, p. 135). On a par exemple :

$$p_1 = \log_{10}\left(1 + \frac{1}{1}\right) = \log_{10} 2 = 0,3010299956639811952137388947244...$$

$$p_2 = \log_{10}\left(1 + \frac{1}{2}\right) = \log_{10} 1,5 = 0,1760912590556812420812890085306...$$

c) Pour progresser dans l'étude du phénomène évoqué par les auteurs que nous suivons ici, on peut d'abord se livrer à une petite étude empirique. J'ai pour cela recueilli le premier chiffre des cours de la bourse affichés sur le site du quotidien *Les Échos* le samedi 3 janvier 2009 vers 10 h : une suite de tableaux tel celui reproduit ci-après sont proposés au lecteur (à l'adresse http://bourse.lesechos.fr/bourse/actions/cours_az.jsp).

A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O	P	Q	R	S	T	U	V	W	X	Y	Z
▼ Libellé ▲	Dernier €	▼ Var. ▲	Ouvert.	+ Haut	+ Bas	▼ Vol. ▲ *	▼ 01 janv. ▲																		
ACCOR	36,27	+ 3,30%	35,58	36,27	34,98	863 801	- 33,69%																		
ADECCO S.A.	23,87	+ 3,73%	23,37	24,20	23,37	2 445	- 35,36%																		
ADP	49,20	+ 1,66%	49,50	49,98	47,52	38 202	- 29,72%																		
AIR FRANCE - KLM	9,80	+ 6,87%	9,38	9,80	9,06	1 419 568	- 59,25%																		
AIR LIQUIDE	67,50	+ 3,13%	65,55	67,50	65,22	676 905	- 27,05%																		
ALCATEL LUCENT	1,59	+ 3,52%	1,58	1,59	1,54	10 115 498	- 67,94%																		
ALLIANZ AG	76,96	+ 4,00%	74,00	77,65	74,00	6 433	- 47,61%																		
ALSTOM	42,98	+ 2,37%	42,30	43,20	41,28	656 883	- 41,53%																		
ALTEN	15,43	+ 1,57%	15,20	15,69	15,20	27 097	- 41,11%																		
ALTRAN TECHNOLOGIES	2,94	+ 8,27%	2,77	2,96	2,72	1 574 264	- 28,43%																		
APRIL GROUP	17,76	- 1,87%	17,91	17,99	17,76	10 925	- 61,52%																		
ARCELORMITTAL	18,80	+ 9,87%	17,40	18,80	17,32	3 356 737	- 64,66%																		
ARKÉMA	13,02	+ 6,24%	12,80	13,20	12,30	292 217	- 71,04%																		
ATOS ORIGIN	18,35	+ 2,42%	18,17	18,39	17,70	112 200	- 48,09%																		
AUTOROUTES PARIS-RHIN-RHÔNE	52,00	+ 4,52%	50,25	52,83	50,02	19 931	- 22,39%																		
AXA	17,04	+ 7,51%	16,05	17,04	15,80	5 130 858	- 37,81%																		

* Volume exprimé en nombre de titres échangés

• Voici le relevé des premiers chiffres de la deuxième colonne de ces différents tableaux.

3 - 2 - 4 - 9 - 6 - 1 - 7 - 4 - 1 - 2 - 1 - 1 - 1 - 1 - 5 - 1 - 4 - 6 - 3 - 8 - 5 - 1 -
3 - 2 - 6 - 4 - 2 - 1 - 2 - 3 - 1 - 1 - 5 - 1 - 4 - 6 - 1 - 5 - 8 - 3 - 4 - 1 - 2 - 1 -
1 - 1 - 1 - 1 - 2 - 1 - 1 - 2 - 2 - 2 - 1 - 6 - 1 - 4 - 8 - 1 - 2 - 2 - 3 - 9 - 1 - 3 -
3 - 1 - 2 - 4 - 4 - 1 - 1 - 1 - 1 - 1 - 2 - 2 - 3 - 9 - 2 - 2 - 5 - 2 - 3 - 5 - 1 - 1 -
2 - 4 - 8 - 6 - 1 - 7 - 4 - 1 - 1 - 6 - 6 - 3 - 1 - 2 - 1 - 2 - 4 - 2 - 3 - 4 - 1 - 2 -
2 - 2 - 2 - 1 - 1 - 1 - 2 - 2 - 1 - 7 - 1 - 6 - 4 - 3 - 1 - 4 - 1 - 1 - 2 - 1 - 3 - 6 -
1 - 1 - 1 - 7 - 1 - 4 - 2 - 1 - 1 - 1 - 8 - 1 - 8 - 2 - 3 - 1 - 6 - 4 - 1 - 5 - 2 - 6 -
2 - 7 - 9 - 5 - 1 - 5 - 4 - 3 - 4 - 2 - 5 - 5 - 3 - 8 - 3 - 3 - 5 - 1 - 1 - 1 - 5 - 4 -
1 - 3 - 1 - 3 - 4 - 3 - 5 - 1 - 2 - 4 - 1 - 7 - 3 - 1 - 1 - 1 - 4 - 7 - 9 - 7 - 3 - 4 -
2 - 1 - 3 - 1 - 4 - 1 - 4 - 2 - 1 - 1 - 8 - 1 - 2 - 3 - 7 - 3 - 2 - 3 - 2

• Le tableau ci-après montre (2^e ligne) les effectifs d'occurrences en première position des différents chiffres de 1 à 9, puis (3^e ligne) les pourcentages

correspondants, enfin (4^e ligne) les pourcentages théoriques selon la loi de Benford.

1	2	3	4	5	6	7	8	9
75	40	28	26	14	12	9	8	5
34,6 %	18,4 %	12,9 %	12 %	6,5 %	5,5	4,1 %	3,7 %	2,3 %
30,1 %	17,6 %	12,5 %	9,7 %	7,9 %	6,7	5,8 %	5,1 %	4,6 %

On retrouve donc l'allure de la loi, quoique les fréquences des chiffres 1, 2, 3, 4 soient supérieures aux fréquences théoriques correspondantes, tandis que c'est l'inverse pour les fréquences des chiffres 5, 6, 7, 8 et 9. On utilise ci-après le test du χ^2 , dont la structure et le principe sont explicités comme suit sur une page Web intitulée "Chi-Square Calculator" dont l'adresse est la suivante : <http://www.fourmilab.ch/rpkp/experiments/analysis/chiCalc.html>.

The *chi-square* statistic for an experiment with k possible outcomes, performed n times, in which $Y_1, Y_2, \dots, Y_k$ are the number of experiments which resulted in each possible outcome, with probabilities of each outcome $p_1, p_2, \dots, p_k$ is:

$$\chi^2 = \sum_{1 \leq s \leq k} \frac{(Y_s - np_s)^2}{np_s}$$

χ^2 will be larger to the extent that the observed results diverge from those expected by chance. The probability Q that a χ^2 value calculated for an experiment with d degrees of freedom (where $d=k-1$, one less the number of possible outcomes) is due to chance is:

$$Q_{\chi^2, d} = \left[2^{d/2} \Gamma\left(\frac{d}{2}\right) \right]^{-1} \int_{\chi^2}^{\infty} (t)^{\frac{d}{2}-1} e^{-\frac{t}{2}} dt$$

Where Γ is the generalisation of the factorial function to real and complex arguments:

$$\Gamma_x = \int_0^{\infty} t^{x-1} e^{-t} dt$$

Unfortunately, there is no closed form solution for Q , so it must be evaluated numerically. This page allows you to calculate the probability of chance occurrence of a given χ^2 for an experiment with d degrees of freedom, or to calculate χ^2 given d and the probability Q . All calculations are performed with six decimal places of accuracy, the maximum χ^2 accepted is thus 99999.

• Nous avons $n = 217$, $k = 9$, $Y_1 = 75$, $Y_2 = 40$, etc., $p_1 = 0,301$, $p_2 = 0,176$, etc., et $d = k - 1 = 8$. À l'aide du tableau ci-après, on peut remplir les colonnes du calculateur en ligne que l'on utilise ici (on le trouvera à l'adresse suivante : <http://www.graphpad.com/quickcalcs/chisquared1.cfm>).

1	2	3	4	5	6	7	8	9
75	40	28	26	14	12	9	8	5
30,1 %	17,6 %	12,5 %	9,7 %	7,9 %	6,7	5,8 %	5,1 %	4,6 %

1. Choose data entry format

☒ Enter up to 20 categories (rows).
☐ Enter or paste up to 2000 categories (rows).
Caution: Changing format will erase your data.

2. How will you enter the expected values?

☐ Actual number expected
☒ Percent expected
☐ Fraction expected

3. Enter data

	Category	Observed #	Expected
1:	1	75	30.1
2:	2	40	17.6
3:	3	28	12.5
4:	4	26	9.7
5:	5	14	7.9
6:	6	12	6.7
7:	7	9	5.8
8:	8	8	5.1
9:	9	5	4.6

4. View the results

On obtient alors cette réponse.

P value and statistical significance:

Chi squared equals 8.092 with 8 degrees of freedom.

The two-tailed P value equals 0.4246

By conventional criteria, this difference is considered to be not statistically significant.

The P value answers this question: If the theory that generated the expected values were correct, what is the probability of observing such a large discrepancy (or larger) between observed and expected values? A small P value is evidence that the data are not sampled from the distribution you expected.

On ne saurait donc rejeter l'hypothèse que l'échantillon serait extrait d'une population suivant la loi théorique de Benford : le calculateur déjà utilisé plus haut donne à l'événement $\chi^2 \geq 8,092$ une probabilité de plus de 42 %.

Calculate probability from χ^2 and d

One of the most common chi-square calculations is determining, given the measured χ^2 value for a set of experiments with a degree of freedom d , the probability of the result being due to chance. Enter the χ^2 and d values in the boxes below, press the **Calculate** button, and the probability will appear in the Q box.

Given $\chi^2=8.092$ and $d=8$

The chance probability, Q , is: 0.4245

d) La question Q mise à l'étude, rappelons-le, est la suivante : « Est-il vrai que l'on rencontre plus de 1 que de 9 comme chiffre non nul le plus à gauche dans l'écriture des nombres qui peuplent la vie sociale ? Pourquoi en

est-il ainsi ? » Voici ce que l'exposé examiné propose quant à la seconde partie de la question *Q*, la question du *pourquoi*.

Un tel résultat est difficile à prouver rigoureusement, car il faut préciser ce que l'on entend par « nombres rencontrés dans la vie quotidienne ». Néanmoins, les mathématiciens ont proposé plusieurs justifications. L'une d'entre elles part de la constatation suivante : si le premier chiffre des nombres rencontrés dans la vie quotidienne est régi par une loi précise, celle-ci doit être la même partout dans le monde. Que les distances soient mesurées en kilomètres ou en miles, que les rix soient en euros ou en dollars, la fréquence du premier chiffre ne devrait pas changer : lorsque c'est le cas, on dit que la loi du premier chiffre est « invariante par changement d'unité ». Or, les mathématiciens savent montrer que la loi de Benford est la seule qui possède cette propriété.

Ainsi se termine l'exposé dont nous disposons... Il constitue une promesse d'une étude plus vaste plutôt qu'il n'est cette étude elle-même. Ce que l'on y voit, c'est que les explications proposées – du moins celles retenues par les auteurs – seraient essentiellement *mathématiques*. Sans aller plus loin ici sur ce sujet (sur lequel nous reviendrons), notons que l'unique explication évoquée par les auteurs ne doit pas être prise trop « simplement ». Si, par exemple, on applique aux données numériques à un chiffre du tableau des 217 données une multiplication par 6 (correspondant à un changement d'unité monétaire supposé), on ne pourra certainement pas obtenir une distribution voisine de la distribution de fréquences de Newcomb-Benford. Puisque, en effet, on a $1 \times 6 = 6$, $2 \times 6 = 12$, $3 \times 6 = 18$, $4 \times 6 = 24$, $5 \times 6 = 30$, $6 \times 6 = 36$, $7 \times 6 = 42$, $8 \times 6 = 48$, $9 \times 6 = 54$, on n'aura comme premiers chiffres que les chiffres 1, 2, 3, 4, 5, 6, en sorte qu'il manquera quelque 15,5 % de la distribution théorique. Voici la série de chiffres transformés.

1 – 1 – 2 – 5 – 3 – 6 – 4 – 2 – 6 – 1 – 6 – 6 – 6 – 6 – 3 – 6 – 2 – 3 – 1 – 4 – 3 – 6 –
1 – 1 – 3 – 2 – 1 – 6 – 1 – 1 – 6 – 6 – 3 – 6 – 2 – 3 – 6 – 3 – 4 – 1 – 2 – 6 – 1 – 6 –
6 – 6 – 6 – 6 – 1 – 6 – 6 – 1 – 1 – 1 – 6 – 3 – 6 – 2 – 4 – 6 – 1 – 1 – 1 – 5 – 6 – 1 –
1 – 6 – 1 – 2 – 2 – 6 – 6 – 6 – 6 – 6 – 1 – 1 – 1 – 5 – 1 – 1 – 3 – 1 – 1 – 3 – 6 – 6 –
1 – 2 – 4 – 3 – 6 – 4 – 2 – 6 – 6 – 3 – 3 – 1 – 6 – 1 – 6 – 1 – 2 – 1 – 1 – 2 – 6 – 1 –
1 – 1 – 1 – 6 – 6 – 6 – 1 – 1 – 6 – 4 – 6 – 3 – 2 – 1 – 6 – 2 – 6 – 6 – 1 – 6 – 1 – 3 –
6 – 6 – 6 – 4 – 6 – 2 – 1 – 6 – 6 – 6 – 4 – 6 – 4 – 1 – 1 – 6 – 3 – 2 – 6 – 3 – 1 – 3 –
1 – 4 – 5 – 3 – 6 – 3 – 2 – 1 – 2 – 1 – 3 – 3 – 1 – 4 – 1 – 1 – 3 – 6 – 6 – 6 – 3 – 2 –
6 – 1 – 6 – 1 – 2 – 1 – 3 – 6 – 1 – 2 – 6 – 4 – 1 – 6 – 6 – 6 – 2 – 4 – 5 – 4 – 1 – 2 –
1 – 6 – 1 – 6 – 2 – 6 – 2 – 1 – 6 – 6 – 4 – 6 – 1 – 1 – 4 – 1 – 1 – 1 – 1

Et voici la distribution des effectifs correspondants.

1	2	3	4	5	6	7	8	9
68	26	26	17	5	75	0	0	0

Ainsi qu'on le voit, le chiffre le plus fréquent est 6. Cette fois la différence avec la distribution théorique de Newcomb-Benford est *très* significative. En utilisant le calculateur déjà utilisé pour cela, on entre d'abord les données ; puis le verdict s'affiche.

1. Choose data entry format

☒ Enter up to 20 categories (rows).
☐ Enter or paste up to 2000 categories (rows).
Caution: Changing format will erase your data.

2. How will you enter the expected values?

☐ Actual number expected
☒ Percent expected
☐ Fraction expected

3. Enter data

	Category	Observed #	Expected
1:	1	68	30.1
2:	2	26	17.6
3:	3	26	12.5
4:	4	17	9.7
5:	5	5	7.9
6:	6	75	6.7
7:	7	0	5.8
8:	8	0	5.1
9:	9	0	4.6

4. View the results

Chi-square test results

P value and statistical significance:

Chi squared equals 298.494 with 8 degrees of freedom.

The two-tailed P value is less than 0.0001

By conventional criteria, this difference is considered to be extremely statistically significant.

The P value answers this question: If the theory that generated the expected values were correct, what is the probability of observing such a large discrepancy (or larger) between observed and expected values? A small P value is evidence that the data are not sampled from the distribution you expected.

La différence peut donc être regardée comme « extrêmement significative ». En fait, sous l'hypothèse H_0 que la distribution observée serait extraite d'une population théorique suivant la loi de Benford, l'observation d'une valeur aussi élevée du χ^2 a une probabilité quasi nulle.

3. Le souci des savoirs et ses paradoxes

a) Toute enquête codisciplinaire (ou même monodisciplinaire) sollicite une problématique que j'ai appelée *primale* : que sont les savoirs, les praxéologies utiles à l'enquête ? La dialectique des boîtes noires et des boîtes claires permet d'adoucir un peu cette interrogation en autorisant les enquêteurs à

refuser – ou à différer – le corps à corps avec leurs ignorances apparentes. Mais il n'y a pas, en ce genre de situations, que les décisions – explicites ou implicites – des enquêteurs qui jouent. Il y a aussi les conditions dans lesquelles ils opèrent et les contraintes sous lesquelles ils pensent et agissent. Ce sont ces contraintes, notamment, qu'il conviendrait d'élucider. Il me semble que certaines d'entre elles nous sont assez connues.

- Beaucoup d'entre nous, en vérité, ont été marqués comme au fer rouge par une monodisciplinarité ou une autre (au sens scolaire/universitaire du terme) : l'un se dira ainsi « mathématicien », l'autre « philosophe », un troisième « géographe », etc. – et, ajoutons-le, presque toujours *seulement* cela. Dans un travail d'enquête codisciplinaire, cette contrainte de mono-affiliation disciplinaire a, me semble-t-il, des effets délétères de deux ordres. D'un côté, elle conduit à minimiser, et même à ignorer, tout ce qui serait ressenti comme relevant d'autres horizons disciplinaires, proscription qui biaise parfois pathologiquement la dialectique des boîtes noires et des boîtes claires. C'est là une première façon, formidablement réductrice, de n'avoir pas un souci adéquat des savoirs qui pourraient être utiles à l'enquête que l'on conduit. D'un autre côté, on tend à considérer – même s'il y a là, souvent, plus qu'une part de fiction – les savoirs utiles relevant de « sa » discipline comme « bien connus », si bien que leur usage dans l'enquête n'appellerait pas d'explicitation particulière – sans parler de la reprise à nouveaux frais de l'étude de ces savoirs, étude finalisée par les besoins de l'enquête en cours.

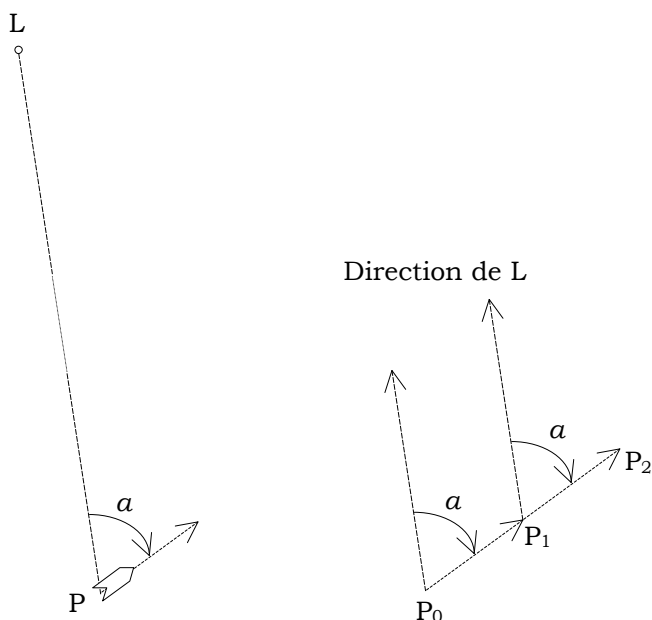
- Ce double mouvement conduit, dans l'enquête elle-même, à perdre la référence aux savoirs utiles à la conduite de l'enquête : le parcours d'étude et de recherche en est d'autant amputée. Loin d'être approfondie à travers une dialectique poussée des médias et des milieux dont ces savoirs constitueraient le matériel de base, l'enquête en reste à la surface des choses. Mais il y a plus. À force de n'être plus sollicités, les savoirs utiles perdent de leur capacité d'intervention : ils s'étiolent dans le confort d'un destin essentiellement muséographique. Ce qui devrait être mis en relation organique se trouve séparé : les écosystèmes épistémologiques se simplifient et s'appauvrissent.

b) Je donnerai de cela un exemple banal, mais actuel : je l'ai rencontré à l'occasion du travail réalisé au collège Vieux Port dans le cadre de l'atelier « Enquêtes sur Internet » que quelques-uns d'entre nous y animons. L'atelier travaille sur la question suivante : « Pourquoi les insectes de nuit se précipitent-ils sur les sources de lumière ? » Cette question a été choisie par consultation de listes de questions offertes dans des ouvrages de questions/réponses, qui sont légion aujourd'hui. Sa vertu première est de

faire sens pour tout le monde, d'emblée. Le milieu didactique utile est, *a priori*, inconnu : quels savoirs, relevant de quelles disciplines, seront à mobiliser, cela n'est pas connu de moi lorsque je fais ce choix. Or, si vous cherchez sur le Web une réponse à la question posée, vous serez en quelque sorte assailli par une réponse toujours la même, dont voici une version parmi d'autres, que vous pourrez retrouver à l'adresse suivante : http://www.caminteresse.fr/questions_reponses/les_qr/animaux_1/pourquoi_les_papillons_de_nuit_sont_ils_attires_par_la_lumiere.

Parce qu'ils confondent la lueur des ampoules électriques avec celle de la Lune, qui sert de repère d'orientation aux insectes nocturnes. L'éloignement de l'astre est tel qu'il est immobile dans le ciel, ce qui permet aux lépidoptères de garder une trajectoire rectiligne. Quand une source de lumière artificielle entre dans le champ visuel du papillon, elle devient le nouveau repère. Mais contrairement à la Lune, la position de cette source bouge avec le déplacement de l'insecte. Le papillon rectifie alors sans cesse sa trajectoire et progresse ainsi en spirale autour de la source de lumière artificielle.

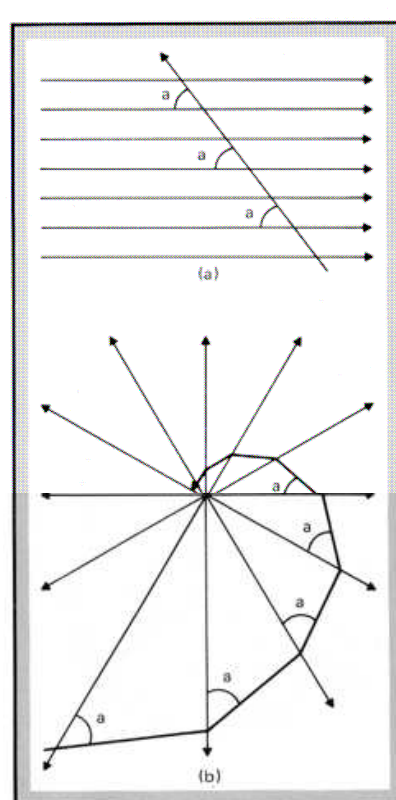
- Un travail sur lequel je passe conduit à expliciter ainsi cette « théorie de la Lune ». Dans le cas supposé où l'insecte n'est pas troublé par des sources de lumière artificielles, il se repèrerait – la nuit – sur la Lune, que l'on peut considérer comme située à l'infini (voir le schéma ci-dessous, à gauche) ; plus précisément, l'insecte contrôlerait l'angle que fait sa trajectoire avec la direction de la Lune (voir le schéma ci-dessous, à droite).



Le « mathématicien » peut voir, ici, une connaissance indispensable pour apprécier le comportement prêté à l'insecte nocturne : il s'agit d'une réciproque inhabituelle d'un théorème « bien connu », celui qui caractérise le

parallélisme de deux droites coupées par une sécante commune faisant avec elles des angles *correspondants* égaux. Cette réciproque inconnue énoncerait que, si des droites (P_0P_1) et (P_1P_2) font avec deux parallèles des angles « correspondants » *égaux*, alors P_0 , P_1 et P_2 sont alignés. En conséquence, s'il maintient un angle constant entre sa trajectoire et la direction de la Lune, *l'insecte vole en ligne droite*.

- Que se passe-t-il alors lorsque l'insecte, au lieu de se repérer sur la Lune, se trompe et prend pour repère lumineux une ampoule allumée sous un porche ? Dans l'enquête conduite dans notre atelier, la figure reproduite ci-après était disponible.



Ce dessin est accompagné de la légende suivante.

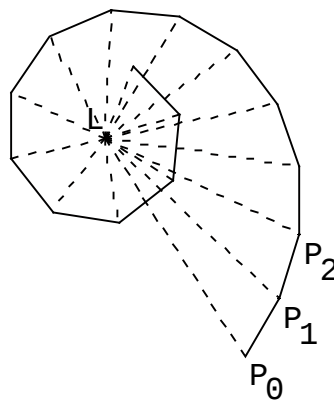
(a) A moth maintains a straight line when navigation is via rays of light that are from a distant source and thus essentially parallel. (b) But when the source is close by, maintenance of a constant angle with the light rays causes the moth to circle toward the source.

La figure apparaît dans un document récent (il est daté du 9 octobre 2008) intitulé “Insect Behavior” adressé aux étudiants du “Department of Ecology and Evolutionary Biology” de l’Université du Connecticut (à l’adresse <http://hydrodictyon.eeb.uconn.edu/courses/entomology/October%209%20>

<2008/Behavior%20Handout%202008.pdf>). Au passage, ce document semble donner à la « théorie de la Lune » une caution « scientifique ».

c) Dans ce document pour étudiants, le mot “spiral” n’apparaît pas : on a vu que, dans la légende, le mot employé (comme verbe) est “circle”, alors que “to spiral” existe également (l’auteur de la légende aurait pu écrire que “maintenance of a constant angle with the light rays causes the moth to spiral toward the source”). Cela précisé, au moment où j’écris ces lignes, je n’ai aucune information quant à l’origine de cette « théorie de la Lune » : qui l’a proposée d’abord, à quelle époque, je l’ignore. Il semble pourtant qu’elle se soit répandue, y compris dans les milieux scientifiques concernés, comme la réponse la plus plausible (une autre réponse a été proposée en 1972 par Henry Hsiao, mais elle ne semble pas s’être imposée). En fait, je ne crois pas qu’il existe des preuves empiriques certaines de la théorie de la Lune : celle-ci est simplement vraisemblable. Mais un caractère a pu jouer fortement pour qu’elle apparaisse et se diffuse : elle découle en effet d’un modèle mathématique que l’on peut dire, lui, bien connu. (Bien entendu, dans l’atelier, nous nous sommes contentés de vérifier visuellement – sur le schéma proposé – que, en réglant sa trajectoire à angle constant sur la direction de la source L, l’insecte semble voler en spirale vers L.)

• Considérons pour cela la figure ci-après. On suppose ici que l’insecte « fait le point » régulièrement, cette régularité étant entendue comme l’égalité des angles $\widehat{P_0LP_1} = \widehat{P_1LP_2} = \dots$



Les triangles P_0LP_1 , P_1LP_2 , etc., sont semblables : on passe de P_0 à P_1 par la similitude s de centre L , d’angle $\alpha = \widehat{P_0LP_1} = \widehat{P_1LP_2} = \dots$ et de rapport $k = LP_1/LP_0$. On a ainsi, avec des notations évidentes, $z_1 = k e^{i\alpha} z_0$, $z_2 = k e^{i\alpha} z_1$, ..., et, plus généralement, $z_{n+1} = k e^{i\alpha} z_n$, et donc, pour tout $n \geq 1$, $z_n = k^n e^{in\alpha} z_0$. Il vient donc $z_n = r_0 k^n e^{i(n\alpha + \theta_0)}$. Posons $\theta_n = n\alpha + \theta_0$; on a $n = \frac{\theta_n - \theta_0}{\alpha} = \frac{\theta_n}{\alpha} + \dots$

$\left(-\frac{\theta_0}{\alpha}\right)$ et donc $z_n = r_0 k^{\theta_n/\alpha} k^{-\theta_0/\alpha} e^{i\theta_n} = (r_0 k^{-\theta_0/\alpha}) e^{(\ln k/\alpha)\theta_n} e^{i\theta_n}$. En coordonnées polaires, on a donc $r_n = a e^{b\theta_n}$ où $a = r_0 k^{-\theta_0/\alpha} = r_0 e^{-(\ln k/\alpha)\theta_0}$ et $b = \ln k/\alpha$. Les points P_0, P_1, P_2 , etc., se trouvent ainsi sur la *spirale logarithmique* d'équation polaire $r = a e^{b\theta}$. (On notera que si $b = 0$, c'est-à-dire si $k = 1$, la courbe est un cercle.)

- La spirale logarithmique est une entité mathématique qui a été bien étudiée et cela depuis longtemps : le lecteur intéressé pourra par exemple aller voir l'encyclopédie Wikipedia, en français (« Spirale logarithmique ») et en anglais (“Logarithmic spiral”), ou encore l'article de *WolframMathWorld* (<http://mathworld.wolfram.com/LogarithmicSpiral.html>). Je suis enclin à penser que la théorie de la Lune a été d'abord le fruit de la connaissance de la propriété caractéristique de la spirale logarithmique, qui la fait appeler encore *spirale équiangulaire* (ou *equiangle*, en anglais) : si un point P décrit une courbe telle que la droite (LP) et la tangente en P à la courbe font un angle constant, la courbe est une spirale logarithmique ou un cercle (voir par exemple Guy Laville, *Courbes et surfaces*, Ellipses, 2004, p. 52). L'invention de la théorie de la Lune a dû sans doute beaucoup aux deux théorèmes (sur la droite, sur la spirale logarithmique) : telle est la conjecture que je formulerai aujourd'hui, faute d'en savoir plus.

- Dans l'article “Logarithmic spiral” de Wikipedia, on lit ceci :

In several natural phenomena one may find curves that are close to being logarithmic spirals. Here follows some examples and reasons:

- The approach of a hawk to its prey. Their sharpest view is at an angle to their direction of flight; this angle is the same as the spiral's pitch.[2]
- The approach of an insect to a light source. They are used to having the light source at a constant angle to their flight path. Usually the sun (or moon for nocturnal species) is the only light source and flying that way will result in a practically straight line.

■ ...

On aura noté que la mention du *hawk* (en fait, le faucon pèlerin) est assortie d'une note. Celle-ci renvoie à une publication dont voici la présentation (<http://www.sciencemag.org/cgi/content/short/290/5498/1857c>).

Peregrine falcons use two high performance skills--flight speed and visual acuity--to attack their prey. In a trio of papers, Tucker and his colleagues model the quantitative aspects of aerodynamic drag, assess the optimal integration of speed and sight, and present field observations of falcon flight. Drag, particularly at flight speeds in excess of 50 meters per second, is

minimized by keeping the head aligned with the body, but this presents a problem: prey of the size of a robin can be seen from a distance of 1 km only by using the deep fovea, which is oriented at an angle of about 40 degrees from the head axis. Thus, it would be impossible for a falcon to see its prey while flying straight at it, and keeping the head angled while flying would increase drag significantly and reduce speed. The solution is for the falcon to fly along a logarithmic spiral, with head and body aligned along the line-of-flight at a 40 degree angle from line-of-sight to the prey, until almost 90 % of the distance has been covered, at which point binocular acuity is sufficient to guide straight-line attack. Several summers of observation with computerized tracking equipment at Deer Valley Ranch, Colorado confirm that peregrine falcons do indeed fly along spiral paths.

Une lecture excriptrice de ce texte constituerait, je crois, un exercice intéressant d'enquête codisciplinaire. Je me contenterai de souligner ici la conclusion : "Several summers of observation with computerized tracking equipment at Deer Valley Ranch, Colorado confirm that peregrine falcons do indeed fly along spiral paths." Je n'ai pas rencontré jusqu'ici d'allégation équivalente s'agissant des papillons de nuit attirés par la lumière.

d) Ce qui est frappant, sur cet exemple de hasard, c'est la synergie codisciplinaire *ancienne* de savoirs et la relative ignorance réciproque *ultérieure*, chacun regagnant ses pénates : les « mathématiciens » ne s'inquiètent pas des éléments de preuve (notamment empiriques) qui pourraient permettre de valider un modèle d'abord mathématique, tandis que, apparemment, les « entomologistes » semblent ignorer et les mathématiques « génitrices » et les preuves « autochtones » qu'ils devraient produire afin de dépasser le stade dans lequel la vulgarisation qu'ils sont parfois amenés à assurer maintient « l'explication » apportée (comme le montre bien l'entretien (en anglais) que l'on trouvera à l'adresse suivante : <http://www.npr.org/templates/player/mediaPlayer.html?action=1&t=1&islist=false&id=12903572&m=12903573>).

- On ne gagne rien à ne pas « faire travailler » des savoirs, à les maintenir en état d'hibernation épistémologique : telle pourrait être la conclusion du constat précédent. De la situation d'enfermement – et de supposé confort subséquent – où se trouvent les savoirs mathématiques en certaines institutions, ainsi que des effets délétères que l'on doit attendre d'une telle situation de confinement, un épisode récent fournit une illustration presque violente. Vulgarisateur et auteur à succès (notamment avec *Le Théorème du perroquet*, paru en 1998 et, dit-on, traduit en vingt langues), Denis Guedj s'est signalé récemment par un texte, publié dans le quotidien *Libération* du 10 décembre 2008, dans lequel il flétrit les travaux de mathématiques de la

finance et l'action, dans ce domaine de recherche et de formation, de Nicole El Karoui – qu'il appelle « Mme Karoui » et qu'il semble avoir découverte à l'occasion de la récente crise financière mondiale. Dans son papier, que je ne résumerai pas davantage ici ¹, Guedj revendique les « bonnes » mathématiques (celles dont il fait commerce dans des ouvrages censés les faire aimer) contre des mathématiques « mercenaires », « stipendiées », qu'il fustige en en appelant aux mânes de Cantor. Or un mois avant cet article incendiaire, le 10 novembre 2008, mourait à Tokyo, à l'âge de 93 ans (il était né en 1915), le mathématicien Kiyoshi Ito, dont le *Japan Times* écrivait ce qui suit dans son édition en ligne du 15 novembre 2008 (voir <http://search.japantimes.co.jp/cgi-bin/nn20081115a9.html>).

Ito was once dubbed “the most famous Japanese in Wall Street” thanks to his contribution to the founding of financial derivatives theory. He is known for his work on stochastic differential equations and the “Ito Formula,” which laid the foundation for the Black-Scholes model, a key tool for financial engineering. His theory is also widely used in fields like physics and biology. Ito received the Gauss Prize from the International Mathematics Union in 2006.

En France, *Le Monde* du 29 novembre 2008 a consacré à cet événement un article intitulé « Kiyoshi Itô ». (On pourra le retrouver à l'adresse suivante : <http://www.maths-fi.com/LeMonde-Kyoshi-Ito-29112008.pdf>). J'en extrais deux passages ; tout d'abord celui-ci.

“Kiyoshi Itô est aujourd'hui au moins considéré comme le plus grand probabiliste du XX^e siècle”, dit le mathématicien Jean-Pierre Bourguignon, directeur de l'Institut des hautes études scientifiques (IHES). Lorsqu'un phénomène est aléatoire (ou pseudo-aléatoire) – mouvements d'une molécule de gaz dans une enceinte, variations du cours d'une action, turbulences de masses d'air, etc. –, la fonction mathématique qui le décrit ne se plie guère aux techniques d'analyse classiques. Le grand apport du mathématicien japonais a été d'inventer les outils – en particulier la “formule d'Itô” – capables d'examiner et de manipuler de manière comparable les processus aléatoires et les processus déterministes (ou classiques).

Voici maintenant un deuxième extrait du même article.

¹ Voir <http://www.liberation.fr/sciences/0101304426-ces-mathematiques-vendues-aux-financiers>.

“Au lycée, on apprend le principe simple selon lequel une fonction dérivable est l’intégrale de sa dérivée, explique Jean-François Le Gall, professeur à l’université Paris-XI et membre de l’Institut universitaire de France. La “formule d’Itô” est un outil qui permet de généraliser ce principe aux fonctions irrégulières parce que dépendant du hasard.” Cette “formule d’Itô” (ou lemme d’Itô) forme la pierre angulaire de ce que les mathématiciens appellent le “calcul stochastique”, dont Kiyoshi Itô est véritablement le père.

Le calcul stochastique a bien sûr des applications dans la finance. “En mathématiques financières, toutes les applications liées au problème d’évaluation d’actifs ou de produits financiers comme les options d’achat ou de vente reposent sur le calcul stochastique”, explique M. Le Gall.

Les solutions aux problèmes de probabilités appliqués, comme les problèmes dits de “filtrage” – où l’on ne “voit” qu’une partie du problème que l’on cherche à résoudre –, reposent aussi sur les contributions de Kiyoshi Itô. “Par exemple, le déplacement d’une fusée n’est pas exactement la solution d’une équation différentielle classique : il est la solution d’une équation différentielle perturbée par des petits “bruits” aléatoires comme les variations du vent sur la carlingue, les vibrations du moteur, etc., illustre M. Le Gall. Ce type de problèmes se traite grâce au calcul stochastique d’Itô.”

Les mathématiques « travaillent ». Et nous pouvons nous demander quand, et selon quelles progressions institutionnelles, se fera le passage de la frontière difficilement franchissable qui sépare aujourd’hui encore le calcul classique, déterministe, du calcul stochastique, à la création duquel le nom d’Itô restera attaché.

4. Frontières praxéologiques : un exemple

a) La frontière déterministe/stochastique (ou aléatoire) est un exemple clé, dans l’univers mathématique, de *frontière praxéologique* – notion que j’ai introduite dans le séminaire de l’an dernier (dans les séances 4 puis 7) et sur laquelle nous nous arrêterons maintenant à propos d’un exemple plus modeste.

- Dans un livre publié en 2004 aux Presses de l’Université Laval sous le titre *L’aléatoire et le vivant*, les auteurs, Yves Girault et Maurice Girault, exposent la méthode des captures et recaptures. Voici un premier extrait de leur exposé (pp. 97-98).

La méthode des captures-recaptures

Compte tenu de l’impossibilité d’effectuer un recensement direct, et/ou un piégeage exhaustif, les écologistes utilisent la méthode indirecte du « Lincoln index » dont les premiers éléments ont été fixés par Petersen en 1893 dans le

cadre d'un recensement de poissons. Il s'agit d'étudier une population bien définie (une espèce animale par exemple) fixée sur un territoire aux limites bien déterminées supposées infranchissables. Cette méthode qui fait appel à la statistique est particulièrement intéressante à discuter.

Cette procédure est dite de *capture et recapture*. Elle consiste à capturer un premier lot d'animaux, de les marquer, puis de les relâcher. Un peu plus tard, on effectue une seconde capture. Celle-ci comprendra des animaux déjà marqués, et d'autres capturés pour la première fois. La proportion d'animaux marqués dans le second échantillon peut nous renseigner sur la proportion d'animaux marqués la première fois au sein de la population totale. Telle est l'idée directrice. Voyons, à l'aide d'un exemple, les choses de plus près.

Imaginons que nous voulions déterminer l'effectif de la population de lapins dans un massif de la forêt de Fontainebleau. Désignons par N cet effectif inconnu. Par piégeages nous capturons 41 lapins. Ils sont marqués puis relâchés là où ils ont été capturés pour que se produise un brassage naturel au sein de la population.

Quelques jours plus tard on effectue une deuxième capture. Au total 60 lapins sont piégés dont 12 marqués, c'est-à-dire qu'ils ont déjà été capturés.

Les lapins marqués et non marqués se répartissent comme suit dans la population totale d'une part, et dans le deuxième échantillon d'autre part :

□	effectif□	marqués□	non marqués□
Population complète□	N □	41□	$N - 41$ □
Échantillon 2 ^{de} capture□	60□	12□	48□

On admet que dans l'échantillon constitué par la seconde capture, les animaux marqués et non marqués se répartissent sensiblement dans les mêmes proportions que dans la population totale.

Dans ces conditions :

$$\frac{12}{60} \# \frac{41}{N} \text{ soit } 12 N \# 60 \times 41 \text{ (ou \# signifie peu différent)}$$

d'où $N \# 205$

La procédure appelle deux remarques :

- l'une concerne les précautions opératoires
- l'autre la signification du résultat.

Le hasard joue un rôle évident à chaque étape. Ainsi le calcul ne peut se rattacher à un modèle déterministe, mais aléatoire. Celui-ci est très simple à condition de procéder avec certaines précautions :

- Au cours de la première capture tous les lapins doivent avoir la même probabilité d'être capturés, et pour cela il convient de faire en sorte que le piégeage menace de la même manière tous les lapins recherchés.
- Après la remise en liberté, la situation doit redevenir ce qu'elle était préalablement. Les conditions de piégeage ne doivent donc pas avoir influencé la mortalité ni le comportement des animaux préalablement capturés. Ainsi au

cours de la seconde capture, chaque lapin (déjà capturé ou non) doit garder la même probabilité d'être capturé.

Si ces conditions sont remplies, le modèle aléatoire est très simple, et nous allons le présenter sur un exemple précis, devenu un classique du genre.

- Comme dans un certain nombre de cas classiques – je pense à la « théorie » mathématique des erreurs de mesure enseignée autrefois au lycée –, ce développement présente une technique *déterministe*, la « pression stochastique » étant toute entière contenue par une seule assertion, qui est donc l'énoncé technologique clé : « On admet que dans l'échantillon constitué par la seconde capture, les animaux marqués et non marqués se répartissent sensiblement dans les mêmes proportions que dans la population totale. »

- Le sentiment d'évidence technologique que souhaitent donner les auteurs dans cette première partie de leur exposé sera peut-être remis en question dès lors que, au lieu d'égaliser la proportion d'individus marqués dans la population générale avec la proportion d'individus marqués dans le second échantillon, soit ici $\frac{12}{60} = \frac{41}{N}$, on prend conscience que *d'autres formules ont pu être proposées* comme étant « plus justes », ainsi que l'indique le passage ci-après de l'article “Mark and recapture” de l'encyclopédie Wikipedia (http://en.wikipedia.org/wiki/Mark_and_recapture).

A refined form

A slightly better estimate of population size can be obtained with a modified version of the first formula above. This modified formula reduces bias in the population estimate:

$$N = \frac{(n_1+1)(n_2+1)}{m+1} - 1$$

where, as before,

N = Estimate of total population size

n_1 = Total number of animals captured on the first visit

n_2 = Total number of animals captured on the second visit

m = Number of animals captured on the first visit that were then recaptured on the second visit

La formule utilisée par les auteurs que nous avons d'abord suivis s'écrirait $\frac{n_2}{N} = \frac{m}{n_1}$, ce qui donne $m \times N = n_1 \times n_2$, et donc enfin $N = \frac{n_1 \times n_2}{m}$. Que, pour engendrer la formule « améliorée », ci-dessus, ou simplement déjà pour la justifier, il faille un bloc technologico-théorique *autre* que celui

précédemment mobilisé par le lecteur non spécialiste paraît alors clair : la technologie « spontanée » permet d'écrire l'égalité $\frac{n_2}{N} = \frac{m}{n_1}$ alors que l'égalité

$$N = \frac{(n_1+1)(n_2+1)}{m+1} - 1$$

découle, elle, de l'égalité $\frac{n_2+1}{N+1} = \frac{m+1}{n_1+1}$, moins évidente... Quel est donc le noyau générateur de cette variante de la technique de capture-recapture ?

b) Une petite enquête sur Internet permet de remonter aux travaux originaux. Mais voici d'abord un simple extrait du chapitre 8, intitulé "Lake Fish Population Estimates by Mark-and-Recapture Methods" d'un *Manual of Fisheries Survey Methods* daté de janvier 2000 et dû à James C. Schneider (<http://www.michigan.gov/nr/PUBLICATIONS/PDFS/ifr/manual/SMII%20Chapter08.pdf>). (Sur William Ricker, cité dans ce qui suit, on pourra se reporter à <http://www.science.ca/scientists/scientistprofile.php?PID=17&pg=1&-table=activities&-action=list&-cursor=0&-skip=0&-limit=30&-mode=list&-lang=fr>.)

8.2.1 Chapman variation of Petersen formulas for bi-census

From Ricker (1975); see also Chapter 7:

$$N = \frac{(M+1)(C+1)}{R+1}, \quad (1)$$

where:

N = population estimate in numbers of fish;

M = number of fish caught, marked and released in first sample;

C = total number of fish caught in second sample (unmarked + recaptures);

R = number of recaptures in second sample (of fish marked and released in first sample).

$$\text{Variance of } N = \frac{(M+1)^2(C+1)(C-R)}{(R+1)^2(R+2)} = \frac{N^2(C-R)}{(C+1)(R+2)}, \quad (2)$$

$$\text{Standard error} = \sqrt{\text{Variance of } N},$$

$$95\% \text{ confidence limits of } N = N \pm t(\text{Standard error}),$$

where t is Student's t for $C-1$ degrees of freedom. (See Table 8.1 for t values).

• Ce passage inscrit clairement la formule de Chapman (avec une erreur !) dans un cadre de *statistique mathématique*, même s'il ne s'agit là que d'une recette. On retrouvera cela en nombre d'études, telle celle disponible à l'adresse <http://qjmed.oxfordjournals.org/cgi/content/full/94/7/341>, "The use of capture-recapture techniques in determining the prevalence of type 2 diabetes".

The total cases, n , can be calculated by Chapman's formula,¹⁵ which is as follows:

- Two-list capture-recapt
- ▼ [Multiple-list capture-recapt](#)
- ▼ [CR in action for...](#)
- ▼ [Conclusion](#)
- ▼ [References](#)

$$n = \frac{(L_1 + 1)(L_2 + 1)}{(d + 1)} - 1$$

where L_1 and L_2 are the numbers in the two lists, respectively, and d is the duplicates. Similarly, 95% CIs can be calculated as:

$$n \pm 1.96 \sqrt{\frac{(L_1 + 1)(L_2 + 1)(L_1 - d)(L_2 - d)}{(d + 1)^2(d + 2)}}$$

• Le travail de Douglas Chapman, “The estimation of biological populations”, paru en 1954 dans *The Annals of Mathematical Statistics*, est en ligne (http://projecteuclid.org/DPubS/Repository/1.0/Disseminate?view=body&id=pdf_1&handle=euclid.aoms/1177728844). Bien entendu, les formules appelées dans la littérature de Lincoln-Petersen ($N = \frac{n_1 \times n_2}{m}$) et de Chapman ($N = \frac{(n_1 + 1)(n_2 + 1)}{m + 1} - 1$) sont obtenues, du point de vue mathématique, comme des estimateurs dont le second a été proposé pour éliminer certaines faiblesses du premier (voir “On two occasions capture and recapture designs: Comparing and discussing some estimators” de S. A. Mingoti, laquelle propose son propre estimateur : <ftp://ftp.est.ufmg.br/pub/rts/rtp0202.pdf>).

c) Je n’irai pas plus avant, ici, dans l’examen de cette question. Je soulignerai seulement que l’exposé dont nous sommes partis scinde sa présentation en deux parties : la première, qui occupe trois pages environ, est « quasi déterministe » ; la seconde, de deux pages à peu près, expose l’abord probabiliste, en soulignant que le problème posé par l’estimation de l’effectif N d’une population est « beaucoup moins simple » que celui de l’estimation de la proportion p des individus ayant un certain caractère au sein d’une population (dont l’effectif N alors, importe peu, pourvu qu’il soit « grand »). La frontière déterministe/stochastique est ainsi nettement tracée. Mais on notera que son franchissement est encore trop timide et limitée – au plan mathématique – pour que les auteurs se permettent d’introduire la formule de Chapman (ou d’autres encore) : à l’instar de l’article “Mark and recapture” de Wikipedia, ils ne pourraient le faire qu’en leur donnant le statut de pures recettes non justifiées. On a là, typiquement, le problème que pose toute frontière praxéologique, qui, faute d’être, si je puis dire, transgressée, condamne soit à ignorer, soit à méconnaître.

PROBLÈME PRIMAL, PROBLÈME DUAL

1. Une illustration

a) J'ai évoqué dans la séance 1 de ce séminaire le travail de rédaction d'une contribution, intitulée « Les ressources manquantes comme problème professionnel », à un ouvrage collectif dirigé par Ghislaine Gueudet et Luc Trouche, intitulé *Le travail documentaire des professeurs*. J'ai eu à rédiger pour cela un « résumé long » dont j'extrais ici quelques éléments. Classiquement, j'y distingue trois ordres de praxéologies professionnelles :

- la notion de *praxéologie à enseigner*, soit en l'espèce des (praxéologies) *mathématiques* (« pures » ou « mixtes ») ;
- la notion de *praxéologie pour la profession* de professeur de mathématiques, qui renvoie sans s'y réduire aux praxéologies mathématiques (« pures » ou « mixtes ») ;
- la notion de *praxéologie pour l'enseignement* des mathématiques, qui renvoie aux (praxéologies) *mathématiques pour l'enseignement* (lesquelles incluent les praxéologies *à enseigner*) comme aux *praxéologies didactiques* relatives à telle ou telle praxéologie (mathématique) à enseigner.

b) Je reviendrai ultérieurement sur cette trichotomie. Ce qui m'importe, ici, est de souligner l'insistance en tout cela de la *problématique primale*, dont je rappelle la formulation avancée lors de la séance précédente de ce séminaire.

Étant donné un projet d'activité dans lequel telle institution ou telle personne envisage de s'engager, quel est, pour cette institution ou cette personne, l'équipement praxéologique qui peut être jugé indispensable ou simplement utile dans la conception et l'accomplissement de ce projet ?

À cet égard, dans le « résumé long », j'écrivais notamment ceci.

Le chapitre sera organisé autour d'un petit nombre de grandes questions associées au modèle de développement esquissé ci-dessus. Une première question est celle-ci : quelles sont les praxéologies professionnelles utiles (voire indispensables) pour que la profession puisse s'associer effectivement à la construction d'une réponse validée à la question « Quelles praxéologies mathématiques enseigner ? » ? De telles praxéologies entrent dans la catégorie des praxéologies *pour la profession de professeur* (et, donc, *pour le professionnel de l'enseignement* des mathématiques). Une deuxième question reprend et élargit la réponse à la question précédente : quelles sont les praxéologies (mathématiques et autres) *pour la profession*, ce qui inclut

récursivement les praxéologies utiles à la profession pour identifier, déterminer et diffuser en son sein (par le truchement de la culture de la profession) de telles praxéologies pour la profession de professeur ? La troisième question touche *au cœur du métier* : quelles sont les praxéologies *pour l'enseignement* (de telle ou telle praxéologie mathématique) et quelles sont les praxéologies (mathématiques, didactiques et d'ingénierie didactique notamment) utiles (voire indispensables) à la profession pour identifier, déterminer et diffuser en son sein (par le truchement de la culture de la profession) les organisations (praxéologiques) mathématiques à enseigner et les organisations (praxéologiques) didactiques permettant leur enseignement.

c) J'ajouterai à ce qui précède deux passages d'un article intitulé « Qu'est-ce qu'une formation professionnelle universitaire non indigne ? » paru dans la revue syndicale *Former des maîtres* (n° 570, pp. 10-12). On notera que le mot plus courant de *savoir* y est (volontairement) employé en lieu et place de *praxéologie* et que l'expression « pour l'enseignement (de...) » est remplacée elle-même par « pour enseigner (des, du...) ». Voici le premier extrait.

Les mathématiques qu'étudie le futur professeur de mathématiques ont beau être d'ascendance savante, elles n'en sont pas moins pour lui un ensemble de savoirs au service de l'exercice d'une profession, en sorte par exemple que des connaissances acquises d'abord sans règle ou à de toutes autres fins devront ensuite être revisitées, retravaillées, resserrées ou amplifiées, dans une perspective d'adéquation aux besoins du métier.

Et voici le second extrait.

Raffinons un peu ce qui précède en distinguant, parmi les savoirs professionnels *du professeur*, les savoirs *à enseigner* et les savoirs *pour enseigner* (les seconds contenant les premiers). Dans le cas d'un professeur de mathématiques, les premiers sont, par définition, de nature essentiellement mathématique. Mais une grande partie des seconds seront *aussi* des savoirs mathématiques : savoirs mathématiques pour enseigner des mathématiques mais qui ne sont pas eux-mêmes des savoirs à enseigner ; savoirs « disciplinaires », donc, qui ne sont pas là pour être enseignés mais pour outiller conceptuellement et techniquement l'enseignement des savoirs à enseigner. Jusque-là, en gros, la doxa universitaire suit. Mais voici le point de rebroussement : les savoirs pour enseigner des mathématiques, de l'anglais, de l'histoire, de la physique ne sont pas *seulement* des savoirs de mathématicien, d'angliciste, d'historien, de physicien ; ce sont des savoirs de *professeur* de mathématiques, d'anglais, etc., qu'il incombe à une formation *professionnelle* de recenser et d'intégrer. Or c'est en ce point que le principe de complétude, dont j'ai dit le caractère crucial, risque d'être lourdement trahi. La

ligne d'horizon universitaire traditionnelle, en effet, ampute les savoirs *pour enseigner* de tous ces savoirs qui ne sont pas regardés, à un moment historique donné, comme participant intrinsèquement de la discipline dont relèvent les savoirs à enseigner. Parmi eux, les premiers à être ainsi refusés, du moins dans la version la plus archaïsante de la doxa, sont les savoirs *didactiques*, dont l'existence est pourtant par définition *indissociable* des savoirs à enseigner et qui, en particulier, incorporent ces « savoirs disciplinaires pour enseigner » qui vont au-delà des savoirs à enseigner. Les savoirs didactiques constituent, à mes yeux, le noyau dur, le cœur battant d'une formation de professeurs. Mais, bien entendu, ils n'en constituent pas la *totalité*. Un professionnel de l'enseignement (des mathématiques, de l'anglais, de l'histoire, etc.) doit être instruit d'une foule de questions, par exemple à propos de la structure et du fonctionnement du système éducatif, depuis l'échelon ministériel jusqu'à celui de la classe, en passant par les interactions avec les différents environnements de l'établissement. De même, il doit avoir plus qu'une teinture d'instruction s'agissant de l'expérience vécue des élèves et, par exemple, des vexations ordinaires auxquelles ceux-ci sont exposés. Cela implique à l'évidence qu'il reçoive, en nombre de domaines des sciences humaines et sociales *notamment*, une formation fondamentale où l'on ne perde jamais de vue que, si ces disciplines portent à la lumière une foule de conditions et de contraintes (historiques, économiques, sociologiques, psychologiques, etc.) que le professeur doit prendre en compte dans l'exercice de son métier, elles en considèrent en règle générale les *formes* et les *mécanismes* seulement, sans référence à des *contenus de connaissance* spécifiques, ce qui, pour le professeur, les rend impropres à une utilisation professionnelle immédiate, non instruite par les sciences du didactique.

d) Ce que je voudrais souligner, c'est que, dans la vie et le développement des institutions et des personnes, *ce qui est premier*, c'est la problématique *primale*. En suivant un usage classique en mathématiques, je nommerai *duale* la problématique que l'on peut formuler ainsi.

Étant donné un équipement praxéologique disponible en telle institution ou chez telle personne, quels sont les projets d'activité pour lesquels cet équipement peut être jugé indispensable ou simplement utile dans leur conception ou leur accomplissement ?

On aura reconnu dans cette formulation la problématique « ordinaire » dans le système scolaire tel que le vivent ces acteurs cardinaux que sont les professeurs (et les élèves). Pour l'exprimer platement : il y a cet ensemble praxéologique-là ; que peut-on faire avec ? Bien entendu, on pourrait avoir l'heureuse surprise que la problématique « *biduale* » formulée ci-après se révèle équivalente à la problématique primale.

Étant donné un projet d'activité pour lequel tel équipement praxéologique donné peut être jugé indispensable ou simplement utile, cet équipement est-il l'essentiel de l'équipement jugé indispensable ou simplement utile à la conception et à l'accomplissement de ce projet ?

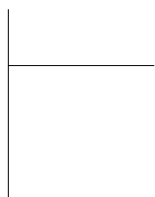
On imagine que la réponse à cette dernière question est rarement positive ! On peut d'ailleurs, à cet égard, affaiblir ainsi les problématiques précédentes.

Étant donné un équipement praxéologique disponible en telle institution ou chez telle personne, existe-t-il (au moins) un projet d'activité pour lequel cet équipement constitue l'essentiel de l'équipement jugé indispensable ou simplement utile à la conception et à l'accomplissement de ce projet ?

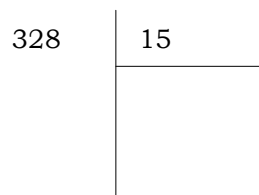
Bien entendu, le nerf de la guerre du développement se trouve dans la problématique *primale*. Et les problèmes les plus irritants naissent de la problématique *duale*. C'est par elle que je commencerai ici, à propos d'un dispositif didactique qui fait sentir sa pression sur les systèmes didactiques scolaire et non scolaires : le portfolio (électronique).

2. Le problème dual : le cas du portfolio

a) En TAD, la définition générale d'une *technique* comporte depuis l'origine la distinction entre un *dispositif* et des *gestes* (accomplis sur ce dispositif). Par exemple, pour effectuer une division à la main, selon la technique traditionnelle en France, on dessine d'abord le schéma graphique suivant :



On le « remplit » en indiquant le dividende (à gauche) et le diviseur (à droite), comme ceci :



Cela étant, on effectue une nouvelle série de « gestes » oraux et écrits bien connus : « En 32 combien de fois 15 ? Deux fois. J'écris 2 au quotient [à droite, en bas] et je soustrais 2 fois 15 à 32 ; il reste 2, nombre que j'écris à gauche, au-dessous de 32 », ce qui donne :

$$\begin{array}{r|l} 328 & 15 \\ 02 & 2 \end{array}$$

Et ainsi de suite : on s'arrêtera par exemple lorsque le dispositif est dans l'état que voici (qui montre que le chiffre 6 va se répéter indéfiniment au quotient) :

$$\begin{array}{r|l} 328 & 15 \\ 028 & 21,86 \\ 0130 & \\ 00100 & \\ 00010 & \end{array}$$

b) L'exemple précédent est archétypal : il montre d'abord un *agencement matériel* ; ce matériel, d'abord *vide*, est ensuite *rempli*, et, en y opérant certains gestes, on en fait surgir une certaine information – ici, le fait que le quotient de 328 par 15 est 21,86666... À côté de ce dispositif *mathématique* (et de beaucoup d'autres), il existe des dispositifs *didactiques*, appelés à s'intégrer dans des *organisations didactiques* dont ils constituent une partie de la *structure*, laquelle permet – de façon en général non exclusive – d'assumer certaines *fonctions* didactiques. Bien entendu, dans le système scolaire d'aujourd'hui (sinon peut-être de demain), le dispositif le plus familier est le *cahier*. Mais on peut encore citer le *cahier de bord* ou, plus rare aujourd'hui, le *spicilège* (sur la nature duquel on se reportera à l'Unité 1 de mon cours de didactique fondamentale 2008-2009, à cette adresse http://yves.chevallard.free.fr/spip/spip/article.php3?id_article=136). Dans tous les cas, la *structuration* et la *mise en fonctionnement* jugées adéquates de ces dispositifs doivent être précisées, éventuellement retravaillées et, alors, ré-implémenter. Le grand mystère, toutefois, reste leurs fonctions didactiques – c'est-à-dire les praxéologies didactiques qu'ils sont censés instrumenter.

c) Le portfolio est une entité « intrusive » : peu d'institutions didactiques échappent à « l'appel du portfolio ». Or on a là un cas d'école, si je puis dire : car le portfolio est censé, à l'origine, outiller des praxéologies didactiques

que, à l'évidence, on ne connaît guère sous nos longitudes... À cet égard, je commencerai par reproduire un assez long développement proposé, lors de la séance 7 du séminaire 2005-2006 (désormais en ligne sur mon site personnel) aux élèves professeurs de mathématiques de deuxième année de l'IUFM d'Aix-Marseille. Ce qui est désigné ci-après comme « le système adopté » n'est rien d'autre que le portfolio à remplir par les candidats au C2i2e à l'IUFM d'Aix-Marseille (et sur lesquels ils seront jugés) : « l'agencement matériel » était en l'espèce fourni par un aménagement spécifique de la « plate-forme de travail collaboratif » ESPAR (« ESpace PARTagé »).

a) Pour mieux comprendre le système adopté, il n'est pas inutile de s'arrêter sur le mot de *portfolio* et sur ce à quoi il renvoie. Le mot nous vient de la langue anglaise – qui elle-même l'a emprunté autrefois à l'italien, ainsi que le rappelle le *Online Etymology Dictionary* :

1722, from It. *portafoglio* “a case for carrying loose papers,” from *porta*, imperative of *portare* “to carry” (...) + *foglio* “sheet, leaf,” from L. *folium* (...). Meaning “collection of securities held” is from 1930.

1) Le volume 2 (*English-French*) du *Dictionnaire Cambridge Klett Compact* propose les traductions suivantes :

Definition

portfolio 1. (case) *serviette* f 2. (examples of drawings, designs) *portfolio* m 3. FIN, POL *portefeuille* m

2) Le sens utilisé lorsqu'on parle de *portfolio* dans le C2i2e dérive, par généralisation, du sens 2 : le mot de portfolio est en fait depuis longtemps utilisé en français en ce sens dans le monde des arts plastiques (au sens large). Mais cette acception comporte une ambiguïté classique : le portfolio, qui est d'abord un contenant, désigne aussi le contenu, comme il en va lorsqu'un membre du jury d'entrée dans une école d'art dit à un candidat : « J'ai aimé votre portfolio, il contient beaucoup de bonnes choses... » Mais la référence au *contenu* est parfois gommée dans les dictionnaires, comme dans le *One Look Dictionary*, où on lit ceci :

Quick definitions (*portfolio*)

- **noun:** the role of the head of a government department (Example: “*He holds the portfolio for foreign affairs*”)
- **noun:** a case for carrying papers or drawings or maps; usually leather

• **noun:** a list of the financial assets held by an individual or a bank or other financial institution

En revanche, le *Compact Oxford English Dictionary of Current English* est, lui, explicite :

Portfolio

• noun (pl. *portfolios*) 1 a thin, flat case for carrying drawings, maps, etc. 2 a set of pieces of creative work intended to demonstrate a person's ability. 3 a range of investments held. 4 the position and duties of a Minister or Secretary of State.

On lit de même dans l'édition 2000 de *The American Heritage Dictionary of the English Language* les précisions suivantes, où pourtant, typiquement, l'acception 1 (a & b) se trouve encore limitée au domaine de l'art :

1a. A portable case for holding material, such as loose papers, photographs, or drawings. b. The materials collected in such a case, especially when representative of a person's work: a photographer's portfolio; an artist's portfolio of drawings. 2. The office or post of a cabinet member or minister of state. 3. A group of investments held by an investor, investment company, or financial institution.

b) Il s'est développé depuis vingt ans aux États-Unis et au Canada (anglophone et francophone) une « pédagogie du portfolio » dont les portfolios du C2i2e ne sont que l'un des avatars. Pour fournir un point de départ, on a reproduit ci-après la présentation de la notion de portfolio que propose un « Centre d'expertise pédagogique » québécois sur son site Internet (http://cep.cyberscol.qc.ca/ressources/guides/ev_portfolio.html).

Le portfolio

Qu'est-ce qu'un portfolio ?

Dans la mesure où le portfolio est un outil d'évaluation, on peut dire qu'il s'agit d'un ensemble de pièces, accompagnées d'indications et de commentaires structurés, choisies par l'élève et la personne enseignante, dans le but de démontrer le développement des compétences de l'élève.

Selon une autre définition, seul l'élève sélectionne les pièces à insérer dans le portfolio et on y met seulement les meilleures productions. Dans ce cas-ci, le portfolio ne sert pas à l'évaluation, mais bien de dossier de présentation comme le portfolio de l'artiste.

L'utilisation du portfolio en éducation

Le portfolio en éducation sert à archiver des productions d'élèves afin de rendre compte du niveau de développement de leurs compétences. En ce sens, il est un outil presque indispensable à la réforme de l'éducation.

Le portfolio peut être utilisé à différentes fins. Il peut être un outil servant davantage à l'élève. Ce dernier y met ses pièces préférées pour démontrer ce qu'il peut accomplir. Ce type de portfolio se nomme souvent Dossier de présentation et se rapproche du portfolio de l'artiste.

Lorsque le portfolio sert à témoigner de l'évolution de l'élève, il contient des pièces de niveaux différents et pas seulement les meilleures. L'élève et la personne enseignante choisissent le contenu. Dans ce cas, on le nomme Dossier d'apprentissage.

Le portfolio peut également servir à faire le bilan des apprentissages. Il contient alors des pièces choisies par l'enseignant.

Le contenu du portfolio

Les pièces choisies pour mettre dans le portfolio peuvent varier:

- L'ensemble des cahiers de l'élève complétés pour chaque projet.
- Une photo de l'élève en présentation orale.
- Un texte écrit.
- Une photo de présentation artistique ; une maquette, un collage, une sculpture, etc.
- Des travaux réalisés dans toutes les disciplines.
- Des évaluations, auto-évaluations et évaluation par les pairs.
- Des fiches d'exercices.
- Des réflexions.
- Des commentaires des enseignants de l'école.
- Des productions ou des photos de productions en musique, en éducation physique, en anglais, etc.

Ce qui importe c'est que les pièces choisies soient cohérentes avec l'objectif du portfolio. Si ce dernier doit permettre de montrer l'évolution de l'élève, il sera important de choisir plusieurs pièces de même nature afin de permettre la comparaison.

Les « raisons d'être » des pièces à mettre dans le portfolio

Chaque élément placé dans le portfolio devrait avoir sa raison d'être. Généralement, on demande aux élèves d'accompagner chaque pièce de « sa raison d'être ». Pour les petits, ces raisons seront illustrées; plus les élèves sont âgés, plus il est possible d'exiger des explications écrites accompagnant les travaux.

Voici quelques exemples de « raisons d'être » :

- Je suis fier de ce travail.
- C'est le meilleur travail que j'ai fait jusqu'à présent.
- C'était très difficile, mais j'y suis arrivé.
- Mon prof me l'a demandé.
- Mes parents me l'ont demandé.
- C'est la première fois que je fais ce genre de chose.
- J'ai aimé faire ce travail
- Je me suis améliorée.

Avec les plus petits, il sera important de limiter les raisons d'être possibles et de les accompagner d'images. Le choix des raisons d'être et des images pour les représenter devrait être fait avec les enfants afin qu'elles soient le plus significatives possible.

Lorsque l'occasion se présente, la personne enseignante peut questionner les élèves et noter les éléments pertinents sur le portfolio. Idéalement, quelques périodes d'échange avec chaque élève seront prévues pour favoriser la réflexion.

Quelques questions à se poser

Les questions suivantes portent sur les décisions à prendre concernant l'utilisation du portfolio. La personne enseignante peut prendre ses décisions seule ou de concert avec les élèves, afin de favoriser leur engagement dans ce processus. La personne enseignante doit, de préférence, répondre elle-même à certaines questions; elles sont identifiées par (PE).

Quel type de portfolio désirons-nous ? (PE)

D'abord, il faudra savoir à quoi servira le portfolio. Est-ce qu'il s'agit d'un portfolio de présentation, un portfolio d'apprentissage ou un bilan des apprentissages ? C'est possible que le portfolio qui convienne remplisse plusieurs fonctions à la fois.

Quel type de pièces faudra-il placer dans le portfolio ? (PE)

- Est-ce qu'on limite les disciplines ? (un portfolio en art et en français ?) Plus la personne enseignante travaille par projets, plus il sera difficile de séparer les disciplines.
- Est-ce qu'on accepte des photos ou seulement les productions qui entrent dans le format de portfolio?
- Est-ce qu'on y insère seulement les meilleures pièces de chaque élève? Les productions qui ont été difficiles à réaliser ? Est-ce qu'on y met seulement les évaluations? Etc.

Différentes pièces peuvent être mises dans le portfolio, mais s'il doit servir de bilan des apprentissages, il sera important que des pièces de même nature y soient conservées pour être en mesure d'observer l'évolution.

Qui aura accès au portfolio ?

- Est-ce que les parents auront accès au portfolio sur demande ? Systématiquement ? Seulement à la fin de l'année ?
- Est-ce que les spécialistes peuvent aussi participer au portfolio ?

Qui choisira les pièces à mettre dans le portfolio ? (PE)

- Est-ce que l'élève peut mettre les éléments de son choix ?
- Est-ce que l'enseignant peut exiger ou mettre des éléments dans le portfolio ?

Quel format prendra le portfolio ?

- Le portfolio prendra la forme d'une boîte, d'un cartable, d'une mallette ? Il sera fait de cartons, de grandes feuilles ? Quel sera son format ?
- Comment sera-t-il organisé ? Est-ce que je vais le séparer en étapes, en matières, en « raisons d'être » ?
- Est-ce que je préfère un portfolio électronique ?

- Est-ce que le tout sera numéroté ?
- Est-ce qu'il y aura une table des matières ?

Attention au format du portfolio. Si vous décidez que les élèves pourront amener le portfolio à la maison pour le montrer aux parents, il devra être facile à transporter. Par ailleurs, il ne devrait pas être plus grand que l'espace de travail des élèves afin d'en faciliter l'utilisation.

Si vous avez prévu que les élèves y déposeront un nombre illimité de pièces, il faudra également prévoir un portfolio extensible qui permet l'ajout de pages.

Les portfolio devra contenir une table des matières différente selon les élèves. Il suffit de laisser quelques pages blanches au début du portfolio et les élèves y inscriront les pièces qu'il contient. Il sera alors plus facile pour l'élève et la personne enseignante de repérer les éléments désirés.

À quelle fréquence faut-il mettre des pièces dans le portfolio ?

- Est-ce que j'exige une pièce par jour ? Quelques pièces par semaine ?
- Est-ce que l'élève est entièrement libre de mettre ou de ne pas mettre des pièces dans son portfolio ?

Il faut réfléchir à la grosseur du portfolio. Si vous avez prévu un cahier contenant 50 pages, il faudra limiter le nombre de pièces du portfolio et cibler davantage ce qui sera conservé.

La gestion quotidienne s'avère parfois lourde et il n'y a pas forcément quelque chose à mettre dans le portfolio à tous les jours. Il est donc préférable de gérer le portfolio à toutes les semaines.

Est-ce que les parents participent au portfolio ?

- Est-ce que l'élève amène son portfolio à la maison sur une base régulière ?
- Est-ce que les parents commentent et notent leurs observations ?
- Est-ce que les parents notent les observations de leur choix ou si la personne enseignante propose des questions ?

Où placer les portfolios en classe ?

- Sont-ils accessibles en tout temps ?
- Est-ce que chaque élève conserve son portfolio ou bien on les met dans un endroit commun ?
- Est-ce que les élèves doivent demander la permission pour avoir leur portfolio ?

Est-ce qu'il y a des règles générales qui devront être connues par les élèves ?

- Tous les pièces du portfolio doivent être exemptes de fautes.
- Elles doivent être accompagnés de la raison d'être.
- Elles doivent être datées.
- Elles doivent être approuvées par la personne enseignante.
- Elles doivent être indexées.
- Le portfolio doit être propre.
- Etc.

c) L'idée de portfolio est relativement étrangère à la culture actuelle des professeurs français. Dans un portfolio, une personne – qui peut être une

petite personne de 8 ans, une jeune personne de 18 ans ou une vieille personne de 28 ans... – réunit des « productions » relevant d'un certain domaine d'activité et qui témoignent de son activité propre en ce domaine. Ces "*pieces of creative work*", pour parler comme l'un des dictionnaires consultés, ne sont pas nécessairement les « meilleures productions » de l'auteur du portfolio mais un ensemble significatif d'« œuvres » témoignant de son inscription subjective dans le domaine d'activité concerné – les mathématiques, la fiction littéraire, la photographie, les TIC, etc. Il y a là, par rapport tout à la fois à la situation de *test* (DS, examen, etc.) ou même de *projet* (TER, thèse, etc.), une spécificité sur laquelle on reviendra.

d) La description précédente renvoie davantage à l'idée de « portfolio d'artiste » – même si elle a pour finalité institutionnelle une validation (comme il en va, de fait, avec le portfolio demandé en relation avec le C2i2e). La forte contextualisation du portfolio – son contenu dépend des singularités de l'activité contextualisée de son auteur (en tel collège ou tel lycée, avec telle classe, dans tel environnement concret de travail, en telle dynamique d'enseignement-apprentissage) – fait qu'on ne peut guère « copier » un portfolio, pas plus qu'on ne peut en produire à la chaîne. Les traces de cette contextualisation dans les œuvres qu'il contient sont d'ailleurs un signe certain de son authenticité subjective : on s'efforcera donc, non de gommer ces traces, mais de les énoncer, de les commenter et, dans la mesure du possible, de les expliquer.

e) Les remarques qui précèdent n'enlèvent rien, toutefois, à un principe très général : la production soumise à évaluation n'étant pas élaborée *in praesentia*, un contrôle même minimal est de mise (à l'instar du mini-contrôle d'un DM, ou de la soutenance orale d'un mémoire de thèse ou de TER, etc.). Ce contrôle pourra s'exercer ici sous la forme d'une question d'explicitation relative à telle pièce de son portfolio posée au candidat lors de son interrogation par le jury d'évaluation des enseignements.

f) En vue de poursuivre le travail amorcé plus haut sur la notion de portfolio, on pourra *par exemple* visiter les pages Internet suivantes :

- <http://www.freinet.org/ne/116/encart116-pdf.pdf#search='qu'estce%20qu'un%20portfolio'>
- <http://www.caslt.org/research/portfolio3.htm>
- <http://www.sandiego.gov/public-library/pctech/tech/students/port/1.shtml#topic>
- <http://www.mehs.educ.state.ak.us/portfolios/>

On pourra aussi faire *sa propre recherche* sur le sujet.

d) On rencontre ici le malaise que peut susciter toute problématique *duale*, du fait qu'elle conduit à mettre en avant, au détriment de la *fonction* – perdue, ou même jamais aperçue –, la seule *structure*. On dit aujourd'hui, en nombre de formations en sciences de l'éducation, « Faites-leur faire un portfolio ! » comme, on pourrait dire, dans une classe de mathématiques, « Faites-leur faire des factorisations ! »... Je reviendrai ultérieurement sur les praxéologies didactiques pour lesquelles un portfolio peut constituer un dispositif utile voire indispensable : on verra que le processus d'équipement praxéologique des institutions et des personnes se heurte à des obstacles qu'il faut d'abord situer au niveau technologico-théorique.

3. Problème primal : écrire la langue de travail

a) Qu'y a-t-il de commun entre ces domaines praxéologiques que sont, par exemple, l'enseignement des mathématiques, la recherche d'informations sur Internet, l'écriture en français de textes à publier, la prononciation du français dans un cadre public ? Quand on prend un peu de recul par rapport à ses habitudes, cela saute aux yeux : dans la culture traditionnelle, qui fait résurgence aujourd'hui avec une évidence arrogante, dans la culture des professeurs de mathématiques « à l'ancienne », pour *enseigner* des mathématiques, pour rechercher des informations *sur Internet*, pour écrire en français des *textes à publier*, pour prononcer le français parlé *dans un cadre public*, il suffirait de savoir les mathématiques à enseigner, les gestes de base de l'utilisation du Web et... « le » français, écrit et parlé, tel qu'on l'a appris, en règle générale, à la va comme je te pousse.

b) Une autre relation interne existe entre les domaines praxéologiques énumérés ci-dessus : RII efficace et « validée », écriture de textes « publiables », prononciation « correcte » du français sont des activités qui *outillent l'activité du professeur* (de mathématiques, ou autres). Il y a donc, pour cela, quelques raisons de s'y intéresser. À l'opposé, s'il y a des raisons de *ne pas* s'y intéresser, ce sont celles-là même que d'aucuns invoquent déjà pour refuser de s'intéresser à *l'enseignement* des mathématiques, en rangeant cette activité dans la vaste catégorie de ces activités sociales où, disent les béotiens, il suffit de *faire*, sans qu'il soit besoin d'en parler ou d'y réfléchir. Toute ambition d'aller au-delà serait inutile, et même sans objet (« il n'y a rien à savoir »), et constituerait ainsi une ambition pleine de prétention et vide de matière. Bien entendu, au moins dans ce séminaire, nous nous inscrivons en faux contre ce point de vue chalcolithique sur les activités humaines. Nous situons donc ces domaines d'activité dans une problématique primale : que faut-il savoir et savoir-faire pour enseigner les mathématiques, chercher des informations sur Internet, parler et écrire la

langue française. C'est sur ce dernier point que je m'arrêterai maintenant : que doit savoir, en matière de français parlé et écrit, un enseignant (de mathématiques) qui doit enseigner *en français* ?

c) Cette problématique primale doit être couplée avec une problématique *possibiliste*, dont je rappelle la formulation générale.

Étant donné un certain ensemble de contraintes et de conditions auxquelles telle institution ou telle personne est soumise, à quel systèmes praxéologiques est-il possible que cette institution ou cette personne accède ?

J'ai tenté de soulever dans ce séminaire (et ailleurs, dans certains enseignements de sciences de l'éducation) une question endormie, celle du « *style* ». Quelle possibilité un enseignant de mathématiques a-t-il d'avoir rencontré cette notion (entendue au sens anglo-saxon) ? Voici un type de situations de rencontre, la « diffusion contextuelle », dans laquelle les fragments praxéologiques diffusés se réfèrent à des types de tâches *partiels*, enchâssés dans un type de contextes déterminés. Lorsqu'on étudie les questions de style, en l'espèce, on tombe forcément sur la notion de « feuille de style » utilisée dans le contexte des logiciels de traitement de texte ; or plusieurs de ceux qui connaissent peu ou prou cette notion et son usage ne voient dans l'expression « feuille de style » qu'un syntagme à demi figé, où « feuille » participe d'un sens préalablement connu (et large) mais où « style » n'acquiert son sens que de la notion ainsi manipulée.

➔ C'est par exemple ce qui transparaît dans cette « définition » par laquelle s'ouvre (dans sa version du 11 octobre 2008) l'article « Feuille de style » de *Wikipédia* : « Une feuille de style est un ensemble d'attributs de caractères et de formats de paragraphes pouvant être appliqués en une seule opération à un ou plusieurs paragraphes. » Voici une autre définition, tirée de l'article « Style » de *Wikipédia* (version du 30 septembre 2008).

En sciences de l'information et des bibliothèques on parle de style pour définir le format éditorial, comme *APA style*. Par extension, c'est le nom donné à une balise placée dans un document numérique pour identifier des éléments d'information et, accessoirement, leur donner une mise en page et une typographie. Une feuille de styles assure la relation entre le fond du document et sa forme visuelle.

➔ Dans la formulation suivante, extraite de l'article « Microsoft Word » de *Wikipédia* (en français, version du 15 octobre 2008), le phénomène de réduction à un contexte est frappant.

Il convient de distinguer le style, terme usuel, qui modifie directement le caractère (gras, italique, souligné, couleur) et la feuille de style qui est une mémoire du style de texte appliquée à un paragraphe ou à un groupe de mots. Word ne distingue pas ces termes.

➔ Cela noté, une personne qui prétend écrire savamment sur les feuilles de style, par exemple, peut ne pas connaître (ou, en tout cas, ne pas mettre en pratique) certaines règles de style pourtant élémentaires. Ainsi lit-on dans l'article « Microsoft Word » déjà cité la phrase suivante, toute simple, où apparaît pourtant une virgule on ne peut plus fautive : « Un style, est la base de la composition. » Ce genre d'exemple pourrait être multiplié.

d) Le souci de la langue n'est pas la première vertu des scripteurs. Depuis l'avènement du Web, ce qu'on peut appeler l'incurie de la langue écrite a provoqué plusieurs phénomènes nouveaux, dont l'un des plus singuliers peut-être est le *typosquatting*, qui est une forme particulière de *cybersquattage*.

➔ L'article « Cybersquattage » (du 27 octobre 2008) de *Wikipédia* précise ce qui suit.

Le cybersquattage, plus couramment désigné par l'anglicisme *cybersquatting*, est une pratique consistant à enregistrer un nom de domaine correspondant à une marque, avec l'intention de le revendre ensuite à l'ayant-droit, ou d'altérer sa visibilité.

Certaines lois locales considèrent cela comme une extorsion et/ou du parasitage. En ont été victimes par exemple Framatome, la ville de Saint-Tropez, ou SFR. Ce dernier cas, jugé au tribunal de Nanterre en 1999, a vu le juge donner raison, comme souvent dans ces affaires-là, à l'opérateur téléphonique contre la société W3 Systems. On peut rappeler qu'en plus d'avoir réservé le nom *sfr.com*, le cybersquatteur redirigeait les internautes vers *itineris.com* (Itineris), le concurrent principal de SFR.

Les sites *france2.com* et *france3.com* (France 2 et France 3) sont toujours occupés par un cybersquatteur. Le 6 septembre 2006, c'est Karl Zéro, qui après avoir annoncé son site *leweb2zero.com* dans un podcast chez Loïc Le Meur se voit prendre le nom de domaine convoité et ses dérivés faute de les avoir réservés avant d'en parler.

(« Ayant droit » s'écrit en principe sans trait d'union et fait aux pluriel des « ayants droit ».)

➔ Voici maintenant un extrait de l'article «Typosquatting» de *Wikipedia* (version du 19 septembre 2008).

Typosquatting, also called URL hijacking, is a form of cybersquatting which relies on mistakes such as typographical errors made by Internet users when inputting a website address into a web browser. Should a user accidentally enter an incorrect website address, they may be led to an alternative website owned by a cybersquatter.

Voici ensuite un autre extrait du même document,

Generally, the victim site of typosquatting will be a frequently visited website. The typosquatter's URL will usually be one of four kinds, all similar to the victim site address:

(In the following, the intended website is "example.com")

- A common misspelling, or foreign language spelling, of the intended site: exemple.com
- A misspelling based on typing errors: xample.com or examlpe.com
- A differently phrased domain name: examples.com
- A different top-level domain: example.org

Once in the typosquatter's site, the user may also be tricked into thinking that they are in fact in the real site; through the use of copied or similar logos, website layouts or content. Sometimes competitors of the victim site will do this.

➔ On a là sans doute un double effet : celui de l'« insouci » du Web, renforcé par l'insouci de la langue (écrite). Il y aurait donc, pour ces insoucieux, une justice immanente !

e) La didactique du style (écrit) est l'étude de conditions et contraintes de la diffusion des praxéologies du français écrit et de l'écriture du français. On voit ici surgir une question qui n'apparaît pas aussi nettement, me semble-t-il, quand on s'intéresse *seulement* à la didactique *scolaire* des mathématiques : c'est celui du « choix » des praxéologies diffusées. Dans le cas du style, en effet, on voit que les opérateurs de diffusion sont innombrables, délocalisés, sans magistère officiel, notamment du fait du rôle que jouent à cet égard les simples usagers du français écrit, même quand ils ne recherchent pas délibérément cette responsabilité, c'est-à-dire quand ils se ne présentent pas comme des institutions *didactiques à cet égard*. Un bon exemple me paraît être le cas du français « du dimanche » qu'emploie un usager ordinairement insoucieux qui s'efforce de se mettre sur son trente et un, de « parler bien », de « châtier » son langage. C'est alors qu'on voit fleurir les *scenarii* (pour *scénarios*), les « en Avignon » (pour « à Avignon »), etc. Tout cela constitue un *folklore stylistique* qui se propage souvent de façon semi-implicite, par les « leçons » subrepticement données par des usagers regardés comme faisant localement autorité, qui, silencieusement, invitent ainsi leurs

lecteurs à adopter un style supposé « plus élevé ». Ainsi en va-t-il lorsqu'on lit, dans l'annonce des « États généraux de la formation des enseignants », tenus le samedi 4 octobre 2008 à l'université de Paris 12, que ceux-ci comporteront entre autres choses une table ronde intitulée « Les scénarii d'avenir (éclatement ou renouveau de la formation ?) ». On imagine sur ce modèle le rôle d'un certain implicite didactique dans la diffusion praxéologique, implicite qui existe dans le didactique scolaire sans aucun doute mais que nous tendons à ne pas voir, alors même qu'il est sans doute, en certaines choses, l'essentiel des mécanismes de sélection et diffusion praxéologiques.

4. Problème primal : prononcer la langue de travail

a) Les considérations précédentes valent encore pour les praxéologies du français *parlé*. On pensera peut-être que se préoccuper de cela, c'est pousser bien loin le souci de la langue, surtout pour de « simples » professeurs. Or cette matière est encore moins « travaillée » que l'écriture du français. L'article « Diction » de *Wikipédia* (dans sa version du 28 juillet 2008) propose ce commentaire, auquel je laisse sa virgule fautive.

Dans la langue française, la norme orthographique est sujette à maintes discussions. Paradoxalement, une impasse semble faite, sur le soin apporté à la langue orale. En fait, la plupart des Français, même instruits, ont une représentation écrite de la langue, représentation en grande part due à l'insistance du système scolaire sur cet aspect.

Ce même article indique que « la diction est enseignée dans les milieux du théâtre, quelquefois [dans] les conservatoires de musique ». Or le souci de la diction concerne, toujours selon le même document, un ensemble considérable de « métiers », un fait dont cette liste non exhaustive témoigne : présentateur d'émission culturelle ou de variété ; présentateur de journal télévisé ; animateur radio ; animateur d'émission littéraire ; conteur ; comédien/narrateur de théâtre/cinéma/doublage ; instituteur ; professeur de français ; chanteur ; homme/femme politique ; linguiste ; poète.

b) Qui, hors des conservatoires de théâtre, se préoccupe de prononciation du français ? Pour tenter de répondre, arrêtons-nous un instant sur l'article « Prononciation du français » de *Wikipédia* (version du 3 octobre 2008). Voici, plus particulièrement, la liste des références sollicitées par ses auteurs. En l'examinant, on notera un fait frappant : cinq de ces références sont en anglais. Pourquoi cela ?

Notes et références [modifier]

- ↑ **a b c d e** (en) *French Pronunciation Charts*
- ↑ Centre nationale de ressources textuelles et lexicales : aigu , aiguiser , aiguille
- ↑ Dictionnaire des rimes orales et écrites Larousse, 1986.
- ↑ *Precis of French Pronunciation for Beginners*, Walter V. Kaulfers, *The French Review*, Vol. 11, No. 3 (Feb., 1938), pp. 235-242
- ↑ (en) [http://www.languageguide.org/francais/grammar/pronunciation/ Language Guide: French pronunciation
- ↑ (en) *AI/ AIS - French Pronunciation of AI and AIS* , about.com
- ↑ Centre nationale de ressources textuelles et lexicales : affaier
- ↑ Centre national de ressources textuelles et lexicales : baiser
- ↑ **a b** (en) *Teaching French Pronunciation to Beginners*, Henry L. Robinson, *The Modern Language Journal*, Vol. 32, No. 1 (Jan., 1948), pp. 45-49
- ↑ Centre nationale de ressources textuelles et lexicales : faire , faisable , faiseur
- ↑ *Pour une redéfinition de l'exemple lexicographique*, R. Wooldridge
- ↑ Les exercices de français du CCMD , p. 6

c) Pour comprendre, je vais prendre un exemple simple, celui de la prononciation de « Je chanterai / Je chanterais », qui oppose le *futur au conditionnel*, et celui de « Je chantai / Je chantais », qui oppose le *passé simple* à l'*imparfait*. On sait que les gens de Provence prononcent chaque fois un é ; tandis que, à l'opposé, les gens de Paris rendent un è. Imaginez que vous êtes une institution d'enseignement du français à Londres. S'il est vrai que, en français « correct », on prononce un é (respectivement, un è), c'est cela qu'il vous faudra enseigner à des débutants, et rien d'autre ! On n'enseigne pas d'abord le faux ou l'incorrect. En sorte que, de cela, *vous vous soucierez*. Par contraste, le français oral n'étant à peu près pas enseigné en France aujourd'hui, on ne s'en souciera guère, invitant à une prononciation qui dépendra du « professeur » (qui, souvent, ne *professe* rien en la matière).

d) Je reproduis maintenant un passage qui concerne le graphème *ai*.

ai vaut :

- /ɛ/ en général
- /ɛ/ en position initiale, mais aussi /e/ dans « aigu », « aiguiser » et « aiguille ».
- /e/ en fin de mot (traditionnellement) : « gai » /**ge**/, « quai » /**ke**/ à l'exception de « vrai » /**vʁ**/ ; la prononciation [ɛ] est très courante en fin de mot également.
- /e/ en fin de verbe conjugué à la première personne du passé simple et à la première personne du futur simple, parfois réalisé comme [ɛ], ce qui ne permet plus de distinguer le passé simple (« je donnai ») de l'imparfait (« je donnais »).
- /ɛ/ mais aussi /e/ dans certains infinitifs, [e] par harmonie vocalique lorsqu'il est suivi d'un /e/, par exemple : « affaier » [**afe****ɛ**e] ou [**afɛ****ɛ**e] mais uniquement « j'affaire » [**afɛ****ɛ**] ; « baiser » [**be**zɛ] ou [**bɛ**zɛ] mais « baise » [**bɛ**:z].
- /ɛ/ lorsque suivi d'une consonne en fin de mot : « fait » /**fɛ**/, « donnais » /**dɔnɛ**/

- /e/, traditionnellement, dans « sais », « vais » et « sait », mais [ɛ] est courant.
- /ə/ dans certains cas : « faisan » /fəzã/, « faisant » /fəzã/, « faisons » /fəzõ/, « faiseur » /fəzœs/, « faisable » /fəzabl/.

➔ Selon ces règles, ni les gens de Provence ni les gens de Paris n'ont totalement raison ou tort. Le futur « Je chanterai » (« Nous chanterons ») appelle un son fermé (les gens de Provence ont raison) tandis que le conditionnel « Je chanterais » (« Nous chanterions ») veut un son ouvert (les gens de Paris sont là dans le vrai). Et de même pour le passé simple et l'imparfait.

➔ Ce seul exemple permettra à chacun, je pense, de commencer à mesurer son ignorance d'une matière qu'il n'a sans doute jamais véritablement rencontrée – sans parler de l'étudier. Il faudrait donc dire : « Je vais [e] chanter ; ou plutôt je chanterais [ɛ] si vous me le demandiez ! Sinon, je ne chanterai [e] pas. Sur ce point, vous êtes dans le vrai [ɛ]. Mais sachez que rien n'est encore fait [ɛ]. »

e) L'observation courante montre toutefois que nous sommes loin de cette prononciation correcte. Un témoignage remarquable en est donné par l'un des documents référencés : voici d'abord ce qu'il indique concernant le sujet qui nous occupe ².

Vowel Sounds I

([e], [ɛ], [ə])

The sound [e] is much like the vowel sound of *day*. The letter *é* is always pronounced [e].

	été	<i>summer</i>	arrivé
	armée	<i>army</i>	légal <i>legal</i>

The letter combinations *er*, *es*, and *ez* at the end of a word are pronounced [e].

	-er	répéter	<i>to repeat</i>
		téléphoner	<i>to telephone</i>
	-ez	nez	<i>nose</i>
		chez	
	-es	les	
		ses	

In addition, the letter combination *ai* at the end of a verb is pronounced [e].

	-ai	j'ai	<i>I have</i>
		je finirai	<i>I will finish</i>
		je donnai	<i>I gave</i>

² <http://www.languageguide.org/francais/grammar/pronunciation/>

→ On voit donc ici la « doctrine correcte » : la syllabe finale de « Je finirai » est prononcée fermée ([e]). Mais on aperçoit aussi un petit haut-parleur dessiné à gauche, qui permet d'entendre le son. Qu'entend-on alors ? Avant de répondre, je reproduis ce qu'on lit sur la page d'accueil du site.

LanguageGuide.org met à votre disposition des ressources gratuites avec bandes sons pour l'apprentissage des langues. Ces ressources sont développées en collaboration avec des bénévoles. Tout ceci est sponsorisé par le Language Guide, une organisation à but non lucratif. Votre aide financière nous est essentielle.

Ce que je note, c'est que ce sont des bénévoles qui prêtent leur voix. La même page donne leur nom (pour ce qui est du français) : Olivier Chatelain, Diane Gervais, Emma Martin, Alexia Maher, Yoann Hispa. C'est une voix féminine – celle de Diane, d'Emma ou d'Alexia, donc – qui a été choisie pour prononcer tous les exemples en français figurant plus haut. Or, l'écoute ne laisse guère de doute : cette voix prononce [ɛ] ce qui devrait être prononcé [e]. Le mal est profond !

→ Voici plus étrange encore. Sur la même page, on trouve encore ceci.

On the left are words with endings that are pronounced [ɛ]. On the right the endings are pronounced [e].

 dès	des
et	il est
épais	l'épée
fait	fée
la claie	la clé
mais	mes
prés	pré
tais	tes
je parlerais	je parlerai

On notera d'abord une petite erreur orthographique : *prés* au lieu de *près*. Cela fait, c'est une voix masculine que, cette fois, on entend lire ce qui précède. Ce qu'on entend peut être transcrit ainsi : dé/dè ; é/il è ; épè/épé ; fè/fé ; clè/clé ; mè/mé ; tè/té. Bien entendu, on peut se demander ce qui va se passer quand la voix arrivera à la dernière ligne ! Va-t-elle, comme la voix féminine précédente, rendre homophone ce qui ne devrait pas l'être, en prononçant deux fois « je parlerè » ? Ou va-t-elle opposer « je parlerè »

(conditionnel) à « je parleré » (futur) ? Rien de tout cela ! *La voix reste muette.* La dernière ligne est absente de l'enregistrement.

→ Faut-il en rester là ? Une autre référence mérite une visite : on y lit ceci ³.

The letters **AI** in French can be pronounced in one of three ways. The following are general guidelines to the pronunciation of AI (though there are, as always, exceptions):

1. **AI** is usually pronounced like **É** (like the E in "bed"), including when it is followed by S.
2. When a verb ends in **AI**, it is pronounced like **É** (more or less like the A in "gave").

It is important to distinguish between these two sounds, because they can change the meaning. *Je parlai* ([passé simple](#)) is not pronounced like *je parlais* ([imparfait](#)). The same phenomenon occurs with *je parlerai* ([futur](#)) and *je parlerais* ([conditionnel](#)). You must be able to hear and pronounce the difference.

La troisième des manières de prononcer *ai* est celle que l'on rencontre dans *tailleur* : "When AI is followed by a double L, the AI is pronounced like the normal French A (like the A in 'father')." À nouveau, le lecteur peut se transformer en auditeur, comme le montre cet autre extrait de la même page.

- [Pronunciation Words](#)
- [Pronunciation Guide](#)
- [French Speak English](#)

Click on the links below to hear the words pronounced in French:

[frais](#) (fresh, cool)

[lait](#) (milk)

je [parlerai](#) (I will talk)

je [parlerais](#) (I would talk)

[je t'aime](#) (I love you)

[tailleur](#) (tailor)

Questions or comments on this lesson? Please post them on the [forum](#).

You are here: [Learn French](#) > [French for Beginners](#) > [Pronunciation](#) > [Letters](#) > [Vowels](#) > [A / I](#) > **AI/AIS**

Cette fois la distinction est respectée à l'oral ! Mais la voix est celle d'une anglophone « native » qui s'est éprise de la langue française... On notera qu'il

³ <http://french.about.com/od/pronunciation/a/ai.htm>.

s'agit bien là de connaissances en "French for Beginners" – connaissances qu'ignorent nombre de Français « de souche ».

f) La prononciation tenue pour correcte semble fort peu diffusée dans l'espace français. La chose est d'autant plus surprenante que, sur le point examiné, ce qu'il faut *savoir* tient en très peu de chose. Voici par exemple ce qu'en disait le linguiste Maurice Grammont (1866-1946) dans un petit ouvrage intitulé *La prononciation française. Traité pratique*, paru en 1914 et que je consulte dans une édition de 1966.

Lorsqu'il [l'e fermé] est écrit *-ai*, il est fermé dans toutes les formes verbales, comme

j'ai, j'aurai, je donnerai,

mais dans une seule forme nominale avec ses quatre graphies :

gai, gaie, gais, gaies.

Écrit *-ais* ou *-ait*, il n'est fermé que dans les formes verbales *sais, sait, vais*.

5. Écrire et lire les sons du français

a) Comme en français écrit, le souci de la prononciation du français n'est pas l'effet d'un purisme élitaire, et moins encore l'écho d'une volonté de restauration imaginaire : il s'inscrit dans la droite ligne d'un souci politique, celui de faciliter l'usage du français *à tous*, dans tous les contextes de la vie sociale. Quand on emprunte la ligne 14 du métro parisien à la Gare de Lyon en direction de la Madeleine, la voix féminine qui annonce les stations peut surprendre certains usagers : au lieu de prononcer ce qu'on peut transcrire « mi-phonétiquement » Chât'let, selon une prononciation populaire qui réalise ce qu'on nomme savamment « l'effacement du schwa » ("dropping of the schwa"), elle conserve au contraire le schwa (noté classiquement ə) en prononçant ce qu'on peut transcrire Chât ə let. (Sur la question évoquée, on se reportera par exemple à la page *Effacement du schwa*⁴ sur le site de l'université Laval.) Il y a là, je suppose, l'effet d'une volonté de faire entendre une langue française moins fermée, plus accueillante à l'étranger phonétique que ne l'est spontanément la parlure indigène. On voit ainsi l'enjeu – souvent oublié ou nié par les « autochtones » – d'une certaine normalisation du français parlé : on ne parle pas qu'à ses proches, et on doit pouvoir parler *à tous*.

b) Je n'irai pas plus loin sur ce sujet aujourd'hui. On trouve sur Internet une interface proposant un système *Text-to-Speech* gérée par le site *SitePal*⁵,

⁴ <http://www.ciral.ulaval.ca/phonetique/phono/r43.htm>

⁵ http://www.oddcast.com/home/demos/tts/tts_example.php?sitepal

dispositif qui permet d'obtenir, dans diverses langues, l'oralisation de ce que l'on veut, et cela par différents locuteurs. Voici ce qu'on y découvre.



Le dispositif est d'une utilisation très simple : on saisit le « texte » que l'on souhaite faire « lire à haute voix », on choisit la langue, on choisit éventuellement le lecteur parmi les quelques possibilités offertes (dont le nombre varie selon les langues). Choisissons le français (French) et demandons à la voix par défaut de lire « La fin de tout ». On peut faire varier le « lecteur ». Cette phrase avait-elle été préalablement enregistrée, et cela par *n* locuteurs différents ? Complétons-la d'une façon fantaisiste, par exemple ainsi : la fin de tout / la fin de toutout / la fin de toutoutitou / la finche de toutoutitou / la fincheri de toutoutitou / la fincherina de toutoutitoutin /... On peut, sur ces mêmes concaténations de lettres et de blancs, solliciter un locuteur anglophone (ou autre...). On devine alors que ces personnes n'ont pas enregistré des phrases ou des fragments de phrases, mais des « sons » – ceux qui se rencontrent dans la langue qu'ils parlent.

c) Il existe d'autres systèmes TTS disponibles en ligne. On pourra ainsi consulter l'*Acapela HQ TTS Interactive Demo*⁶, en se demandant si les locuteurs en français qu'on y entend distinguent bien « je serai » de « je serais »... Je conclurai simplement ici – nous y reviendrons, je pense – qu'il y a là un problème que l'on peut prétendre ignorer mais qui n'est pas sans conséquence sur la possibilité future offerte à nos congénères tout autour du monde de pouvoir « parler français ».

That's all, folks!

⁶ <http://www.acapela-group.com/text-to-speech-interactive-demo.html>.