

POURQUOI ENSEIGNE-T-ON LES MATHÉMATIQUES ?

Yves CHEVALLARD

Faculté des sciences de Luminy
70, route Léon-Lachamp
13288 Marseille CEDEX 9

I – INTRODUCTION

La question est ordinairement entendue dans une perspective apologétique : comme une invitation à justifier, à défendre et à illustrer l'enseignement des mathématiques. Ce n'est pourtant pas ainsi qu'on recevrait cette autre question : « Pourquoi une pierre lancée en l'air retombe-t-elle au sol ? » Ou encore : « Pourquoi les angles d'un triangle ont-ils pour somme un angle plat ? »

Deux poids et deux mesures, donc. La culture courante ne situe pas spontanément en un même registre épistémologique ces différents types de phénomènes. L'existence des uns serait comptable d'une explication. Celle des autres relèverait, non sans tribulations peut-être, d'une libre décision, n'appelant au mieux qu'une justification. Des réalités intrinsèques d'un côté, indépendantes de nos volontés et de nos désirs ; de l'autre, le fruit de l'action des hommes : clivage profond que, en matière de faits sociaux, et singulièrement de faits éducatifs, nos sociétés n'ont pas ordinairement réduit ¹.

En cherchant à identifier les conditions et les contraintes qui ont conduit à l'émergence maintenue, dans notre enseignement secondaire général, d'un enseignement des mathématiques, on essaiera pourtant de donner à la question proposée une ébauche de réponse qui échappe aux illusions de la libre détermination des institutions par leurs agents et leurs acteurs.

II – LE « CHOIX » DES ENSEIGNEMENTS GÉNÉRAUX

Pour donner un sens à la question examinée, on peut la rapprocher de questions analogues, relatives à d'autres savoirs. Pourquoi n'y a-t-il pas, dans l'enseignement secondaire général, d'enseignement de la médecine, ou du droit ? Pourquoi n'y a-t-il plus d'enseignement de la rhétorique ?

Questions que sous-tend une première distinction : celle des enseignements professionnels (la médecine, le droit), d'une part, et de l'enseignement général (la rhétorique), d'autre part. Et qui conduisent à une nouvelle question, relative à la transposition didactique des savoirs : comment sont « choisis », à un moment donné, les savoirs qui donnent ses contenus à la formation générale ?

¹ Voir CHEVALLARD, Y. (1985), pp. 10-12.

III – DISCOURS APOLOGÉTIQUES

Condition quasiment toujours réalisée², ces savoirs sont choisis parmi ce que nous avons appelé des savoirs savants³, à forte légitimité culturelle. Condition qui ne définit encore qu'une simple possibilité : les mathématiques restent dans la course, et en bonne place.

D'autres critères vont jouer : il faut convaincre la société, et continuer de convaincre, que le savoir mathématique (ou telle autre matière qu'on voudra) a un titre éminent à prendre place dans la formation générale : d'où les discours apologétiques, dont nous parlons plus haut. L'existence de tels discours est une condition incontournable de l'émergence et du maintien de l'enseignement d'une discipline dans l'enseignement secondaire général.

L'examen de cas⁴ montre que l'apologétique ordinaire, du moins en position offensive⁵, se fonde sur deux arguments solidaires : la discipline à promouvoir, quelle qu'elle soit, serait des plus utiles à la société prise comme un tout, dont elle conditionnerait le progrès et la réussite ; et des plus utiles, en même temps, à chacun des membres de la société.

Nous avons essayé de montrer⁶ que cette thématique a été appliquée, aux XVII^e et XVIII^e siècles, au dessin (technique), comme elle l'a été, au cours des dix dernières années, à l'informatique. À partir de la fin du XVII^e siècle, elle s'applique aux mathématiques elles-mêmes ; et sa logique – qui ne s'en souvient ? – sera reprise inchangée dans les années 1960 par les chaires des mathématiques modernes.

IV – LE REJETON DES ENSEIGNEMENTS PROFESSIONNELS

La force des discours apologétiques leur fait jouer, culturellement, un rôle d'écran. Du système d'enseignement pris dans son entier, nous ne voyons guère, par le fait de la majoration culturelle qu'en réalisent ces discours, que l'enseignement général, de « formation générale ». Les enseignements professionnels⁷, péjorés ou scotomisés, n'apparaissent que comme marges, « périphériques », rameaux terminaux du système : phénomène typique de fausse conscience, qui promeut une image inversée de la réalité.

Il faut en effet tenir que c'est l'inverse qui est vrai : l'enseignement général est un rejeton des enseignements professionnels. L'enseignement général se crée et se réforme, jusqu'à aujourd'hui, par un mouvement descendant, procédant, par retombées successives, du « haut » vers le « bas ». Dans la genèse de nos systèmes d'enseignement, les enseignements professionnels sont la cause, l'enseignement général l'effet. Historiquement, les premiers sont l'antécédent, le second, le conséquent.

² Sa non-réalisation engendre des problèmes spécifiques, que nous n'examinerons pas ici.

³ Ou demi-savants, en voie de « savantisation ». Voir CHEVALLARD Y. (1985), *passim*.

⁴ Que nous ne pouvons conduire ici : voir Y. Chevallard, *Émergence de l'enseignement des mathématiques et discours apologétiques*, à paraître.

⁵ Il existe aussi un type de discours apologétique qui s'applique aux disciplines en position défensive : ainsi du latin (naguère), ou de l'orthographe. Nous n'en dirons rien ici.

⁶ Dans un texte non publié.

⁷ Ou pré-professionnels, de professionnalisation.

V – D’OÙ VIENT L’ENSEIGNEMENT GÉNÉRAL ?

Observation fondamentale, qui conduit à une nouvelle question : pourquoi un enseignement général ? Question qui fait à nouveau surgir les illusions de la fausse conscience. L’enseignement général, dit-on, assurerait des « connaissances de base », sur lesquelles s’élèveraient ensuite les compétences professionnelles – et sans lesquelles celles-ci ne pourraient guère se construire.

Comment, ainsi, demandera-t-on, pourrait-on former, dans nos universités, des mathématiciens, des professeurs de mathématiques, des ingénieurs, à partir de gens qui, tout au long de l’enseignement secondaire, n’auraient jamais entendu parler de mathématiques ?

L’objection ne tient guère : on forme des médecins, des juristes, et bien d’autres spécialistes encore, qui n’ont découvert que sur le tard leur spécialité. Pour les mathématiques même, le « niveau » de la formation secondaire est fortement variable : d’un pays à l’autre déjà – voir les *high schools* américaines ; et, à l’intérieur d’un même pays, sur quelques décennies – voir l’évolution des programmes français.

On apprenait autrefois les sciences physiques au lycée sans les avoir jamais rencontrées au collège : on jurera demain que, sans leur enseignement au collège, rien de bon ne saurait se faire au lycée. Non que le « niveau » exigé n’ait des effets réels : mais ce n’est pas d’abord à cela que, hier comme aujourd’hui, on doit l’existence d’un enseignement général.

VI – UN PROBLÈME RÉCURRENT : HOMOGÉNÉISER

Le problème essentiel de tout enseignement, en effet, est celui de l’homogénéité de la formation de ceux auxquels il s’adresse. On peut enseigner les mathématiques à qui ne connaît pas même l’addition des entiers ; et à qui connaît déjà le calcul intégral. On ne peut guère les enseigner aux deux à la fois.

Toute l’histoire de notre système d’enseignement, toute l’histoire de sa constitution comme système est l’histoire de l’homogénéisation de son public, selon un processus répété, qui se poursuit aux yeux de tous, et aboutit à la fragmentation en publics différenciés.

Différenciation dont le premier grand moment est celui où s’impose le principe de segmentation linéaire – en classes⁸ ; et qui procède par « descente infinie ». L’homogénéisation d’un public potentiel donné se fait par le moyen d’un enseignement « préparatoire » – l’ensemble des classes précédentes – qui permet une distillation fractionnée appropriée. Quand l’homogénéité obtenue n’est pas suffisante, d’autres grades s’ajoutent ou s’intercalent, constituant un cursus des études ordonné par niveaux.

Ainsi l’École Polytechnique est-elle préparatoire à des écoles spécialisées antérieurement existantes. Les écoles centrales, que crée la Révolution et qui forment les futurs candidats aux différentes écoles que l’Ancien Régime comme la Révolution ont mises en place, se révèlent insuffisantes. S’intercalent alors des classes préparatoires, etc.⁹ Mais le niveau est ici un moyen avant d’être une fin.

⁸ Nous avons décrit ailleurs la mise en place de ce principe structurant, décisif du point de vue didactique : voir CHEVALLARD Y. & MERCIER A. (1987).

⁹ L’officialisation est parfois longue à se faire : on devrait passer bientôt à une préparation en deux ans des

VII – SAVOIRS ENSEIGNÉS

La manière dont se constitue le contenu enseigné en ces grades nouveaux, que l'exigence d'homogénéité appelle est relativement secondaire : on sait trop qu'il n'y a pas, ici, de critère assuré. Resurgit alors la question dont nous étions partis : pourquoi, dans l'enseignement secondaire général, un enseignement de mathématiques ?

Celui-ci émerge tout au long du XVIII^e siècle lorsque, dans les collèges, se créent des chaires de mathématiques. (Il en va de même, au demeurant, avec la physique.) Les profonds bouleversements que vit alors la société européenne donnent le branle : la question de l'enseignement les exprime et les traduit. Les cartes sont redistribuées : un flot de projets de réformes parcourt le siècle. Bien des savoirs, neufs ou anciens, vifs ou moribonds, peuvent bien être appelés ; quelques-uns seulement seront élus. Pourquoi les mathématiques ?

VIII – L'EXPOSITION DES MATHÉMATIQUES

Un premier caractère marque les rapports des mathématiques avec la société, depuis le début du XVII^e siècle et le Galilée de la Nature « écrite en langue mathématique » : un véritable bluff historique – qui a cessé d'en être un aujourd'hui –, celui du rôle prétendument essentiel que, par le truchement de la physique, les mathématiques seraient appelées à jouer dans l'entreprise qui, selon Descartes, doit nous rendre « maîtres et possesseurs de la Nature »¹⁰. Pari risqué, qui n'est pas gagné à l'orée du XIX^e siècle, lorsque la corporation des ingénieurs se pare des plumes prises aux mathématiques¹¹. Anticipation fragile, qui ne sera pleinement vérifiée qu'au XX^e siècle¹².

Le second caractère est, lui, permanent. Contrairement au droit ou à la médecine, que le profane peut méconnaître mais qui, depuis des siècles, sont personnages familiers de la vie de la cité, contrairement à la physique et à la chimie, qui y trouveront leur place aux XIX^e et XX^e siècles, les usages des mathématiques sont, socialement, et jusqu'à aujourd'hui, quasiment invisibles, et donc culturellement fragiles.

Le discours apologétique majeure leur importance parce que leur importance réelle ne peut être que spontanément méconnue.

L'École va les rendre visibles ; elle va les exposer, et rendre la visite obligatoire. Leur enseignement forcé sera une manière – la seule que nous connaissions jusqu'ici – d'obliger la

grandes écoles commerciales, alors que la préparation, officiellement d'un an, est majoritairement étalée sur deux années. Afin d'être admis dans les classes préparatoires scientifiques, certains élèves, titulaires du baccalauréat C, redoublent la terminale C ; la classe de première S est officiellement dédoublée en certains lycées ; etc. Les exemples sont la règle, non l'exception. Le système « travaille » constamment.

¹⁰ Voir CHEVALLARD Y. (1980).

¹¹ Voir CHEVALLARD Y. & JULLIEN M. (1989).

¹² Voir CHEVALLARD Y. (1988). Que la rupture intervienne à partir de la fin du XVII^e siècle n'est pas un hasard. Sur une période de presque deux siècles, les mathématiques sont alors directement opérantes : elles ne supposent pas, pour agir, ou ne supposent qu'à un degré négligeable, le truchement des sciences physiques (la jonction ne se fera guère avant le XIX^e siècle). Leur reconnaissance – culturellement et socialement limitée – leur est gagnée par leurs interventions dans l'organisation de l'État moderne : quadrillage du territoire, art militaire, sur terre comme sur mer. Le moment était propice.

société à une reconnaissance que, bon gré mal gré, elle ne pourra plus fuir, et qui paraît indispensable à leur survie.

L'enseignement des mathématiques est aussi une mesure conservatoire, par laquelle nos sociétés paient un tribut – fort lourd sans doute – à leur manière propre de se développer. Le fait se transforme bientôt en un mythe de genèse : dans des registres différents, la classification d'Auguste Comte – un ingénieur polytechnicien –, et tout le système de formation établi au XIX^e siècle, éterniseront le fait d'histoire en vérité de nature.

IX – UN PROBLÈME D'ÉCOLOGIE SOCIALE ET CULTURELLE

Ce que l'enseignement des mathématiques vient résoudre est moins un problème de formation spécifique – la culture mathématique de nos élites, dont on sait l'incertaine destinée – qu'un problème d'écologie sociale et culturelle des savoirs : rendre le savoir mathématique visible de tous, lui assurer – artificiellement – les conditions culturelles d'une survie socialement indispensable.

Il est bon pour s'en convaincre d'imaginer un autre mode de développement, celui de nombre de savoirs « spécialisés », de savoirs outils des savoirs efficaces. Il suffirait pour cela – sans méconnaître l'inertie du système, et son hystérésis culturelle – que les mathématiques deviennent en d'autres façons culturellement visibles, et reconnues.

Les mathématiques pourraient alors désinvestir l'École : on ne manquerait pas plus de mathématiciens qu'on ne manque aujourd'hui de médecins, de juristes ou de latinistes – le latin, qu'on croyait perdu, parce qu'on n'allait plus l'enseigner à l'école, et que sa maîtrise eût exigé un apprentissage soutenu sans faiblir depuis les premières classes de l'enseignement secondaire...

À n'être plus brutalement exposées par l'École à la reconnaissance, au jugement, et donc à la critique du regard social, les mathématiques gagneraient sans doute. Peut-être serait-il même plus facile – culturellement – de faire des mathématiques.

Mais ce qui peut advenir à cet égard dépend moins de l'École que de la société. Les réformes de programmes trouvent en cela leurs limites intrinsèques.

BIBLIOGRAPHIE

CHEVALLARD, Y. (1980). Mathématiques, langage, enseignement : la réforme des années soixante. *Recherches*, 41, 71-99.

CHEVALLARD, Y. (1985). *La transposition didactique. Du savoir savant au savoir enseigné*. Grenoble : La Pensée sauvage.

CHEVALLARD, Y., & MERCIER, A. (1987). *Sur la formation historique du temps didactique*. Marseille : Éditions de l'IREM d'Aix-Marseille.

CHEVALLARD, Y. (1988). *Implicit Mathematics: Their Impact on Societal Needs and Demands*. Communication au sixième congrès international sur l'enseignement des mathématiques (Budapest, 27 juillet -3 août 1988). À paraître.

CHEVALLARD, Y., & JULLIEN, M. (1989). *Sur l'enseignement des fractions au collège. Ingénierie, recherche, société*. Marseille : Éditions de l'IREM d'Aix-Marseille.