YVES CHEVALLARD

ORGANISER L'ETUDE. 3. ECOLOGIE & REGULATION

Abstract: The key point in this lecture is that there exists a whole hierarchy of levels of determination, which account for the ecology of didactic organisations, and to which, looking beneath appearances, didacticians of mathematics should turn their thoughts in order to get a deeper understanding of their scientific and political role.

1. NIVEAUX DE DETERMINATION MATHEMATIQUE

On a dit que le champ de l'enseignement est, dans le long terme, pris dans une dynamique de progrès. Ce progrès est en partie lié aux progrès de la connaissance scientifique en matière didactique. À ce propos, on citera un peu longuement un texte récent de Gérard Vergnaud, intitulé *On n'a jamais fini de relire Vygotski et Piaget* :

> Vygotski avance alors une thèse très intéressante : on se développe parce qu'on rencontre la contingence. Il attribue d'ailleurs cette idée à Piaget, avant de la reprendre à son propre compte. […] Toutefois, en mettant en avant l'idée que l'apprentissage précède le développement, Vygotski est conduit à donner plus d'importance que Piaget à la contingence : la relation du sujet à son environnement n'est pas réglée par des lois de pure nécessité. […] D'une certaine manière, la contingence est une idée complémentaire de celle d'adaptation : l'une ne va pas sans l'autre. C'est pour faire face aux situations imprévues et aux incidents qu'on modifie ses schèmes ou qu'on en développe de nouveaux, avec leur cortège de conceptualisations associées. Cela est vrai pour l'expérience en général et pour l'expérience professionnelle en particulier. Mais cela est vrai aussi pour l'expérience intentionnellement organisée à l'école pour que les enfants apprennent, ou dans un stage de formation d'adultes, pour que les participants apprennent, plus vite et plus complètement. Allons plus loin, et mettons au crédit de la recherche en didactique cette idée que la rencontre avec des situations nouvelles peut être utilisée comme un levier de l'apprentissage et du développement. C'est la théorie des situations didactiques, que Brousseau a nourrie le premier. Ni Vygotski ni Piaget n'ont poussé les feux assez loin dans cette direction, qui est celle de l'organisation des perturbations, en vue de provoquer l'apprentissage. Si on ne déstabilise pas l'enfant, celui-ci n'a pas de raison d'apprendre. Il est vrai aussi que si on le déstabilise trop ou trop souvent, il n'apprend pas non plus. Elle est étroite la marge d'action de l'enseignant et du formateur, celle à laquelle pensait probablement Vygotski quand il a défini la zone de proche développement. (Vergnaud 1999, p. 51-52)

La convergence des travaux évoqués ici à travers les noms de Vygotski, de Piaget, de Brousseau (et aussi, bien sûr, de Vergnaud), atteste l'avancée de la connaissance en un domaine en apparence soumis au décourageant régime de l'éternel recommencement. Or cette avancée scientifique est loin de s'imprimer simplement dans la culture scolaire et dans le système éducatif. Ainsi ne peut-on espérer, sans se montrer scientifiquement naïf et politiquement irresponsable, que la problématique, si étrangère à nos vieilles sociétés fondées sur la docilité de la masse face à l'autorité du petit nombre, de la *déconstruction-reconstruction des œuvres* remplace silencieusement une tradition séculaire où l'élève comme l'étudiant attendent sans ciller, selon l'immémoriale problématique du *recopiage des œuvres* et du mimétisme culturel, que le professeur enseigne – c'est-à-dire *montre* – ce qu'il y a à faire, comment le faire, et pourquoi le faire ainsi. D'une façon plus générale, la mise en place et la mise en fonctionnement dans l'enseignement secondaire des mathématiques de nombre d'organisations didactiques *concevables* – et, de tel ou tel point de vue, *désirables* – se heurtent à des contraintes qui en dénaturent la structure et en oblitèrent les fonctions, dès lors qu'elles cessent d'être seulement un « *world on paper* », un monde sur le papier.

Ces contraintes tiennent globalement au fait que la mise en place d'une organisation mathématique *ne se fait pas dans un vide d'œuvres*. La mise en place d'une organisation mathématique *ponctuelle* $[T/\tau/\theta/\Theta]$ ne se rencontre par exemple qu'exceptionnellement dans les cours d'études réels : il n'existe guère de thèmes d'étude θ qui ne renvoient qu'à *un* type de tâches T. Cette abstraction existe sans doute un peu plus pour l'élève parce que, dans l'état actuel des choses, celui-ci est évalué en priorité à propos de types de tâches T dont chacun définit pour lui un *sujet d'études* à part entière, quasi indépendants des autres. Mais pour le professeur, déjà, l'unité de compte – non bien sûr l'unité *minimale* – est plus vaste : c'est autour d'une technologie θ, qui prend alors le statut de *thème d'études*, que se regroupe pour lui un ensemble de types de tâches T_i ($i \in \mathrm{I}$) à chacun desquels, selon la tradition en vigueur dans le cours d'études, la technologie θ permettra d'associer une technique τ_i. L'organisation mathématique que le professeur vise à mettre en place dans la classe n'a plus alors la structure atomique qu'exhibe la formule $[T/\tau/\theta/\Theta]$: c'est un amalgame de telles organisations ponctuelles, que l'on notera $[T_i/\tau_i/\theta/\Theta]_{i\in \mathrm{I}}$ et qu'on appelle organisation (mathématique) *locale*. Et c'est d'une telle organisation locale que l'élève devra alors extraire, en les reconstruisant avec ses camarades d'étude sous la direction du professeur (ou, faute de mieux, pour son propre compte), les organisations *ponctuelles* sur lesquelles sa maîtrise sera préférentiellement évaluée. Le professeur, quant à lui, doit gérer un phénomène analogue, mais à un niveau supérieur : l'organisation locale $[T_i/\tau_i/\theta/\Theta]_{i\in \mathrm{I}}$ correspondant au *thème d'études* doit être extraite d'une organisation plus vaste, qu'on dira *régionale*, et qu'on peut regarder formellement comme le fruit de l'amalgamation d'organisations locales admettant la *même théorie* Θ, $[T_{ji}/\tau_{ji}/\theta_j/\Theta]_{i\in \mathrm{I}_j,\, j\in \mathrm{J}}$. Ce niveau, celui du *secteur d'études*, n'est au reste nullement terminal. On constate en effet, en général, l'existence de niveaux supérieurs *de détermination (d'une organisation) mathématique* : l'amalgamation de plusieurs organisations régionales $[T_{ji}/\tau_{ji}/\theta_j/\Theta_k]_{i\in \mathrm{I}_j,\, j\in \mathrm{J}_k}$ conduit ainsi à une organisation *globale*, identifiable à un *domaine d'études* ; et l'ensemble de ces domaines est amalgamé en une commune *discipline* – pour nous, « les mathématiques ».

La reconnaissance de la *hiérarchie de niveaux* ainsi ébauchée, qui va des *sujets d'études* à la *discipline* en passant par *thèmes*, *secteurs* et *domaines*, a pour principal mérite de permettre un premier tri dans les paquets de contraintes présidant à l'étude scolaire, en évitant un déséquilibre trop flagrant entre ce qui, de ces contraintes, sera pris en compte et ce qui sera laissé pour compte. Le réalisme de cette échelle de niveaux n'est, à cet égard, pas douteux.

> Le programme de la classe de seconde, ainsi, apparaît scindé en *trois domaines d'étude* que les rédacteurs du programme ont appelés « chapitres » et intitulés respectivement *Statistique*, *Calcul et fonctions*, *Géométrie*. Le domaine de la « Statistique » est lui-même scindé en *deux secteurs d'études*, que l'on peut nommer *Résumé numérique d'une série statistique* et *Simulation et fluctuation d'échantillonnage*. Le premier de ces secteurs se divise à son tour en *deux thèmes d'études*, d'une part celui des *mesures de tendance centrale et de dispersion*, d'autre part celui de *la distribution des fréquences d'une série statistique*. Le premier thème d'études, pléthorique, se laisse partager en sept *sujets d'études* : 1) calcul de la moyenne d'une série statistique ; 2) calcul de la médiane d'une série statistique ; 3) détermination de la « classe modale » d'une série statistique ; 4) détermination d'une moyenne élaguée d'une série statistique ; 5) détermination de l'étendue d'une série statistique ; 6) utilisation des propriétés de linéarité de la moyenne d'une série statistique pour en calculer la moyenne ; 7) calcul de la moyenne d'une série à partir des moyennes de sous-groupes.

Mais la remarque essentielle qu'appelle l'échelle des niveaux est la suivante : dans l'opération de *détermination* des organisations mathématiques qu'ils tenteront de mettre en place dans les classes, les professeurs tendent à ne se repérer que sur les niveaux *de plus* *grande spécificité*, *sujets* et *thèmes*. Ce qui mobilisera un professeur intervenant en classe de seconde, ainsi, ce sera le fait de devoir « traiter », dans la période en cours, le *thème* « mesures de tendance centrale et de dispersion », et, plus précisément, de se préparer à traiter, lors de la prochaine séance, le *sujet* intitulé « propriétés de linéarité de la moyenne ». D'une manière générale, son souci ne se portera guère sur les *secteurs* ou les *domaines*, niveaux de moindre spécificité avec lesquels, en tant que pur praticien de l'enseignement des mathématiques, il n'a, *dans les organisations didactiques scolaires courantes*, que peu d'occasions de commercer – si ce n'est par exemple pour préciser à des élèves troublés que les notes relatives aux « propriétés de linéarité de la moyenne » doivent être prises dans la partie de leur classeur réservée à la statistique, et non dans celle allouée à ce que, n'en déplaise aux rédacteurs du programme, il continuera peut-être d'appeler pompeusement « analyse ».

Il en irait autrement, par exemple, si l'usage était établi que le professeur présente en début d'année, dans le cadre d'une « leçon inaugurale », le *programme d'études* de la classe, en exposant pour cela chacun des *domaines* qui le composent, un tel exposé étant ensuite complété, au cours de l'année, par une présentation des différents *secteurs* d'études composant un domaine, en relation avec l'avancée de la classe dans l'étude du programme. C'est évoquer là un *dispositif* didactique, producteur d'effets qui n'ont pas aujourd'hui motif à exister : l'obligation pour le professeur de présenter *domaines* et *secteurs* et d'y situer les *thèmes* et *sujets* qui seront ensuite étudiés. Le fait que, comme tel – non par exemple en tant que le noosphérien qu'il peut être par ailleurs –, le professeur de mathématiques ne soit pas amené à situer les thèmes qu'il enseigne dans les secteurs et les domaines que dessine le programme le conduit à faire défiler ces thèmes, et les sujets qui leur sont associés dans le cours d'études, les uns après les autres, à la queue leu leu : la « statistique », par exemple, n'est alors rien d'autre que *la succession des sujets et thèmes de « statistique »* ; et de même pour la géométrie, l'algèbre, etc.

Une telle atomisation de la matière à étudier contraste déjà formellement avec l'ambition originelle dont pourtant elle procède – enseigner « les mathématiques », « la statistique », « la géométrie », « l'algèbre », etc. Dans le mouvement de déconstruction-reconstruction des œuvres à étudier, on ne reconstruit guère alors que des fragments d'un puzzle qui ne sera jamais reconstitué dans son ensemble. Le contraste est plus saisissant encore avec le tableau que l'on peut tracer à gros traits du « dualisme des problèmes et de la synthèse » cher à Georges Bouligand, qui, selon cet auteur, anime l'activité mathématique authentique (Bouligand 1962).

> 1) Une *activité mathématique* émerge sur la base d'une activité originellement située à mi-chemin entre expérimentalisme et déductivisme lorsque apparaissent des lacunes à première vue infranchissables mais que le mathématicien va pourtant s'efforcer de combler. Ainsi en va-t-il, historiquement, avec les découvertes « critiques » qui ont marqué les mathématiques grecques : découverte de l'infini (en liaison avec le problème des quadratures), qui oblige à franchir un premier seuil ; découverte, aussi, des difficultés de la mesure (en liaison avec le problème de la diagonale du carré), qui pousse au-delà, appelant à franchir un nouveau seuil.
>
> 2) Dès lors, physique et mathématique se séparent, « en dépit de leurs objets communs ». La mathématique s'arrête sur des difficultés que la physique ignore (ou croit pouvoir ignorer), s'en empare, mène la chasse aux faux concepts qu'elle s'efforce de remplacer par une conceptualisation propre. Ainsi établit-elle un premier *répertoire* où se rangent côte à côte, sinon pêle-mêle, *notions*, *méthodes*, *résultats* – répertoire qui, cependant, n'est pas encore « la synthèse ».
>
> 3) Cette dernière résulte de *refontes*, de réorganisations du répertoire, lesquelles portent autant sur les *concepts* et les *axiomes* (l'axiomatique est l'étape ultime de la synthèse) que sur les *groupements de problèmes*.

4) La synthèse, cependant, *est toujours à reprendre*. Sous l'impulsion de nouveaux problèmes, qui se présentent d'abord isolés, et sont souvent issus de la physique (avec laquelle la mathématique est en perpétuelle interaction), un matériel opératoire, emprunté à la synthèse disponible, est mobilisé afin de construire la solution des problèmes repérés. Mais les impulsions ainsi apportées par les problèmes relancent alors la synthèse en une dialectique dont Bouligand propose une analyse fine des conditions de possibilité et des mécanismes concrets, analyse dans laquelle on n'entrera pas ici.

Le principal déficit qu'engendre l'état de choses qui prévaut aujourd'hui au collège et au lycée concerne d'abord les organisations mathématiques effectivement mises en place dans les classes : ce déficit s'y fait sentir dans *l'absence de motivation des types de tâches T étudiés*. Très généralement, les tâches « motivantes » ✓ *manquent*, et, à la limite, nul ne sait plus même où les chercher ! Or le travail de synthèse que l'on vient d'évoquer en suivant Bouligand fait que, très généralement, les types des tâches motivantes se trouvent *dans les niveaux supérieurs* de détermination des organisations mathématiques – secteurs et domaines. Quelle tâche ✓ pourrait par exemple motiver le type de tâches T = « calculer la moyenne d'une série statistique » ? Notons d'abord qu'une telle motivation n'apparaît guère aujourd'hui dans les classes : comme bien d'autres types de tâches, le calcul d'une moyenne y est en quelque sorte regardé comme *auto-motivé pour des raisons culturelles* – ce qui, bien évidemment, participe du recopiage formel des œuvres plutôt que de leur déconstruction-reconstruction. Cela dit, la réponse à la question posée ne peut être trouvée *qu'en remontant dans les niveaux de détermination mathématique*.

Un animal (disons, un taureau) pèse 520 kg. Peut-on dire qu'il est gros ? Ou du moins qu'il est gros pour son âge ? Pour répondre il faut remonter jusqu'au *domaine* même de la statistique : en regardant cet animal comme un *individu* membre d'une certaine *population* (les taureaux de telle race, et de tel âge par exemple), au sein de laquelle on essaiera de le situer du point de vue d'un *caractère* déterminé, son poids. Cela conduira à s'intéresser à un *échantillon* de la population, et à situer le poids observé par rapport à cet échantillon. Pour ce faire, on pourra trouver avantage à comparer le poids en question avec un *résumé numérique* de la série statistique recueillie : ainsi en arrive-t-on au *secteur d'études*. Si la moyenne de la série est de 536 kg, on ne pourra assurément pas dire que l'animal observé est « gros » (par rapport à la série disponible). Mais est-il « proche de la moyenne », est-il « dans la moyenne », ou au contraire est-il « anormalement petit » ? C'est en ce point qu'il faudra de quelque façon faire entrer en jeu la *dispersion* de la série, etc.

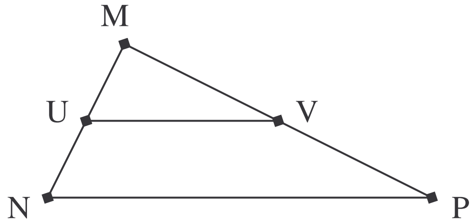
Un second exemple montrera maintenant que, pour les mêmes motifs – la trop faible prise en compte des *niveaux supérieurs de détermination mathématique* –, ce qui peut venir à manquer n'est pas seulement la tâche motivante ✓, mais *la tâche « motivée » elle-même !* Ce qui se met en place alors est une organisation mathématique « oblitérée », que je note $[T/\tau/\theta/\Theta]$. Ainsi en va-t-il par exemple, en classe de troisième, à propos d'un *sujet d'études* clairement inscrit au programme de cette classe : la *« composition de deux symétries centrales »*. L'examen du programme montre que le *thème* dont relève ce sujet est celui des *Vecteurs et translations*, le *secteur* étant celui des *Configurations, constructions et transformations* (qui, bien entendu, se déploie à l'intérieur du *domaine* des *Travaux géométriques*). Le mal, ici, est déjà dans le texte du programme, sinon dans l'organisation mathématique qu'il évoque : les *compétences exigibles* qu'il édicte, en effet, se réduisent en ce cas à « savoir que l'image d'une figure par deux symétries centrales successives de centre différents est aussi l'image de cette figure par une translation », et à « connaître le vecteur de la translation composée de deux symétries centrales », sans mention de *l'emploi* de ces résultats. On demande ainsi à la classe de produire un énoncé technologique – la composée des symétries de centre O et O' est la translation de vecteur $2\overrightarrow{OO'}$ – qui aura toutes chances de n'être *la technologie d'aucune technique* : technologie en *stand-by* en quelque sorte !

Il est incontestable qu'une telle situation existe aussi dans l'univers savant. Mais à bien y regarder, on voit aussi que, si certains résultats sont les produits d'une dynamique technologique ayant sa logique propre de développement, sans qu'on puisse à chaque instant en faire apparaître le détail comme précisément motivé dans tel besoin praxique déterminé, une telle dynamique est elle-même *globalement motivée*. L'exemple de la géométrie « élémentaire » est à cet égard éclairant. Dans un ouvrage paru en 1879 à Copenhague, publié en traduction française en 1946 sous le titre *Méthodes et théories pour la résolution des problèmes de constructions géométriques*, Julius Petersen (1839-1910), dont la contribution à la théorie des graphes est reconnue, écrit :

> Les propositions de géométrie se présentent sous deux formes distinctes. Ou bien elles expriment qu'une figure qui a été tracée d'une certaine manière, déterminée à l'avance, satisfait à certaines conditions. Ou bien elles demandent qu'on trace (qu'on construise) une figure de manière qu'elle remplisse certaines conditions données. Dans le premier cas, on a le *théorème* ; dans le second, le *problème*. (Petersen 1946, p. 1)

En guise d'illustration, voici un exemple qui n'est pas sans lien avec le sujet d'étude commenté :

> *Théorème.* Soit M, N, P trois points non alignés (voir ci-contre), et soit U le milieu de [MN], V le milieu de [PM] ; alors on a $\overrightarrow{NP} = 2\overrightarrow{UV}$.
>
> *Problème.* Soit A, B, C trois points non alignés. Existe-t-il un triangle MNP tel que A, B, C soient les milieux de ses côtés ? Si un tel triangle existe, est-il unique ?



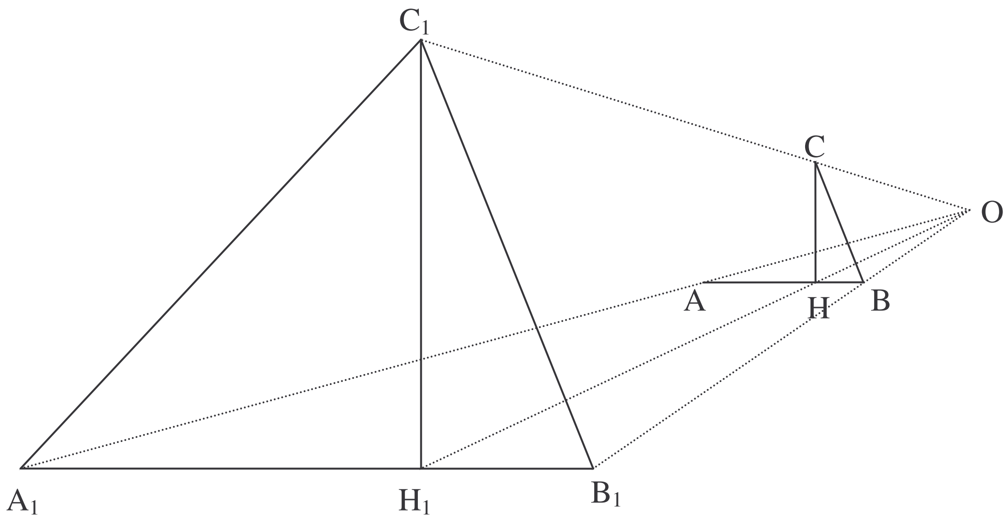
Le point fondamental est alors le suivant : c'est en grande partie pour pouvoir résoudre des *problèmes de construction* que l'on produit des *théorèmes*, c'est-à-dire, en termes plus naïfs, des *propriétés des figures* ; et c'est l'effort pour résoudre de tels problèmes qui engendre une grande partie de la géométrie élémentaire, y compris par exemple la définition et l'étude des diverses *transformations géométriques* classiques. Ainsi Petersen introduit-il l'*homothétie* comme appelée par la technique suivante, relative à un certain type de problèmes de construction :

> [Dans la construction demandée] on donne une longueur, mais le reste se compose seulement d'angles et de rapports. On fait alors abstraction de la longueur donnée et on cherche à construire une figure qui ait les angles et les rapports donnés, en choisissant arbitrairement la longueur d'une des lignes de la figure. La figure ainsi tracée est alors semblable à celle qu'on cherche et l'on a cette dernière elle-même en y introduisant la ligne donnée. (op. cité, p. 28)

Le premier exemple que l'auteur propose est à ce sujet le suivant :

> 146. Construire un triangle, connaissant deux angles et une ligne (médiane, hauteur, périmètre, &c.).
>
> On construit un triangle quelconque qui ait les angles donnés et on en détermine un autre semblable, qui contienne la ligne donnée. (ibid.)

Sur la figure ci-après, on a représenté la résolution du problème dans le cas où on impose pour conditions $\widehat{ABC} = 68°$, $\widehat{BAC} = 47°$, avec [CH] donné et (CH) perpendiculaire à (AB) : (A_1B_1) est perpendiculaire à (CH), C_1 est tel que $\widehat{A_1B_1C_1} = 68°$ et $\widehat{B_1A_1C_1} = 47°$, H_1 est le projeté orthogonal de C_1 sur H_1, O est le point d'intersection de (C_1C) et (H_1H), et (CB) est parallèle à (C_1B_1). On touche ici à *une motivation essentielle* de la définition et de l'étude de l'homothétie : c'est en effet la considération de l'homothétie *h* de centre O et qui transforme C_1 en C et la connaissance de ses propriétés qui permet de produire et de justifier la construction indiquée d'une manière clairement intelligible[1]. Et c'est pour cela – et non, bien sûr, par simple piété culturelle – que, la devinant à travers un grand nombre de configurations semblables à celle qui précède, on sera tenter d'en apprendre plus sur cette transformation, qui permet de penser et de contrôler si nettement toutes les situations analogues.



On rencontre, du même coup, un phénomène écologique central, celui de la *codétermination* des organisations mathématiques et des organisations didactiques. L'absence de mise en relation du niveau du sujet ou du thème avec les niveaux supérieurs – secteurs et domaines, pour ne pas parler du niveau de la discipline elle-même – rend impossible de penser les relations de motivation entre types de tâches. Du même coup, l'étude d'un sujet ou d'un thème ne saurait mettre en jeu les tâches motivantes que seule la prise en compte des niveaux supérieurs de détermination mathématique permettrait de mobiliser. En pratique, on ne verra guère, dans les classes de seconde, une étude de l'homothétie qui la fasse apparaître comme ce qui émerge, sous certaines conditions didactiques, lorsqu'on étudie le problème de la production de figures à une échelle donnée, parce qu'une telle organisation de l'étude a cessé d'être *mathématiquement* pensable. La solidarité des déficits mathématiques et des déficits didactiques est manifeste.

2. LA CODETERMINATION DU MATHEMATIQUE ET DU DIDACTIQUE

On voit ainsi s'ébaucher un principe essentiel de l'écologie des organisations didactiques : pour reconnaître ce que pourrait être – et ce que ne peut pas être – l'organisation de l'étude d'un sujet ou d'un thème donné, il convient de prendre en compte les *échelons supérieurs* de la hiérarchie des niveaux de détermination mathématique. Un nouvel exemple permettra de monter à l'échelon suivant – celui de la *discipline* elle-même. À côté des problèmes de *production de figures*, un autre grand type de problèmes a suscité le développement de la géométrie enseignée au secondaire : la *détermination de distances*, et tout particulièrement la détermination de distances « inaccessibles », dont le mesurage est hors de portée (pour des raisons physiques ou simplement économiques, par exemple). Dans un ouvrage paru en 1947, intitulé *La mathématique et son unité*, les auteurs, Georges Bouligand et Jean Desbats, proposaient à leurs lecteurs le développement suivant, que je reproduis sans les figures qui l'éclairaient :

[1] L'homothétie h change H_1 en H puisque (C_1H_1), perpendiculaire à (A_1B_1), est parallèle à (CH). Comme (CB) est parallèle à (C_1B_1), h transforme B_1 en B : on a donc $\widehat{ABC} = \widehat{HBC} = \widehat{H_1B_1C_1} = \widehat{A_1B_1C_1} = 68°$. Comme (AB) = (HB) est parallèle à (A_1B_1), A_1 est transformé en A par h, et on a donc, de même, $\widehat{BAC} = \widehat{B_1A_1C_1} = 47°$.

17. Les proportions ont un rôle essentiel en la théorie de la *similitude des triangles*. Nous en rappelons, sous forme de tableau, les résultats essentiels.

Table II. – *Cas de similitudes des triangles*

Sont semblables deux triangles qui ont

(α) deux angles respectivement égaux : $\widehat{A'} = \widehat{A}$, $\widehat{B'} = \widehat{B}$;

(β) un angle égal compris entre côtés proportionnels : $\widehat{A'} = \widehat{A}$, $\frac{A'B'}{AB} = \frac{A'C'}{AC}$;

(γ) les trois côtés proportionnels : $\frac{A'B'}{AB} = \frac{B'C'}{BC} = \frac{C'A'}{CA}$.

Sont semblables deux triangles rectangles qui ont

(α) un angle aigu égal : $\widehat{B'} = \widehat{B}$;

(β) les côtés de l'angle droit proportionnels : $\frac{A'B'}{AB} = \frac{A'C'}{AC}$.

C'est en recourant à la considération de triangles semblables que les disciples de Pythagore parvinrent à établir les principales relations métriques dans un triangle rectangle et dans un triangle quelconque.

Table III. – *Relations métriques dans le triangle rectangle*

α) Propriétés de moyenne géométrique liée à la hauteur relative à l'hypoténuse : $\overline{AH}^2 = HB \times HC$; $\overline{AB}^2 = BC \times BH$; $\overline{AC}^2 = BC \times CH$

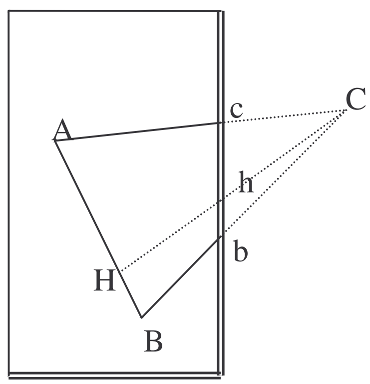
β) Théorème du carré de l'hypoténuse : $\overline{BC}^2 = \overline{AB}^2 + \overline{AC}^2$

Table IV. – *Relations métriques dans un triangle quelconque*

Carré du côté opposé à un angle aigu : $\overline{AC}^2 = \overline{BA}^2 + \overline{BC}^2 - 2BC \times BH$; à un angle obtus : $\overline{AC}^2 = \overline{BA}^2 + \overline{BC}^2 + 2BC \times BH$.

Théorème de la médiane [on suppose AC > AB] : $\overline{AB}^2 + \overline{AC}^2 = 2\overline{AM}^2 + 2\overline{MB}^2$; $\overline{AC}^2 - \overline{AB}^2 = 2\,BC \times MH$

18. Un large ensemble de résultats était donc atteint. On voyait se dessiner à l'usage des arpenteurs le principe d'une *méthode générale de triangulation*, qui, à partir d'un segment initial pris comme base, permettait d'en situer progressivement de nouveaux, et par là même d'évaluer des longueurs n'ayant pu faire l'objet d'une mesure directe. Les Grecs, malgré le découpage capricieux des côtes de leur pays, pouvaient désormais préciser les distances à vol d'oiseau entre leurs cités. (Bouligand et Desbats 1947, pp. 28-30)



Déterminer la distance de deux points dont l'un est inaccessible : le problème peut, certes, être posé dans *l'espace de la feuille*, comme le suggère le schéma ci-contre, où l'on demande de déterminer (à la précision du millimètre) les distances AC, BC et HC, à partir uniquement de mesures réalisées dans l'espace de la feuille. Mais, bien entendu il s'agit là d'un problème *transposé*, qui a surtout le « mérite » de prendre place dans l'espace *« chirographique »*, celui de la main qui dessine. L'espace « naturel » auquel il renvoie, c'est l'espace *« topographique »*, dont l'espace du collège et de ses alentours immédiats offre un exemple utile. Les instructions du 27 juillet 1905 suggéraient à ce propos :

> Dans le même ordre d'idées, il est recommandé d'exercer les élèves à l'exécution de levés de plan, ce que l'on pourra faire sans sortir de l'établissement. Il est facile de tracer une droite joignant deux points situés dans des salles différentes, de mesurer la distance de ces points, etc. ; on insistera d'ailleurs sur l'intervention, dans ces applications, des théorèmes qui ont pu sembler être d'ordre purement spéculatif.

Il est peu douteux pourtant que l'étude du problème évoqué ici – étant donné deux points situés en deux salles distinctes de l'établissement, déterminer leur distance (« à vol d'oiseau ») – est aujourd'hui absente de l'activité *mathématique* des classes de collège. S'il a pu être présent autrefois, c'est que le cours d'études traditionnel intégrait dans la formation mathématique *générale* une initiation plus ou moins poussée à *l'arpentage*, et cela depuis l'école primaire jusqu'aux classes préparatoires aux grandes écoles scientifiques (Chevallard 2001). Ainsi, le programme du 30 août 1852 de la classe de troisième de la section des sciences comportait-il, sous l'intitulé *Applications de la géométrie élémentaire*, l'alinéa suivant :

> Déterminer la distance à un point inaccessible ; la distance entre deux points inaccessibles.
>
> Prolonger une ligne droite au delà d'un obstacle qui arrête la vue.
>
> Par trois points donnés, mener une circonférence, lors même qu'on ne peut approcher du centre.
>
> Trois points, A, B, C, étant situés sur un terrain uni et rapportée sur une carte, déterminer, sur cette carte, le point P d'où les distances AB et AC ont été vues sous des angles qu'on a mesurés.

La longue intégration à la discipline mathématique des éléments de topographie prendra fin dans la première moitié du XX^e siècle[2]. Tout au long de ce siècle, les mathématiques enseignées au secondaire n'ont en fait pas cessé d'être progressivement expurgées de leurs organisations mathématiques *« mixtes »*, c'est-à-dire des organisations praxéologiques mettant en jeu, à côté d'objets mathématiques, un certain nombre d'objets *non mathématiques*[3]. En nombre de cas, la difficulté, voire la quasi-impossibilité d'organiser l'étude en y faisant intervenir d'autres moyens d'étude que ceux sur lesquels l'activité mathématique scolaire est aujourd'hui repliée – l'espace chirographique et les ostensifs qu'on peut y tracer –, tient à des contraintes installées *au niveau de la discipline*, et non aux niveaux inférieurs de détermination. Ce phénomène est essentiel au moment où d'aucuns s'efforcent de revivifier les mathématiques enseignées par la réintroduction de la « mixité épistémologique », avec notamment la place nouvellement allouée à la statistique. En conformité avec les analyses qui précèdent, on notera que les parties « mixtes » des programmes ont une fragilité certaine : la cinématique, dont le retour était proposé en terminale scientifique par le projet de programme du 8 janvier 2001, a disparu de la version du 15 juin de la même année, au grand dam de la commission *Enseignement* de la Société Mathématique de France… Il est vrai que, alors que la statistique a été établie comme un *domaine* à part entière du programme de la classe de seconde, la cinématique apparaissait presque subrepticement, dans le projet abandonné, comme un simple *secteur* à l'intérieur du domaine de la géométrie ; corrélativement, alors que beaucoup de temps et d'énergie ont été dépensés – sans garantie de succès – pour négocier la place de la statistique dans le cours d'études du lycée, rien de tel, à l'évidence, n'était envisagé s'agissant de la cinématique.

S'agissant des organisations didactiques relatives à un sujet donné, ce qui précède laisse prévoir un triple repliement : tout d'abord, un repliement *spatial*, l'étude ne devant guère excéder les moyens qu'offre l'espace chirographique ; ensuite, un repliement *temporel*, l'étude devant tenir toute à l'intérieur d'un bref intervalle de temps, et non se déployer dans un temps « long » par enchaînement de segments temporels distincts, ce qui a évidemment à voir avec la gestion de la *mémoire didactique* ; enfin, un repliement *épistémologique*, qui tend

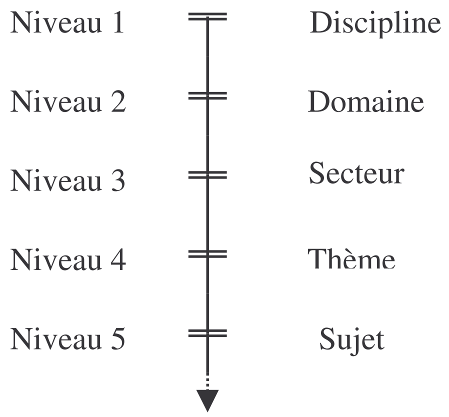
[2] Il semble que ce domaine ou secteur d'études traditionnel ait disparu à partir des programmes de 1925.

[3] Le programme de mathématiques du 10 juillet 1925 pour les « classes de mathématiques » comporte encore quatre domaines qui ressortissent presque entièrement aux mathématiques mixtes : *géométrie descriptive et géométrie cotée*, *cinématique*, *statique*, *cosmographie*. La statique disparaîtra au début des années 1960, la cinématique au milieu des années 1980. L'astronomie, demeurée longtemps présente dans les classes terminales littéraires, en disparaîtra à son tour avec les programmes de 1994. Les auteurs (anonymes) d'un ouvrage de préparation au baccalauréat publié au début des années 1940 indiquaient par ailleurs : « Le programme relatif à la Géométrie Descriptive et à la Géométrie Cotée du Cours de Mathématiques Élémentaires est très restreint et prête peu aux problèmes. En fait, depuis 10 ans, le nombre de problèmes donnés sur ce sujet aux Examens est à peu près nul ». Voir Chevallard 2001.

à exclure non seulement toute métissage objectal, mais encore toute mise en relation avec les niveaux supérieurs de détermination mathématique. La raison de ce quasi-interdit, on l'a vu, se trouve dans les *contraintes* qui structurent les différents niveaux de détermination. Plus complètement, chaque niveau impose, à un moment donné de la vie du système éducatif, un ensemble de contraintes et de *points d'appui* : l'écologie qui en résulte est déterminée à la fois par ce que les contraintes interdisent ou poussent en avant, et par l'exploitation que feront les acteurs des points d'appui que les différents niveaux leur offrent. Or on a vu par exemple que tout semblait se passer comme si les professeurs, en tant que tels, étaient frappés d'illégitimité dans leur commerce avec les niveaux supérieurs à celui du thème. Ce phénomène est essentiel : il est en particulier consubstantiel à l'absence du peuple des professeurs – hormis en de rares périodes de crise – du « travail » sur les niveaux supérieurs du cours d'études.

3. LES NIVEAUX SUPERIEURS DE DETERMINATION DIDACTIQUE

La hiérarchie des niveaux de détermination didactique, telle qu'on l'a parcourue jusqu'ici, peut être représentée par le schéma ci-après. Si les professeurs se cantonnent au niveau des thèmes, les différentes instances de la noosphère, elles, officient aux niveaux supérieurs – secteurs, domaines, discipline. Mais le *principe de légitimité limitée* continue alors de prévaloir. La noosphère est une zone composite, un *écotone*, pour employer le mot des écologues, où, certes, un peu de tout peut « venir », mais souvent fugitivement, et souvent aussi chétivement, à la différence de ces faits massifs et tenaces dont est faite la vie du système scolaire *stricto sensu*. Contrôlant les programmes, les instances noosphériennes les plus proches des professeurs, qui sont aussi les moins pourvues en légitimité scientifique vis-à-vis de la discipline, interviennent volontiers sur les *secteurs* composant les grands domaines : c'est ainsi que, on l'a dit, vient de disparaître le projet de faire de la cinématique, en terminale scientifique, un secteur de la *géométrie*. Mais la légitimité de l'intervention de ces instances s'arrêtent à peu près là : le principe de l'inscription ou non dans les programmes de tel ou tel *domaine* des mathématiques est déjà en partie hors de leur sphère d'intervention légitime. C'est alors que des instances au capital *scientifique et politique* supérieur prennent le relais en s'autorisant à intervenir aux niveaux des *domaines* et de la *discipline* elle-même. Le *Rapport d'étape sur la géométrie et son enseignement* publié par la Commission de réflexion sur l'enseignement des mathématiques (CREM) dirigée par Jean-Pierre Kahane pose ainsi d'emblée deux questions qui sont typiques du champ d'intervention légitime à ce niveau de capital scientifique et politique :



> • Comment se situe la géométrie « élémentaire » comme partie des mathématiques en cette fin de vingtième siècle ?
>
> • Faut-il encore enseigner la géométrie aujourd'hui au collège et au lycée ? (CREM 2000, p. 1)

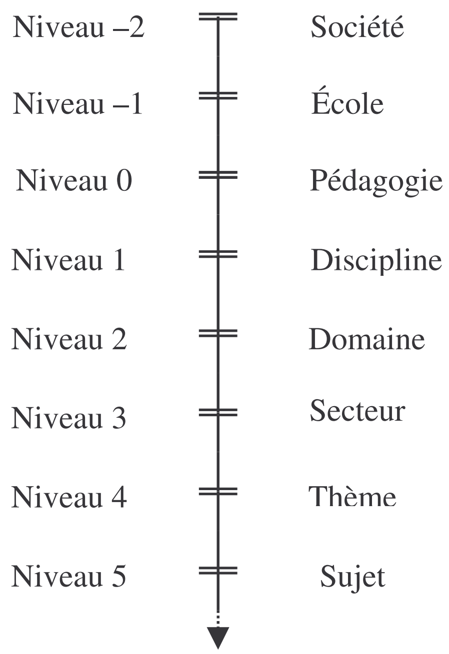
Notons en passant deux autres traits distinctifs. La réponse à la première question fait l'objet de l'annexe 1 du rapport ; le rédacteur indique à cet égard :

> Il s'agit, pour l'essentiel, d'une réponse mathématique que le lecteur non spécialiste pourra omettre dans un premier temps, encore que les idées qui y sont avancées influencent notablement l'ensemble de notre propos. (op. cité, p. 1)

Le lecteur non spécialiste, c'est évidemment, parmi d'autres sans doute, le professeur de mathématiques ! Celui-ci pourra donc fort bien ne pas entrer dans les mathématiques motivant une vision du domaine géométrique qui, pour être d'abord un *world on paper*, pourrait quelque jour imprimer sa marque dans le domaine correspondant du cours d'études *réel*, pain quotidien du professeur. Le second trait est relatif précisément aux sources d'inspiration du rapport sur ce point. S'affranchissant des limites qui enferment les professeurs dans des mathématiques « purifiées », la commission ouvre largement son horizon, jusqu'à citer des auteurs peu connus[4] et sans hésiter à mettre les artistes à contribution[5] :

> La vision de la géométrie présentée dans cette annexe est fondamentalement celle du programme d'Erlangen de Felix Klein (une géométrie correspond pour l'essentiel à l'action d'un groupe de transformations), mais avec un accent particulier mis sur la théorie des invariants. Ce point de vue, complété par celui de mathématiciens des 18^{e} et 19^{e} siècles (Buffon, Crofton, Monge, etc.), voire celui d'artistes et d'architectes, a servi de base à la réflexion des auteurs de ce rapport. (ibid., pp. 1-2)

On est bien là dans un univers qui n'est plus tout à fait celui des professeurs ! Mais le jeu de la légitimité et de l'exclusion continue au-delà du niveau de la discipline. À la hiérarchie présentée jusqu'ici on doit en effet rajouter plusieurs niveaux supplémentaires, représentés sur le schéma ci-après, où chaque niveau se réfère à une réalité (la société, l'École, les mathématiques, etc.) qui n'est nullement un donné, mais un construit historique. Chaque niveau concourt à déterminer l'écologie des organisations mathématiques et des organisations didactiques par les points d'appui qu'il offre et les contraintes qu'il impose. Il n'est par exemple pas équivalent que le niveau 1, celui de la discipline, concoure à imposer les mathématiques comme une réalité tendanciellement pure de tout mélange épistémologique, ou au contraire comme ne pouvant « se faire », c'est-à-dire se construire, en particulier dans les premières étapes historiques comme dans les premières étapes scolaires, qu'en se nourrissant de *non-mathématique*, ou encore d'entités *faiblement mathématisées*. Dans le premier cas, le *processus de mathématisation* dont l'École pourrait être le lieu est empêché : il n'existe guère que par pragmatisme « pédagogique », au motif du jeune âge des élèves, et non par l'effet d'une ardente obligation épistémologique, avec cette conséquence que les mathématiques tendent à devenir un monument que l'on visite, non une œuvre que l'on reconstruit. Il y a là un problème central, qui n'a semble-t-il guère évolué au XX^{e} siècle, et qu'il faut bien situer *au niveau de la discipline* : que l'on ne puisse guère manipuler dans la classe que des symboles, et non des choses, qu'il y soit à peu près exclu, par exemple, de s'assurer que « la pesée d'un cercle et d'un carré en carton permet d'obtenir une valeur approchée de π », ou d'utiliser une balance pour comparer les « volumes d'un cône droit et d'un cylindre droit de mêmes dimensions », ou encore de vérifier expérimentalement



[4] Tel M.W. Crofton, sur lequel on pourra par exemple consulter Seneta, Parshall et Jongmans 2001.

[5] Tel Wassily Kandinsky (1866-1944), cité pour son livre *Point-Ligne-Plan* (Denoël, 1970), le rédacteur poussant l'élégance jusqu'à ne mentionner vraiment que l'édition originale de cet opuscule (*Punkt und Linie zu Fläche*, 1926).

« l'égalité du litre et du décimètre cube », comme y incitaient malgré tout les commentaires des programmes de mathématiques de 1938, est propre à la classe *de mathématiques* : une telle exclusion semblerait étrange au professeur de physique, ou de technologie, ou de biologie, par exemple !

Il s'agit là d'un fait de longue durée. En 1904 déjà, dans une conférence donnée au Musée pédagogique, intitulée *Les exercices pratiques de mathématiques dans l'enseignement secondaire*, Émile Borel (1871-1956) souhaitait que soit créé en chaque établissement secondaire un *laboratoire de mathématiques*, où une simple balance d'épicier, « de l'eau et quelques récipients permettraient, par exemple, de faire faire aux élèves, sur des données concrètes, les problèmes classiques sur les bassins que l'on remplit à l'aide d'un robinet et que l'on vide en même temps à l'aide d'un autre robinet, etc. ». Projet que, presque un siècle plus tard, la Commission Kahane tente de relancer dans un texte introductif à ses différents rapports :

> Il s'agirait de créer, dans tous les lycées et collèges, des laboratoires de mathématiques semblables aux laboratoires de physique ou de chimie et biologie des lycées, pourvus de locaux propres, de matériel (informatique en particulier), de livres et documents, pour rassembler des élèves par petits groupes et servir également de salle de réunion et de travail pour les professeurs. Les activités de certains clubs mathématiques, ou de l'association "Math en jeans", préfigurent une partie des activités à venir dans ces nouvelles structures permanentes que seraient les laboratoires. D'autres surgiraient sans doute, à partir des professeurs de l'établissement. Le laboratoire serait un lieu privilégié pour la rencontre entre chercheurs, enseignants et élèves. En créant une nouvelle image des mathématiques et de leur aspect expérimental, le laboratoire devrait favoriser les relations interdisciplinaires. Il pourrait être en relation avec les mathématiciens des universités les plus proches. Les laboratoires de lycée pourraient au départ intégrer des professeurs de collège de leur secteur. Sur cette idée « neuve », voir ci-dessous la citation d'Émile Borel. (CREM 2001, pp. 3-4)

Le même texte apporte en effet, sur ce sujet, le complément suivant :

> Voici, sur les laboratoires de mathématiques, ce qu'écrivait Émile Borel en 1904. Il avait alors 35 ans et il était maître de conférences à l'École Normale Supérieure. *"Pour amener, non seulement les élèves , mais aussi les professeurs, mais surtout l'esprit public à une notion plus exacte de ce que sont les Mathématiques et du rôle qu'elles jouent réellement dans la vie moderne, il sera nécessaire de faire plus et de créer de vrais laboratoires de mathématiques."* Borel précise ensuite des points pratiques : il y faudrait un atelier de menuiserie, un préparateur qui serait un ouvrier menuisier, à demeure dans les grands lycées, à temps partiel dans les plus petits; du matériel, balance, récipients, robinets. Borel évoque la relation avec le laboratoire de physique et avec l'enseignement de la mécanique (Œuvres d'Émile Borel, tome 4, p. 2244). (op. cité, p. 5)

On voit ici au passage que, pour Borel, faire expérimenter les élèves à propos des « bassins que l'on remplit à l'aide d'un robinet et que l'on vide en même temps à l'aide d'un autre robinet », ne procède pas d'un quelconque opportunisme pédagogique : c'est donner aux élèves, « mais aussi » aux professeurs, « mais surtout » à l'esprit public « une notion plus exacte de ce que sont les Mathématiques » ! On peut gager que la Commission Kahane est globalement en accord avec ce point de vue, qui transparaît ici et là de manière explicite dans ses travaux, comme en ce passage à propos de géométrie :

> En tous les cas, le fait d'avoir construit, étudié, décortiqué des figures, planes ou non, est sans doute essentiel pour s'approprier une vision de l'espace et de ses représentations qui reste l'une des missions fondamentales de l'enseignement des mathématiques. (CREM 2000, p. 5)

Quelles sont pourtant les contraintes qui pèsent pour maintenir l'état de choses actuel ? Sans doute faut-il invoquer ici, à nouveau, une contrainte qui n'est nullement disciplinaire, mais qui s'impose *a priori* à *toutes* les disciplines enseignées : ce qu'on a nommé plus haut le *repliement temporel*, le fait que l'étude d'un sujet quel qu'il soit se trouve enserrée dans le temps court de la séance d'une heure s'oppose d'une manière générale à l'existence de formes didactiques où le travail de la classe sur un sujet donné s'articulerait sur une période « longue » – la semaine ou plus –, qui semble seule compatible *a priori* avec une chaîne d'opérations intégrant comme part essentielle – et non comme illustration – des manipulations « pratiques ».

C'est ce niveau des conditions offertes et des contraintes imposées, dans le cadre du système scolaire existant, à l'étude d'un sujet *quel qu'il soit*, et donc en particulier à quelque *discipline* qu'il appartienne, que l'on nommera niveau *pédagogique*. Le niveau 0 est celui auquel s'arrête généralement, et presque timidement, quand elles ne se sont pas arrêtées avant, les instances noosphériennes *disciplinaires*, si riches soient-elles en capital scientifique. Les « contraintes pédagogiques » prennent la forme d'un ensemble de moyens d'étude imposés et alloués à *toute* étude scolaire, avec quelques *exceptions* disciplinaires qu'il convient de négocier avec l'autorité « pédagogique ». Lors de la réforme de 1902, ainsi, précise un historien déjà cité[6], « la classe d'une heure, obligatoire dans le premier cycle, est recommandée aussi dans le second, *sauf les exceptions nécessaires* ». La demande de la Commission Kahane de créer un laboratoire de mathématiques s'inscrit dans ce cadre peu fréquenté, celui d'une négociation au niveau pédagogique d'un moyen didactique accordé sans doute à d'autres disciplines mais traditionnellement refusé aux mathématiques. Or un tel geste – tel est le point essentiel – est *rarissime*. Quand il se produit, il est souvent maladroit, comme lorsque la Commission Kahane note abruptement :

> Les CDI devraient être réorganisés pour mieux répondre aux besoins des élèves et des professeurs. Cela passe sans doute par le recrutement de documentalistes et par une nouvelle définition de leur fonction. (CREM 2001, p. 4)

D'une manière générale, en fait, un *postulat d'indifférence* prévaut selon lequel les contraintes pédagogiques *n'entament en rien* le champ des possibles offert à chaque discipline, parce que, dans une large mesure, leur évolution ne saurait le modifier que de manière inessentielle. Il n'y a là, au vrai, rien de propre au niveau pédagogique : tout se passe en bien des cas comme si *chacun* des niveaux de détermination était vécu par ceux qui y interviennent en pleine légitimité comme *quasi isolé*. En même temps, et donc de manière *apparemment contradictoire*, l'intention de changer une contrainte d'un niveau donné ne se justifie que par ses effets – en général non explicités – *à d'autres niveaux* de la hiérarchie didactique. Ainsi en va-t-il sans doute de la recommandation du programme de seconde relative à l'existence d'un *« cahier de statistique »* :

> L'élève pourra se faire un « cahier de statistique » où il consignera une grande partie des traitements de données et des expériences de simulation qu'il fait, des raisons qui conduisent à faire des simulations ou traiter des données, l'observation et la synthèse de ses propres expériences et de celles de sa classe. Ce cahier sera complété en première et terminale et pourra faire partie des procédures d'évaluation annuelle.

Ce geste est doublement illustratif de la question examinée. D'une part, à chaque recommencement, même partiel, du monde scolaire, la tyrannie du postulat d'indifférence semble s'alléger fugitivement, avant de retrouver bientôt son empire. D'autre part, la rareté d'un tel geste, et aussi sans doute le faible rapport qui en est inconsciemment escompté, vont de pair avec une conception et une réalisation mal étudiées. Ainsi le simple nom de « cahier de statistique », qui désigne la partie par le tout – il s'agit bien plutôt d'un cahier *d'activités* de statistique – offrait-il une cible facile à la volonté inconsciente – au sens de l'inconscient scolaire de Bourdieu (2000) – de détourner une structure nouvellement créée : nombre de professeurs ont ainsi pu assimiler le cahier de statistique préconisé à la partie « Statistique » de leur « cours », à l'instar de la partie « Géométrie » ou de la partie « Analyse ».

[6] Weill 1921, p. 216. C'est moi qui souligne.

Le schéma des niveaux proposé plus haut ne s'arrête pas avec le niveau pédagogique. Celui-ci constitue une frontière entre le « monde d'en dessous » et le « monde d'en dessus ». C'est une frontière interlope, où le monde d'en dessous ne fait que de brèves et rares incursions, où s'est établie une population noosphérienne typée – celle des spécialistes de pédagogie –, qui y propose la loi sans trop se soucier des décrets d'application, et où règne déjà, en fait, ce que je nommerai le *politique*. À cet égard, il faut d'abord souligner que la formule traditionnelle, répétée à l'envi par les programmes, selon laquelle « le professeur a toute liberté dans l'organisation de son enseignement, à condition que soient atteints les objectifs visés par le programme » pèche par omission : ce que les mêmes textes nomment encore « la légitime liberté pédagogique des enseignants » n'est acquise que sous la condition de respecter l'ensemble des contraintes pédagogiques, ce qui laisse au professeur une marge de manœuvre fort réduite ! Au-delà donc du niveau pédagogique, on trouve le niveau de *l'École*, c'est-à-dire le niveau des contraintes et des points d'appui qui tiennent à l'institution scolaire elle-même. Qu'il y ait là un niveau spécifique, à distinguer en particulier du niveau pédagogique, n'est pas à première vue évident. Le schéma pourtant est le même que celui déjà plusieurs fois évoqué : de la même façon qu'il y a, dans l'École, telle discipline et pas telle autre par exemple, il y a, dans la société, l'École, l'École de 6 à 16 ans, et aussi l'École d'avant 6 ans, et encore l'École d'après 16 ans. L'École introduit dans les conditions de l'étude des contraintes *sui generis*, qui, comme les autres niveaux de contraintes, a ses « spécialistes »[7]. Voici d'abord un exemple qui a pour seul mérite, ici, d'aider à distinguer les niveaux 0 et –1 : celui de la *distribution annuelle des vacances scolaires*, et donc du temps de l'étude, qui, depuis l'école primaire des ruraux du XIX^e^ siècle jusqu'aux rurbains et résidents secondaires d'aujourd'hui, ne peut véritablement être regardé comme un fait *« pédagogique »*, ainsi que le rappelle en creux le passage suivant de l'article 5 de la loi du 28 mars 1882 sur l'obligation scolaire :

> … des autorisations d'absence n'excédant pas huit semaines par an peuvent être accordées par l'inspecteur d'académie, sur la demande des personnes responsables, aux enfants ayant au moins douze ans qui sont occupés à des travaux agricoles ou embarqués pour la pêche maritime.

Le point d'appui essentiel qu'apporte l'École est de permettre ce que les anciens Grecs nommait la *skholè*, institution sociale vouée *à l'étude* – « aux études dignes d'hommes libres » dit le grammairien Festus au III^e^ siècle –, où l'on suspend temporairement le flux ordinaire des activités de la vie pour réfléchir sur ces activités mêmes, pour *étudier* – c'est-à-dire pour déconstruire et reconstruire – les *praxéologies* de la vie. D'une manière générale, on peut avancer que l'existence d'une École détermine une écologie et une économie de la diffusion des connaissances dans la société sans comparaison avec ce qui se passerait dans une société sans École. Cela noté, l'École, qu'il ne faut donc pas confondre avec la *« pédagogie scolaire »*, impose ses contraintes – par exemple cette loi d'airain apparente, qui tend certes à perdre de sa vigueur aujourd'hui, selon laquelle, passé l'âge de l'École, la *skholè* est finie, l'âge des études terminé !

C'est aussi en ce niveau que le repliement épistémologique affectant la discipline mathématique au secondaire trouve à se nourrir. Il ne va en effet nullement de soi *a priori* que la manière de s'instruire proposée à l'École privilégie d'une manière aussi radicale la *fragmentation disciplinaire* de l'étude. Ce choix crée un *marché des disciplines scolaires* où les luttes de conquête et de reconquête, les rivalités pour les places et les distinctions maintiennent de vives *tensions interdisciplinaires*, qui étouffent toute codisciplinarité. En conséquence chaque discipline doit mettre en avant sa *spécificité*, soit ce qui, sur le marché scolaire des disciplines, lui donne sa valeur, et cela en se gardant pourtant d'empiéter sur la

[7] Pour un exemple typique, voir l'ouvrage collectif *L'école, l'état des savoirs* (van Zanten 2000), dont la plupart des très nombreux auteurs ne se classent nullement parmi les spécialistes de « pédagogie ».

spécificité d'autres disciplines, ce qui serait un *casus belli* typique de l'enseignement secondaire tel que nous le connaissons. À ce jeu-là, la discipline mathématique joue la carte de la *déduction*, non celle de l'*expérimentation*, à laquelle elle tend à renoncer (même si, au plan épistémologique, la chose n'est pas saine) parce que celle-ci est le monopole des disciplines dites expérimentales (physique et chimie, biologie et géologie). En même temps, les mathématiques se replient sur des objets « sûrs », sur lesquels elles prétendent alors régner sans partage, en refusant tendanciellement tout métissage objectal (Chevallard 2001).

Le niveau de la *société*, le niveau –2 du schéma commenté ici, est évidemment le lieu d'une foule de contraintes tout à la fois contraignantes et « habilitantes ». À nouveau, on se limitera à deux exemples illustratifs. Une société peut regarder l'instruction donnée dans son École de plusieurs points de vue différents, qui ne sont pas didactiquement équivalents, c'est-à-dire qui ne créent pas *a priori* les mêmes conditions, dans la classe, devant un sujet d'étude. Un premier point de vue est celui, aujourd'hui encore dominant, du système des *disciplines* (ou des *savoirs*, des *matières*, etc.) réduites à elles-mêmes comme autant de totalités, et non envisagées pour ce qu'elles nous permettraient en matière de connaissance et d'action : telle est l'approche *monumentale* des savoirs et des œuvres. L'École tend ainsi à apparaître comme une *obligation culturelle* plus ou moins formelle à l'endroit de quelques *œuvres* dont le choix est vécu par beaucoup comme plus ou moins arbitraire, et dont une visite pressée s'impose, sans qu'il soit convenable de s'y attarder trop. Un deuxième point de vue, en émergence, et qui fut, dans les années 1990, la tentation de certains projets officiels ou semi-officiels[8], consiste à voir dans une École fortement diluée dans la société civile un réseau de lieux de diffusion et de validation de *compétences* variées, constamment et localement redéfinissables, acquises et validées sans référence ni révérence obligée aux savoirs « monumentaux », visant l'efficacité pragmatique dans la vie professionnelle et dans la reconnaissance des personnes, à travers, par exemple « brevets », « arbres » et « blasons » (Authier et Lévy 1992). Dans une telle problématique, l'École peut prendre l'allure d'une salle des marchés où, loin des trop longs détours de la connaissance « théorique », on gère fiévreusement un « portefeuille de compétences » qu'il convient d'actualiser rapidement pour répondre aux demandes des différents marchés sur lesquels l'individu est censé réaliser sa valeur. Un troisième point de vue, que j'ai tenté d'exposer lors de l'école d'été 1999 (Chevallard 2000), est celui de l'École comme lieu ouvert à l'étude de *toute question ombilicale* possible d'une société, d'une génération, d'un milieu social ou d'une « petite patrie » même[9], étude qui, en faisant émerger leur *valeur d'usage*, motive fonctionnellement l'étude des disciplines outillant l'abord des questions ainsi étudiées – à la manière dont, comme on l'a vu plus haut, la question de l'arpentage, autrefois ombilicale en certains milieux au moins, pouvait motiver un savoir géométrique qui, sans cela, aurait semblé « être d'ordre purement spéculatif ». Par l'idée de *skholè* qui l'anime, un tel point de vue semble bien davantage susceptible de suspendre le temps social sans le répudier pour ouvrir un temps de l'étude où se construisent patiemment

[8] Du côté français, on doit mentionner l'action de l'économiste Jean-Louis Reiffers lorsqu'il était membre du cabinet d'Édith Cresson, alors à Matignon (1991-1992), puis comme président du groupe de réflexion sur l'éducation et la formation mis en place par la même Édith Cresson devenue commissaire européen, fin 1995, dans le sillage du « livre blanc sur l'éducation et la formation » intitulé *Enseigner et apprendre : vers la société cognitive*. On ne saurait omettre évidemment le rôle joué, en 1991-1992, à l'instigation d'Édith Cresson encore, par le philosophe Michel Serres en tant que président de l'éphémère mission pour « l'Université de France ». Pour une critique « politique » de ces projets, voir De Sélys et Hirtt 1998 ainsi que Hirtt 2000.

[9] « Il faut oser tout examiner, tout discuter, tout enseigner même », écrivait Condorcet – phrase que l'on ne peut citer ici sans ironie, puisqu'elle est mise en exergue au livre blanc de la Commission européenne déjà mentionné. Sur le thème des « petites patries », voir Chanet 1996.

des praxéologies qui, *par principe scolaire*, ne seront mises en œuvre qu'avec *un certain différé* dans le monde des pratiques extrascolaires.

Le second exemple d'une contrainte ayant son siège dans la société sera d'une tout autre nature et permettra de revenir sur le ressort même des développements précédents. On a décrit jusqu'ici des enfermements multipliés, chaque niveau tendant à ne renvoyer qu'à lui-même. Or le phénomène n'a, dans son principe, rien de singulier. Nous vivons en effet dans des sociétés où, de manière souvent implicite, des cloisonnements rigides délimitent des domaines de légitimité exclusifs, l'interdit les concernant étant intériorisé en un véritable *habitus* : il y a ce dont on s'occupe, et il y a ce qui n'est pas de sa compétence. S'occuper de ses affaires est une bonne chose ; mais s'occuper de ce qui n'est pas son affaire est bien plus grave que de se désintéresser de ses affaires ! Cette valeur est ancienne, et surdéterminée par la culture et les structures politiques[10]. Chez les anciens Grecs, à cette frileuse valeur s'opposait la réprobation, explicite dans la notion même d'*idiotie*, de qui, précisément, ne s'occupe jamais que de ses propres affaires, sans prendre part autrement à la vie de la cité. Dans tout régime où la démocratie est, si peu que ce soit, tenue en lisière, l'attitude qu'on peut nommer *« idiotique »* peut être vitale : ainsi les « petits » doivent-ils en règle générale se garder d'intervenir dans ce qui est l'affaire des « gros », et notamment des « grands ». Qu'il y ait quelque chose de cet ordre dans le refus d'intervenir sur *l'entière hiérarchie* des niveaux de détermination didactique pourra ici susciter incrédulité et murmures, tant il s'agit là d'un inclination invétérée ! L'*habitus* invoqué ici – ne pas trop parler, refuser même de se prononcer, garder pour soi ses vérités – a pourtant un long passé dans la culture et dans les sciences (Chevallard 1997, p. 32). Sans doute a-t-il inspiré en partie ce fait aujourd'hui massif, en apparence irrépressible, de la *fragmentation savante de la production des connaissances* selon un principe revendiqué avec fierté dans l'idéologie commune des scientifiques – qui, sur ce point, se rejoignent largement, chacun depuis son pré carré. Or le découpage existant des champs d'étude ne va pas toujours sans ambiguïté : surdéterminé par l'histoire de ces champs, par les contraintes imposées – parfois à l'insu des chercheurs – par la culture et l'organisation de la société, il a de fortes chances de n'être pas le plus fécond possible pour les recherches qu'il est en même temps censé rendre seul possibles. En quelques cas, il a même des chances non négligeables d'être fortement *contre-productif*. Cet obstacle n'est évidemment pas propre à la didactique des mathématiques, pas plus qu'à l'administration de l'instruction publique[11]. Mais c'est là que nous devons l'affronter.

REFERENCES BIBLIOGRAPHIQUES

Authier, M. et Lévy, P. (1992) *Les arbres de connaissance*, Paris : La Découverte.

Bouligand, G. (1962) Regards sur la formation mathématique, in Le Lionnais F. (ed.) *Les grands courants de la pensée mathématique*, Paris : Albert Blanchard, pp. 532-542.

Bouligand, G. et Desbats, J. (1947) *La mathématique et son unité. Introduction aux éléments de l'analyse et à la philosophie des sciences déductives*, Paris : Payot.

Bourdieu, P. (2000), L'inconscient d'école, *Actes de la recherche en sciences sociales*, **135** 3-5.

Chanet, J.-F. (1996) L'École républicaine et les petites patries, Paris : Aubier.

Charle, C. (2001) Les intellectuels en Europe au XIX[e] siècle. Essai d'histoire comparée, Paris : Éditions du Seuil.

[10] Sénèque (–4-65) écrivait déjà : *« Semper meum negotium ago »*. Ce qui s'énonce en bon anglais : *« I always mind my own business »*…

[11] Dans un domaine fort différent, celui de l'histoire littéraire comparée des pays européens, Christophe Charle note ainsi : « Le contraste franco-allemand est le plus facile à mettre en évidence, il faudrait faire varier le schéma pour l'Angleterre, l'Italie, l'Espagne, l'Europe centrale, la Russie, etc. On ne peut que l'esquisser dans ce paragraphe, en attendant des recherches plus approfondies, d'autant plus difficiles que chaque historiographie littéraire singulière, dont dépend l'historien pour sa documentation, cherche à accentuer son incomparabilité pour marquer l'originalité de la littérature dont elle traite » (Charle 2001, p. 258, note).

Chevallard, Y. (1997) Familière et problématique, la figure du professeur, *Recherches en Didactique des Mathématiques* **17(3)** 17-54.
Chevallard, Y. (2000) La recherche en didactique et la formation des professeurs : problématiques, concepts, problèmes, in Bailleul M. (ed) *Actes de la X^e École d'été de didactique des mathématiques (Houlgate, 18-25 août 1999)*, Caen : IUFM & ARDM, pp. 98-112.
Chevallard, Y. (2001) Les mathématiques et le monde : dépasser « l'horreur instrumentale », *Quadrature* **41** 25-40.
Clerc, F. (1992), *Enseigner en modules*, Paris : Hachette.
CREM (2000) *Rapport d'étape sur la géométrie et son enseignement*, Paris : MEN/DESCO.
CREM (2001) *Présentation des rapports et recommandations*, Paris : MEN/DESCO.
De Sélys, G. et Hirtt, N. (1998) Tableau noir. Résister à la privatisation de l'enseignement, Bruxelles : EPO.
Feynman, R. (1985), *Vous voulez rire, Monsieur Feynman !*, Paris : Interéditions.
Hirtt, N. (2000) Les nouveaux maîtres de l'école. L'enseignement européen sous la coupe des marchés, Bruxelles : EPO.
IGEN (1999), Rapport de l'inspection générale de l'éducation nationale, Paris : La Documentation française.
Legrand, A. (1994), *Le système E*, Paris : Denoël.
Petersen, J. (1946), Méthodes et théories pour la résolution des problèmes de constructions géométriques, Paris : Gauthier-Villars.
Prost, A. (1992), Idées fausses et vrais problèmes, *Revue des Deux Mondes*, septembre 1992, 10-20
Seneta, E., Parshall, K.H. et Jongmans, F. (2001) Nineteenth-Century Developments in Geometric Probability: J. J. Sylvester, M. W. Crofton, J.-É. Barbier, and J. Bertrand, *Arch Hist Exact Sc.* **55(6)** 501-524.
Van Zanten, A. et al. (2000), *L'école, l'état des savoirs*, Paris : La Découverte & Syros.
Vergnaud, G. (1999) On n'a jamais fini de relire Vygotski et Piaget, in Clot Y. (ed.) *Avec Vygotski*, Paris : La Dispute, pp. 45-58.
Weill, G. (1921), Histoire de l'enseignement secondaire en France (1802-1920), Paris : Payot.

ANNEXE : REGULATIONS « PEDAGOGIQUES » MINISTERIELLES

Pour améliorer l'organisation de l'étude, on peut chercher à agir sur l'un ou l'autre des niveaux de détermination. L'autorité ministérielle, en cette matière, a une action propre qui, souvent, se réfère au niveau *pédagogique*, niveau de légitimité le plus bas pour qui n'est pas habilité à intervenir aux niveaux « disciplinaires », et ne se soucie pas d'obtenir une cohabilitation par des alliances bien combinées avec les représentants de la discipline. Depuis plusieurs décennies, le système éducatif français a fait l'objet, jusqu'à l'acharnement, d'une telle attention pédagogique de la part de l'autorité de tutelle : c'est cela que l'on examine dans ce qui suit.

On a dit que l'organisation de l'étude pouvait être réduite à son élément sans doute le plus classique, le *cours magistral*, où le savoir s'exhibe sous forme discursive. Le cours magistral, pris seul, est porteur d'une *pathologie didactique* que l'on découvre dans un épisode rapporté par Richard Feynman, survenu au cours de l'un de ses séjours au Brésil, à l'occasion d'un examen oral auquel il lui avait été permis d'assister :

> L'un des candidats était vraiment bon ; il répondait du tac au tac à toutes les questions qui lui étaient posées. Le jury lui a demandé de dire ce que c'était que le diamagnétisme et il a parfaitement bien répondu. Après quoi, on lui a demandé de dire ce qui se passe quand un rayon lumineux tombe sur une lame d'épaisseur *e* et d'indice *n*.
> "Le rayon ressort parallèlement à lui-même ; il est simplement déplacé.
> – Et que vaut ce déplacement ?
> – Je ne sais pas la formule par cœur, mais je peux la retrouver." Ce qu'il a fait. C'était vraiment un excellent candidat. Pourtant, je n'étais pas entièrement convaincu. Aussi, après l'examen, je suis allé le trouver et je lui ai expliqué que j'étais un professeur américain, en visite au Brésil, et que j'aimerais lui poser un certain nombre de questions, sans que cela doive évidemment avoir le moindre effet sur sa note d'examen. Première question : "Pouvez-vous me donner des exemples de substances diamagnétiques ?" Non, il ne pouvait pas. Deuxième question : "Imaginons un morceau de verre qui aurait la forme de ce livre sur cette table. Maintenant je fais tourner le morceau de verre, comme ça. Que devient l'image ?
> – Elle subit une rotation égale à deux fois l'angle dont vous avez fait tourner le morceau de verre.
> – Vous êtes sûr que vous ne confondez pas avec les lois de la réflexion ?
> – Non."

> Il venait juste de dire aux examinateurs que le rayon lumineux est simplement déplacé et ressort parallèlement à lui-même : l'image ne pouvait donc pas subir de rotation. Il avait même retrouvé de combien est déplacé ce rayon ; mais il ne s'était pas rendu compte qu'un morceau de verre est un milieu réfringent et que son calcul avait quelque chose à voir avec ma question. (Feynman 1985, p. 242)

On voit ici que la forme « cours » produit à la longue *l'objet du cours*, qui se substitue à *l'objet de l'étude* – dont le cours ne fait jamais, en principe, que donner un *compte rendu* – tel que la science (ou la culture) le constitue en-dehors de l'école : ici, plus de physique, mais le seul *discours* de la physique, sans même que le *type de problèmes* en cause ait été construit ! Il est facile de voir qu'un correctif est nécessaire : ainsi se produira la lente émergence du séminaire, de la « conférence », des « travaux dirigés ».

On mentionnera en ce point un autre *dispositif didactique*, largement disparu du paysage scolaire et universitaire, mais autrefois classique, la *répétition* ; et un autre *aide à l'étude*, le *répétiteur*, dont tel dictionnaire fournit encore la définition suivante : « Personne dont la charge est de compléter l'enseignement d'un professeur, soit par l'explication de matières mal comprises, soit par des leçons ou des exercices supplémentaires ». Une fois de plus, il faut voir là une *fonction didactique*, dont les modalités de réalisation peuvent varier plus ou moins fortement. L'exemple qui suit met en scène l'École normale de l'an III, lointaine ancêtre, qui ne vécut que quelques mois – du 20 janvier au 19 mai 1795 – de l'École normale supérieure de la rue d'Ulm. En mathématiques, les enseignants y sont Laplace, Lagrange, Monge. Leurs cours sont complétés de *débats*, auxquels les élèves sont supposés se préparer : ainsi est assurée une forme de répétition, au plus haut niveau. Le premier débat a lieu le 11 pluviôse (30 janvier). Un élève demande des éclaircissements sur les raisons de l'ordre des opérations arithmétiques, qui se font de droite à gauche, hormis pour la division, qui se commence par la gauche. Lagrange répond d'abord, à sa manière inimitable, embarrassée dans la forme, directe sur le fond :

> La difficulté que vous proposez est très bonne. Je vous avoue que j'y ai pensé plus d'une fois, et qu'il m'a paru qu'en effet, du moins pour la correspondance, on aurait dû commencer la soustraction aussi par la gauche ; car on sait que la division n'est qu'une soustraction, et que la multiplication n'est qu'une addition répétée. Quoiqu'on puisse, à la vérité, commencer la soustraction par la gauche, elle est moins commode. Pour ce qui est de la division, on sent bien qu'on ne pourrait le faire autrement, parce qu'il faut commencer par faire l'inverse de la multiplication. Dans la multiplication, on commence par multiplier les unités, ensuite les dizaines et centaines. Dans la division, il faut faire l'inverse de la multiplication. C'est là la raison de commencer l'opération par la gauche. Il est possible qu'il y ait d'autres raisons ; j'y ai pensé et n'ai rien trouvé de satisfaisant.

Laplace s'impatiente ; lui a une réponse qui paraît le satisfaire pleinement : l'ordre est tel que la suite des opérations « n'influe pas sur les chiffres déjà écrits ; et c'est ce qui a lieu dans la manière dont on fait ces opérations ». Bien d'autres questions sont posées ce jour-là. Pourquoi, par exemple, dans la formation des logarithmes, fait-on correspondre le zéro de la progression arithmétique à l'unité de la progression géométrique ? La question n'est pas sotte (Napier s'y était trompé dans la première version de ses logarithmes), et Laplace répond longuement.

Imaginons ici tel professeur du secondaire à qui on présenterait comme une novation utile un tel dispositif. Sa réponse ne fait guère de doute : cela, dira-t-il quelque peu irrité, il le fait déjà, il le fait depuis toujours, *dans sa classe même !* Nul besoin d'un « dispositif » nouveau, et spécifique ! On a décrit ailleurs (Chevallard 1997) le processus par lequel l'étude scolaire, à partir des années 1880, a été progressivement enfermée, par la montée en puissance du corps des professeurs, dans *l'espace unique de la classe*, alors que, traditionnellement, la classe n'était qu'un point de rendez-vous entre deux périodes en études, les séances de classe (de deux heures…) étant essentiellement occupées à corriger les devoirs rendus et à proposer de nouveaux sujets à l'étude. Contemporaine de la gloire des professeurs, la stratégie du tout-classe va s'imposer durant plusieurs décennies. Elle sera pourtant progressivement battue en brèche, tout simplement parce que trop de fonctions didactiques essentielles n'y sont pas assumées et que, massification aidant, trop de « nouveaux lycéens » n'ont pas les moyens *de prendre en charge* ces facteurs de l'apprentissage. Un tel état de dépérissement *didactique* du système éducatif a été décrit en termes sévères par l'un de ses meilleurs connaisseurs :

> ... le travail des élèves ne fait pas l'objet d'une attention assez sérieuse. L'institution se soucie d'organiser les cours, elle en fixe le temps et l'espace. Mais elle n'organise pas le travail des élèves : il n'a ni lieu, ni temps.

> Ou plutôt, il est rejeté aux marges de l'institution : des permanences peu studieuses, des centres de documentation surchargés, du temps « à la maison », sans soutien et sans guide. Ce qui ne peut donner de bons résultats, comme en témoigne l'importance prise par les petits cours. Quand les deux tiers des élèves prennent des cours particuliers dans une matière, c'est bien le signe que le cours ne suffit pas, et qu'il faut organiser le travail des élèves. L'enseignement français pratique, en ce domaine, une politique d'ignorance hypocrite. (Prost 1992, p. 17)

Un tel constat motive globalement l'ensemble des créations, depuis vingt ans, de dispositifs didactiques qui, à côté de la « classe », qui n'est plus dès lors que le *système didactique principal* (SDP), constituent autant de *systèmes didactiques auxiliaires* (SDA). Peu à peu, on redécouvre une loi fondamentale de l'écologie didactique : l'existence et le fonctionnement d'un système didactique S_0 supposent l'existence et le fonctionnement de *tout un ensemble* de systèmes didactiques, $A(S_0) = \{S_0, S_1, ..., S_n\}$, qu'on dira *associés* à S_0. Dans cette vision des choses, un SDP est une « tête de réseau » pilotant – plus ou moins – un ensemble de SDA qui vivent dans l'établissement ou hors de l'établissement. L'un des SDA est traditionnel : c'est celui du « travail à la maison », où l'élève dispose d'aides à l'étude qui peuvent varier beaucoup selon les milieux culturels et sociaux. Mais c'est là un *minimum minimorum* : en réaction au processus de dépérissement de l'étude, l'effort de reconquête de l'espace didactique conduit les responsables du système éducatif à mettre en place un certain nombre de dispositifs permettant en principe de prendre en charge de manière plus spécifique certaines fonctions didactiques laissées jusque-là à l'initiative des élèves.

Le dispositif le plus ancien, à cet égard, est, au collège, et pour les classes de sixième et de cinquième, constitué des heures dites de *soutien*, « destinées aux élèves en difficulté », et que les textes officiels présentaient ainsi :

> Un contingent horaire hebdomadaire de 0 à 6 heures sera ajouté à l'horaire global à l'effet de renforcer l'enseignement dans les disciplines ou groupes de disciplines choisis par l'établissement.

Contrairement à l'interprétation usuelle du mot *soutien*, il s'agit d'abord d'un dispositif de soutien *au SDP*, où se donne « l'enseignement », et qu'il convient de « renforcer » : dans la mesure en effet où – très normalement – le SDP ne permet pas de répondre de manière entièrement adéquate aux besoins didactiques d'un certain nombre d'élèves, il apparaît nécessaire d'apporter à ceux-ci une aide à l'étude complémentaire.

Au-delà du soutien, la rentrée 1996 voit la création, au « cycle d'adaptation », c'est-à-dire en classe de sixième, des *études dirigées* ou *encadrées* :

> L'arrêté organisant les enseignements de sixième prévoit la mise en œuvre pour tous les élèves de deux heures au moins d'études dirigées ou encadrées au-delà de l'horaire d'enseignement. [...] Pour tenir compte de la diversité des élèves, il a été décidé de moduler les modes d'intervention et de distinguer études dirigées, confiées aux seuls enseignants et dont l'objectif est de favoriser l'acquisition de méthodes de travail personnel, et études encadrées, qui peuvent être animées par d'autres membres de l'équipe éducative ou des intervenants extérieurs et offrent aux élèves qui maîtrisent mieux ces méthodes la possibilité d'un travail autonome. [...] Les études constituent un facteur déterminant de réussite lorsqu'elles sont organisées sur la base d'un projet pédagogique global, impliquant fortement les enseignants et prévoyant une liaison étroite entre enseignements et études. (*BO* n° 20 du 16 mai 1996, p. 1470)

Dans la même classe de sixième, on doit citer encore la création possible, laissée à l'initiative de l'établissement, d'un *dispositif de consolidation* à la définition plus ouverte :

> ... ce dispositif n'a pas à être généralisé : l'établissement peut préférer la mise en œuvre d'une pédagogie individualisée pour quelques élèves au sein de la classe. Le dispositif de consolidation se justifie lorsque les difficultés des élèves requièrent un ensemble de mesures pédagogiques, au-delà du soutien qui doit répondre à des difficultés ponctuelles d'acquisition. Il peut prendre deux formes :
> – un dispositif intégré, où les élèves sont regroupés pour des enseignements ou des activités spécifiques mais appartiennent à des classes différentes qu'ils rejoignent pour des cours communs.
> – une division différenciée, à petits effectifs, en général mise en place pour répondre à des difficultés globales d'apprentissage. »

Le second choix, celui de créer une « classe de consolidation », est cependant soumis à des contraintes fortes (accord de l'inspecteur d'académie directeur des services départementaux de l'éducation nationale, accord des familles, etc.), et doit rester exceptionnel. La circulaire relative à la rentrée 1998 renouvelle ces réserves et *insiste sur la fonction de SDA* – et non de SDP – normalement dévolue au « dispositif de consolidation » :

> Le dispositif de consolidation, conduit par une équipe volontaire et fondé sur une approche concertée des disciplines, apporte une aide réelle aux élèves dont les acquis à l'entrée en sixième sont encore mal assurés. [...] Les dotations attribuées aux classes de sixième doivent permettre de faire fonctionner efficacement des groupes de consolidation afin d'éviter la constitution de classes de consolidation en autant de filières. L'isolement d'un groupe d'élèves en difficultés, même conçu pour répondre à leurs besoins spécifiques, est une situation moins favorable aux apprentissages. Il faut donc privilégier les dispositifs intégrés. La prise en charge globale d'un groupe significatif d'élèves qui connaît des difficultés, tant en termes de savoir que de socialisation, doit rester une exception. (*BO* n° 3 du 15 janvier 1998, p.183)

En classe de cinquième, c'est-à-dire dans la première année du « cycle central » du collège, existent de même des *études dirigées*, dont la circulaire déjà citée souligne que, pour les enseignants, « elles constituent un moment particulièrement favorable pour observer la façon dont les élèves organisent leur travail, pour s'assurer de leur compréhension des consignes et les aider à expliciter et vaincre leurs difficultés »[12]. À cela s'ajoute, dans la même classe, le dispositif des *parcours diversifiés*, lesquels, là encore, « peuvent être organisés soit sous forme de dispositifs transversaux aux classes, soit sous forme de classe à dominante – qui ne sauraient être des classes de niveau » (*BO* n° 20 du 16 mai 1996, p. 1471), et qui sont « des moments d'enseignement à part entière » voués à la mise en place de « démarches innovantes » (*BO* n° 3 du 15 janvier 1998, p. 184) :

> De telles démarches consistent à construire les apprentissages en détectant puis en valorisant les atouts des élèves, en s'appuyant sur leurs choix et leurs centres d'intérêt pour leur faire saisir le sens du travail scolaire et leur donner la curiosité et le goût d'apprendre puis de progresser, les aider dans le développement de leur sensibilité et la formation de l'esprit critique. Ces démarches innovantes, moments de développement de la transdisciplinarité et de la pédagogie de projet, se fondent sur les capacités d'initiative des établissements et la mobilisation des équipes tout en s'inscrivant pleinement dans les objectifs des programmes.

Un processus semblable de création de SDA associés au SDP affecte dans le même temps la classe de seconde : il se concrétise par l'existence d'heures de travail en *module*, à raison de trois quarts d'heure par semaine en moyenne – dispositif mis en place aussi, pour les mathématiques, en classe de première S, à raison d'une heure par semaine. Créé en seconde à la rentrée 1992 pour aider les élèves, à raison de trois heures par semaine, en français, mathématiques, langue vivante 1 et histoire-géographie, « l'enseignement modulaire », comme l'appellent encore les textes ministériels, conduit à faire travailler les élèves dans des groupes *plus réduits* que la classe ordinaire, ce qui doit rendre possible – en principe – « une *aide individualisée pour tous* ». La principale différence avec les SDA « de soutien » se trouve dans ce fait que les modules concernent *l'ensemble* des élèves de la classe, avec un objectif d'« élargissement des connaissances » pour les élèves « plus avancés dans certaines disciplines », et un objectif de « soutien » personnalisé « sur des apprentissages mal assimilés » pour d'autres élèves. À cela s'ajoute explicitement l'objectif d'acquisition et de développement de « méthodes de travail » : en d'autres termes, les modules doivent permettre de faire travailler les élèves sur leur praxéologie *didactique*. C'est là un point sur lequel certains textes ministériels, tel le suivant, s'expriment de la manière la plus claire :

> Les modules seront pour les professeurs l'occasion de proposer des activités propices à l'acquisition de méthodes de travail (personnel et en équipe), dont la maîtrise insuffisante est un facteur important d'échec [...]. Les élèves seront amenés à réfléchir à leurs habitudes de travail et à prendre conscience de leurs modes d'apprentissage pour les améliorer, et pourront développer des capacités d'auto-évaluation.

Dans le cas des modules, de même d'ailleurs que dans le « dispositif de consolidation » de sixième ou les « parcours diversifiés » de cinquième, la notion de « soutien au SDP » se concrétise notamment par le fait qu'il s'agit là d'un SDA qui *n'a pas de programme d'études propre*, et que l'aide à l'étude qu'il doit permettre d'apporter doit l'être « dans le processus pédagogique normal de la discipline par l'enseignant ou l'équipe d'enseignants », les enseignements modulaires « ne [prenant] leur sens que par interaction avec les autres heures d'enseignement », c'est-à-dire en association avec le SDP. L'idée de prendre en charge des fonctions didactiques que l'École avait renoncé à assumer est évidemment

[12] On retrouvera cette idée avec les « modules » mis en place au lycée.

essentielle. C'est par exemple dans la perspective de ne pas abandonner les élèves au seul jeu des dispositifs extérieurs à l'École – dispositifs inégalement accessibles, mais aussi inégalement utilisés – que les modules sont présentés par Lionel Jospin, alors ministre de l'Éducation nationale, dans sa conférence de presse du 25 juin 1991 :

> Aider les élèves, c'est, pour nous, la première réponse à donner à leur hétérogénéité, la réponse la plus urgente, la plus rapidement applicable dans le système actuel. J'estime très important que ce soit l'Éducation nationale qui apporte cette aide aux élèves qui lui sont confiés. Ce sont les enseignants, et personne d'autre qu'eux, qui en auront la responsabilité. C'est une garantie de qualité. Les cours particuliers ne seront pas le seul recours des parents qui veulent – et qui peuvent – aider leurs enfants. Le soutien n'est plus un privilège réservé à certains : c'est un droit accessible à tous au sein même de l'École. (cité *in* Clerc 1992, p. 27)

La liste des SDA a depuis été augmentée – avec, par exemple, la création de *l'aide individualisée* en classe de seconde. Mais on s'arrêtera un peu plus sur le cas des modules, qui illustre bien le paradoxe de la gestion *« pédagogique »* des moyens *didactiques* de l'École. Comment peut-on modifier les praxéologies didactiques à propos d'un sujet ou d'un thème en ne sortant jamais du niveau pédagogique ? La réponse est simple : on ne le peut pas. Il se trouve que, s'agissant de la création des modules, on dispose du témoignage d'André Legrand, alors directeur des lycées et collèges au ministère. Dans un livre publié en 1994, ce professeur de droit public, ancien doyen de faculté de droit, ancien recteur, futur président d'université, raconte sans ambages l'aventure des modules telle qu'il l'a vécue : le projet lui importe puisque, avec la réorganisation des filières, elle est à l'époque l'un des deux piliers de sa politique au lycée. Dans son témoignage, Legrand évoque d'abord le mot d'ordre *d'aide à l'élève*, qui lui est imposé mais qui ne lui plaît guère à cause de ses accents misérabilistes et du danger de « minorer encore le rôle de l'élève »[13]. Très clairement, en revanche, les modules sont conçus par lui pour compenser *certains* déficits didactiques de l'enseignement du lycée, le risque étant que l'on attende d'eux la résorption de *tous* les déficits didactiques existants[14] :

> En lançant l'idée de module, j'étais conscient de deux risques majeurs qu'il courait ; se voir investir de la responsabilité de tout ce qui manque à la classe ordinaire ; il en sortirait écrasé ; dans les premiers travaux de la DLC sur ce problème, le risque n'était pas évité ; on renvoyait dans l'espace modulaire tout ce qui apparaissait comme "novateur" : pédagogie par objectifs, travail autonome, technologies nouvelles ; bientôt apparaîtra du terrain une demande de rôle dans l'orientation, comme si l'institution nouvelle réveillait en bloc, chez certains, toutes les frustrations sur le fonctionnement du lycée. Ce risque d'une séparation entre un espace de novation et une classe entière gardant le seul monopole de la course traditionnelle à travers le programme était évident.

Mais qu'attendre *précisément* des modules ? Quelles *fonctions didactiques* spécifiques assigner à cette structure ? Répondre à cette question suppose *a priori* que l'on se penche sur les niveaux profonds de détermination didactique. Legrand cherche autour de lui de quoi nourrir une telle réponse. Maigre butin ! Il contient d'abord un exposé d'Alain Bentolila à propos de… l'école maternelle, où le directeur des lycées et collèges trouve ce qu'il cherchait sans parvenir à l'exprimer – la notion d'*acquisition procédurale*, dont les modules devraient être le lieu par excellence :

> Acquisitions procédurales, voilà le mot essentiel. […] Tous les niveaux d'enseignement, et donc le lycée, gagneraient à une prise de conscience explicite et raisonnée de la différence entre l'acquisition de savoirs ponctuels (que je ne méprise pas, bien entendu) et la compréhension de processus plus globaux où l'élève conquiert son autonomie.

Sur ce point comme sur d'autres, au demeurant, l'espace modulaire est aussi pensé comme un lieu de *formation didactique des professeurs* :

> Dussé-je choquer, j'ai autant conçu le module comme un lieu d'apprentissage du professeur que de l'élève, par l'effet de compréhension des mécanismes d'apprentissage qu'il imposait. Et, parce qu'on y dispose de plus de facilités que dans la classe entière, je souhaite que le module soit le lieu privilégié de cet apprentissage par l'activité, les sauts de paliers, les tâtonnements, les corrections d'erreurs, celui de cette connivence exigeante.

[13] Legrand 1994, p. 146. On ne confondra le slogan d'aide *à l'élève* avec l'expression d'aide *à l'étude* que nous employons dans ce cours.
[14] Tous les passages cités ci-après sont extraits de Legrand 1994, p. 147-150.

Une deuxième fonction du module, c'est de fonctionner comme un « groupe de besoin ». Là encore, l'information didactique est sommaire sur laquelle l'auteur exerce sa réflexion :

> … professeur de langues vivantes, vous avez un tiers de votre classe qui n'ouvre jamais la bouche ; cette caractéristique commune n'en induit aucune autre ; ils peuvent n'être que réservés, peu désireux de se mettre en avant ou franchement mauvais ; mais le groupe n'est nécessairement ni faible ni homogène. Simplement, il faut qu'ils parlent, cela fait partie de l'apprentissage. En les isolant un temps, vous aurez le loisir de vous occuper plus aisément d'eux, tout en gardant l'objectif de mieux les réintégrer dans la classe. […] Par l'espace d'innovation qu'il représente, le module doit permettre de créer d'autres situations de communication, ressenties par l'élève comme plus « vraies », comme moins artificielles que dans le cadre de la classe entière, qui en un mot aient du sens, parce qu'elles sont différentes.

La pauvreté de la conceptualisation didactique et l'absence de référence aux niveaux profonds de détermination didactique sont ici éclatantes : des situations qui « aient du sens, parce qu'elles sont différentes » ! André Legrand, qui se débat non sans force dans un univers didactiquement raréfié, tient aussi à une fonction mal comprise à l'époque : le module doit permettre, non de *réduire*, mais de *« traiter »* l'hétérogénéité. Contrairement au soutien, on l'a noté, les modules sont destinés à *tous* les élèves, et pas seulement aux plus démunis. C'est, écrit Legrand, « cette dialectique complexe d'une pédagogie au service de tous mais tournée vers la sélection des meilleurs » que le module doit permettre. Un même texte de langue vivante, ainsi, pourra « servir, pour des élèves plus faibles, à des objectifs de simple compréhension, tandis qu'un autre groupe, plus avancé, s'essaiera à des activités de traduction » : l'inspiration, là encore, est fort courte ! L'idée que, pour construire un dispositif viable, il convient de le confronter à de possibles usages didactiques plus spécifiques n'est pas entièrement absente ; mais sa mise en œuvre dans une institution où le niveau pédagogique est censé « avoir du sens » *en soi et pour soi* est davantage le fruit du hasard que d'une technique systématiquement mobilisée. Aléatoirement, donc, un exemple surgit, bienvenu[15] :

> *Le Français aujourd'hui*, revue des enseignants de français, vient de me donner l'exemple d'activités identiques mais qui, fondées sur des supports pédagogiques différents, permettent de prendre en compte la diversité de niveau. « Avec les élèves qui maîtrisent convenablement la lecture méthodique des textes argumentatifs et les subtilités énonciatives dues à la présence de plusieurs thèses, l'initiation au résumé pourra fort bien se faire avec des textes de ce type. En revanche, avec les élèves qui sont encore mal à l'aise face aux difficultés du texte argumentatif, on proposera – du moins dans un premier temps – de travailler sur des textes explicatifs : ils présentent en effet un système énonciatif et une progression plus simples et contiennent, en général, de nombreux connecteurs logiques dont le repérage facilite l'activité de résumé ».

N'oublions pas que les rares matériaux ainsi rassemblés sont *postérieurs* à la conception et même à la mise en œuvre des modules : la conférence d'Alain Bentolila, par exemple, est prononcée en juin 1992, dans le cadre du 65e congrès, tenue à Versailles, de l'AGIEM[16] ; l'article du *Français aujourd'hui* est de décembre 1993. Comment alors une construction si peu lestée peut-elle manifester une certaine robustesse lors de sa mise en circulation ? Là aussi, la réponse est simple : elle ne le peut pas ! André Legrand tenait la chose pour l'un des deux risques que courait son invention. « De l'autre côté, notait-il, certains enseignants ne voyaient dans le module qu'une séquence de travaux dirigés à forte connotation méthodologique, sans liens réels avec la progression de l'enseignement des disciplines concernées, voire qu'un gadget ministériel de plus ». Or que s'est-il passé à partir de la rentrée 1991 ? À en croire le rapport de l'Inspection générale de l'Éducation nationale de 1999, à peu près cela[17] :

> Tous les observateurs, dans toutes les disciplines concernées, qu'il s'agisse de la seconde ou de la première, font le même constat. Six ans après leur création, les modules dans l'immense majorité des cas sont en fait des séances de travaux dirigés ou pratiques. […] Ainsi l'enseignement en modules tel qu'il est conçu dans les textes officiels n'est pas réellement organisé au sein des établissements. […] Six ans après leur création, l'écart entre les objectifs fixés par les textes officiels et la réalité des pratiques est toujours aussi grand. La

[15] La citation de la revue *Le Français aujourd'hui* est extraite de la page 17 de l'article de Gérard Langlade intitulé « Diversité, souplesse et rigueur dans l'enseignement modulaire » et a paru dans le no 104 (décembre 1993) de cette revue.

[16] Association générale des institutrices et instituteurs des écoles et classes maternelles publiques.

[17] Voir IGEN 1999 ; toutes les citations qui suivent sont extraites du chapitre 1.

définition des modules, telle qu'elle ressort des pratiques actuelles, serait : « travaux dirigés en demi-groupe à dominante méthodologique »…

Ce qui frappe le plus pourtant, c'est que, entre le témoignage d'André Legrand dans son livre de 1994 et le rapport de l'IGEN en 1999, quelque chose a changé : Legrand disait ses incertitudes, et cherchait à préciser sa pensée ; l'IGEN, elle, ne cherche plus : elle a trouvé. Tout semble se passer, en effet, comme si les mots avaient désormais un sens précis, que les enseignants semblent voués à ne pas entendre ! Les modules observés, nous dit-on ici, ne sont pas des modules mais des travaux dirigés. Mais que sont des travaux dirigés ? La chose n'est pas douteuse pour l'IGEN, ainsi qu'en témoigne ce passage où les rapporteurs discutent une proposition de Philippe Meirieu qui viserait à substituer des séances de travaux dirigés aux séances de module :

> Le travail dirigé se substituant au module, il s'agit de temps exclusivement réservé à des exercices d'entraînement effectués individuellement ou collectivement, sous le contrôle et avec le conseil de l'enseignant.

Les séances de TD, selon l'IGEN, c'est donc cela : du temps « exclusivement réservé à des exercices d'entraînement ». Qu'en est-il alors des modules, que leur inventeur peinait à définir ? La réponse est si simple que les rapporteurs en semblent gênés : les modules, ce sont, « pour parler comme Monsieur de La Palisse, des groupes dont les effectifs soient […] modulables selon certains critères et une certaine périodicité ». Tel est le critère définitif. La pauvreté des moyens mis en œuvre pour concevoir le dispositif du module devient ici pauvreté du dispositif lui-même en tant que *world on paper*, qui rend un son creux et légèrement bureaucratique. Bien entendu, il y a là une cohérence implacable : puisqu'on ne veut définir le module qu'au niveau pédagogique, on peut toujours retenir une telle définition ; mais on ne s'étonnera pas, ensuite, de ce que les « modules » effectivement observables ne s'ajustent pas à cette définition, car eux ne peuvent en aucun cas se situer en ce seul niveau.

Il existe bien entendu une vision bonasse de l'aventure, dont le rapport de l'IGEN ne manque pas de se faire l'écho :

> Pourtant bien des points positifs se dégagent au bout de six ans. Si les concepteurs sont déçus, les utilisateurs, eux, sont heureux. Les élèves le disent sans réticence. Ils aiment ce que beaucoup appellent avec une maladresse significative « les cours de module ». Ils sentent que des tâches trop souvent négligées dans la démarche magistrale du cours sont mieux prises en compte. Ils travaillent plus spontanément, se sentent en confiance et n'hésitent pas à poser des questions. La relation entre les professeurs et l'élève est enrichie, et cela rejaillit sur la conduite des cours à effectif complet. Beaucoup de professeurs reconnaissent qu'ils ont pu régler par ce biais des difficultés d'ordre disciplinaire. Quant aux enseignants, ils sont très attachés aux modules, d'autant plus peut-être qu'ils les ont eux-mêmes redéfinis selon leurs désirs…

La régulation pédagogique tentée n'est donc pas vide d'effets ; mais sa spécificité, introuvable parce qu'elle ne pourrait vraiment se définir qu'en référence à l'ensemble des niveaux de détermination, ne saurait devenir réalité qu'aléatoirement, quelque contenu qu'on lui reconnaisse : le déficit de conceptualisation et d'analyse aux niveaux plus profonds de détermination didactique conduit mécaniquement à ce type de déconvenues, parfaitement prévisibles. La proposition précédente s'inverse : il n'est pas davantage possible, dans l'analyse écologique comme dans l'ingénierie des organisations didactiques de se maintenir aux seuls niveaux des sujets et des thèmes : chaque niveau introduit ses contraintes, et chaque construction existante ou à créer vient prendre appui sur certaines contraintes spécifiques en chacun des niveaux – à moins que, au contraire, elle ne se heurte à elles. La chose est aujourd'hui d'autant plus essentielle que les régulations pédagogiques quasi incessantes que l'autorité ministérielle met en œuvre supposent, pour devenir effectives, un important engagement des professeurs dans des travaux d'analyse et d'ingénierie didactiques aux différents niveaux – ce que l'examen, auquel on doit renoncer à procéder ici, de la mise en place des TPE au cours de l'année 2000-2001 montrerait avec la dernière évidence.