

ORGANISER L'ETUDE. 1. STRUCTURES & FONCTIONS

Abstract: This lecture centres on the twin notions of mathematics and didactic praxeologies and tries to provide a frame of reference for a comprehensive description of the organisation of study at school, with special emphasis on the idea of didactic moment.

1. LE PROBLEME PRAXEOLOGIQUE DU PROFESSEUR

La question centrale de ce cours et des suivants est ce qu'on appellera *le problème praxéologique du professeur*, avec une référence particulière à ces professeurs novices que sont, en principe, les élèves professeurs de deuxième année des IUFM. Que doit penser et que doit faire ce jeune professeur, nouvellement investi de ce titre, face à la classe de collège ou de lycée dont, en totalité ou en partie, la vie mathématique lui est confiée pour l'année scolaire qui s'ouvre ? Que peut-il faire et que peut-il penser ? Ou plutôt : que pourrait-il penser et que pourrait-il faire ? Le problème praxéologique qui est le sien peut s'énoncer en une courte suite de questions fortement interdépendantes, quoique assez peu spécifiques (Chevallard 1999). Tout d'abord, quels *types de tâches* ce professeur doit-il accomplir, en *coopération* avec quels autres acteurs membres de la *communauté éducative* ? Ensuite, quelles *techniques* sont-elles disponibles pour accomplir ces types de tâches ? Quelle est leur *portée* ? Quelle *maîtrise* a-t-il de ces techniques et quelle maîtrise en ont ses divers partenaires (y compris les élèves et leurs parents) ? Que peut-il faire pour *améliorer* cette maîtrise ? Pour participer à la *création* et à la *diffusion* éventuelles de *nouvelles techniques* et de *nouveaux types de tâches* mieux appropriés ? Enfin, quelles *technologies*, induites par quelles *théories*, justifient et expliquent ces techniques et ces types de tâches ? Dans quelle mesure lui sont-elles *connues* et sont-elles connues de ses divers partenaires ? Que peut-il faire pour *améliorer* cette connaissance ? Pour participer à la *création* et à la *diffusion* éventuelles de technologies et de théories *mieux appropriées* ?

La théorie anthropologique du didactique considère que, *en dernière instance*, toute activité humaine consiste à *accomplir une tâche t* d'un certain *type T* , *au moyen* d'une certaine *technique τ* , *justifiée* par une *technologie θ* qui permet en même temps de la *penser*, voire de la *produire*, et qui a son tour est *justifiable* par une *théorie Θ* . En bref, toute activité humaine *met en œuvre* une organisation qu'on peut noter $[T/\tau/\theta/\Theta]$ et qu'on nomme *praxéologie*, ou *organisation praxéologique*. Le mot de praxéologie souligne la structure de l'organisation $[T/\tau/\theta/\Theta]$: le grec *praxis*, qui signifie « pratique », renvoie au *bloc pratico-technique* (ou *praxique*) $[T/\tau]$, et le grec *logos*, qui signifie « raison », « discours raisonné », renvoie au *bloc technologico-théorique* $[\theta/\Theta]$. Ces notions permettent de redéfinir de manière assez réaliste certaines notions courantes : ainsi peut-on considérer que, par *savoir-faire*, on désigne usuellement un bloc $[T/\tau]$, et, par *savoir*, en un sens restreint, un bloc $[\theta/\Theta]$ – ou même, mais en un sens large cette fois, une praxéologie $[T/\tau/\theta/\Theta]$ tout entière. Pour cette dernière raison, on pourra désigner aussi une organisation praxéologique comme étant une *organisation de savoir* – en se résignant alors à ne rencontrer qu'aléatoirement les points de vue institutionnels spontanés, qui font d'ordinaire un usage élitiste et parcimonieux du mot *savoir*. L'emploi du mot *praxéologie* a pour mérite de donner à entendre un fait anthropologique banal autant que fondamental : il n'est pas de *praxis* sans *logos* ; il n'est pas

de *logos* à jamais innocent d'implications « *praxiques* ». Ainsi n'est-il pas équivalent de parler d'organiser dans les IUFM, comme le fait l'actuel ministre de l'Éducation nationale¹, des « séminaires d'analyse des *pratiques* d'enseignement des stagiaires qui permettront que s'expriment des demandes d'apports théoriques », ou d'y organiser des séminaires d'analyse des *praxéologies* d'enseignement de ces professeurs débutants, qui permettent l'émergence, l'analyse et la prise en charge de besoins indissociablement pratico-techniques et technologico-théoriques.

À titre d'illustration, on considère d'abord simplement un exemple *mathématique*. Soit la tâche t_1 suivante :

Calculer la capacité, en litres, d'un réservoir parallélépipédique de 0,6 m de longueur, 10 cm de largeur, et 50 mm de profondeur. (On prendra : 1 litre = 1 dm³.)

La technique concrète τ , aujourd'hui méconnue (Chevallard et Bosch 2001), conduit à écrire :

$$V = L \times \ell \times p = 0,6 \text{ m} \times 10 \text{ cm} \times 50 \text{ mm} = 0,6 \text{ m} \times 10 \text{ cm} \times 50 \text{ mm} = 0,6 (10 \text{ dm}) \times 10 (10^{-1} \text{ dm}) \times 50 (10^{-2} \text{ dm}) = 6 \text{ dm} \times 1 \text{ dm} \times 0,5 \text{ dm} = 3 \text{ dm}^3 = 3 \text{ litres.}$$

La tâche suivante, t_2 , appartient au même *type* de tâches :

Déterminer la masse linéique en g/cm d'un barreau d'acier de section constante et de 4 dm de longueur pesant 2,85 kg.

La même technique τ conduit à écrire :

$$\mu = \frac{m}{\ell} = \frac{2,85 \text{ kg}}{4 \text{ dm}} = \frac{2,85 (1000 \text{ g})}{4 (10 \text{ cm})} = \frac{285}{4} \text{ g/cm} = 71,25 \text{ g/cm.}$$

Le *type* de tâches T dont relève ces deux tâches particulières – elles en sont deux *spécimens* – peut être décrit ainsi :

Une *grandeur* g s'exprimant en fonction d'autres *grandeurs* $g_1, g_2, g_3, \dots$ au moyen d'une *formule* supposée connue, $g = \Phi(g_1, g_2, g_3, \dots)$, calculer g , exprimée dans une unité imposée, pour des valeurs données de $g_1, g_2, g_3, \dots$, ces grandeurs étant exprimées dans des unités déterminées.

La « définition » de T donnée plus haut suppose la disponibilité d'une partie au moins d'un bloc technologico-théorique $[\Theta/\Theta]$ intégrant les notions de *grandeur* et d'*unité*. Par contraste, l'absence dans l'enseignement secondaire français actuel d'une notion idoine de *grandeur* est à cet égard rédhibitoire, et se révèle solidaire de la disparition de notions « transactionnelles » autrefois très actives, telle la distinction des « *nombres concrets* » (5,2 cm, 45 km/h, etc.) et des « *nombres abstraits* » (5,2, 45, etc.).

La solidarité épistémologique des blocs pratico-technique et technologico-théorique est une exigence didactique clé. Considérons ainsi la tâche t_3 suivante :

Déterminer la vitesse en mètres par seconde d'une balle de tennis lancée à 95 miles par heure. (On a : 1 mile = 1 mi = 1,609 km.)

La mise en œuvre de la technique τ conduit ici à écrire simplement :

$$v = 95 \text{ mi/h} = \frac{95 \text{ mi}}{1 \text{ h}} = \frac{95 (1609 \text{ m})}{3600 \text{ s}} \approx 42,5 \text{ m/s.}$$

Pourtant, même si elle conduit ainsi à la réussite empirique, et aussi « simple » soit-elle, cette technique risque fort, aujourd'hui, de susciter quelque résistance chez nombre de professeurs de mathématiques, à qui cette manière de faire apparaîtra peut-être comme une simple « recette dépourvue de sens ». C'est poser là une partie du problème *technologique*, en constatant l'inexistence d'un « discours sur la technique » bien diffusé en cette institution et

¹ La citation est extraite de la conférence de presse ministérielle du 27 février 2001. C'est moi qui souligne.

qui prenne en charge l'exigence d'intelligibilité et de justification formulée en creux dans la résistance évoquée. On notera à cet égard qu'une telle technologie « manquante » – de même que les éléments théoriques plus ou moins affleurants en elle – ne doit pas être imaginée comme une construction à l'épreuve des dernières exigences de la plus haute science. Comme tous les autres éléments constitutifs des praxéologies, les technologies migrent dans l'espace social par *transposition* d'institution à institution : toute technologie, toute technique ou toute théorie a donc pour premier mérite d'exister en un cadre institutionnel donné. Ce qui manque, ici, c'est donc un bloc technologico-théorique *pour les professeurs* et, au-delà, *pour l'enseignement secondaire des mathématiques* (ce qui n'est pas tout à fait la même chose). Longtemps il exista ainsi, dès les premières années de notre enseignement secondaire, une « *théorie des grandeurs* », c'est-à-dire une praxéologie relative au calcul des grandeurs, où l'on se contentait de définir les grandeurs comme « tout ce qui peut être augmenté ou diminué, comme la largeur d'une route, la durée d'un trajet, la vitesse d'un véhicule, le nombre des feuillets d'un livre, etc. » (Chevallard et Bosch 2001). À cet égard, l'existence d'une technologie *savante* idoine ne saurait être *qu'un point de départ* dans la construction d'une technologie adéquate aux besoins de l'enseignement secondaire, et non un point d'arrivée².

Revenons au problème du professeur : en dernière instance, le *type* de tâches T auquel celui-ci doit faire face peut être énoncé ainsi : « enseigner un thème mathématique donné ». Ce qu'il faut entendre par « thème mathématique » peut désormais être précisé : il s'agit d'une *organisation praxéologique de nature mathématique*, soit ce qu'on nommera, pour faire court, une *organisation mathématique*. Bien entendu, on rencontre avec l'étiquette « mathématique » le même problème qu'avec l'appellation « savoir » : telle institution verra une entité mathématique (ou en très grande partie mathématique) là où telle autre se refusera absolument à un tel aveu ; et cette ligne de fracture pourra, à tel moment de son histoire, traverser une même institution. Cela noté, on doit un peu retoucher la formulation retenue : « enseigner une organisation mathématique donnée ». Car, sous son allure figée, le verbe *enseigner* est fortement polysémique. Or cette polysémie institutionnelle est partie intégrante du problème du professeur. On adoptera donc une troisième formulation, qui rende sensible la relative indétermination, ou plutôt la sous-détermination, du type de tâches qui est la raison d'être du professeur de mathématiques : *mettre en place*, dans une classe de collège ou de lycée, une certaine *organisation de savoir* « mathématique ». Notant T_π ce type de tâches, on dira alors que le problème praxéologique du professeur de mathématiques est de construire une praxéologie $[T_\pi/\tau_\pi/\theta_\pi/\Theta_\pi]$, c'est-à-dire d'apporter une réponse $R_\pi = [T_\pi/\tau_\pi/\theta_\pi/\Theta_\pi]$ à la question Q_π : comment accomplir une tâche t_π du type T_π ? De même qu'on a parlé d'organisation mathématique, on nomme ici *organisation didactique* une praxéologie de la forme $[T_\pi/\tau_\pi/\theta_\pi/\Theta_\pi]$. L'objet de l'étude amorcée ici est donc la question des *organisations didactiques possibles* dans l'enseignement secondaire des mathématiques, ou, en d'autres termes, de *l'écologie scolaire des organisations didactiques en mathématiques*.

2. MOTIVATION ET ENGAGEMENT DIDACTIQUE

On aura remarqué une apparente divergence entre l'entrée en matière et la conclusion des développements précédents. « En dernière instance », a-t-on noté *in fine*, le professeur de mathématiques a mission de réaliser des tâches d'un type *unique*, T_π . Or, comme on l'avait implicitement reconnu en se demandant « quels *types de tâches* » un professeur doit accomplir, il est clair que la *praxis* du professeur se déploie en une vaste pluralité de types de tâches, dont le débutant va devoir peu à peu reconnaître l'insoupçonnée diversité. Les deux

² Pour une présentation transitionnelle, voir Chevallard et Bosch 2002.

points de vue ne sont, bien entendu, nullement antinomiques. C'est *en dernière instance* que la *praxis* professorale se ramène à l'unique type de tâches T_π . En un autre sens, tout au contraire, le type de tâches T_π *se déploie* en une multiplicité de types de tâches $T_\pi^{(k)}$. D'une manière générale, un type de tâches T naît, au sein d'une institution donnée, parce qu'il y est appelé par une technique τ^* relative à un type de tâches T^* « préalable », en ce sens que la mise en œuvre de la technique τ^* conduit à accomplir des tâches $t \in T$. Ce « forçage » de T par τ^* peut être noté $[T^*/\tau^*/\theta^*/\Theta^*] \searrow T$ ou encore $T \nearrow [T^*/\tau^*/\theta^*/\Theta^*]$, ou, par un abus de notation qu'il faut strictement contrôler, $T^* \searrow T$ ou $T \nearrow T^*$. On dit alors que $[T^*/\tau^*/\theta^*/\Theta^*]$ *motive* T ou que T *est motivé* par $[T^*/\tau^*/\theta^*/\Theta^*]$, et, par abus de langage, que T^* *motive* T ou que T *est motivé* par T^* . Cette définition s'étend aussitôt : on dira plus largement que T^* *motive* T dans une institution donnée s'il existe des types de tâches $T_1, T_2, \dots, T_n$ tels que l'on ait : $T^* \searrow T_1 \searrow T_2 \searrow \dots \searrow T_n \searrow T$. Le type de tâches T_π motive ainsi, de manière directe ou indirecte, une immense diversité de types de tâches $T_\pi^{(k)}$: on retrouve alors la cohérence qui avait semblé se dérober plus haut.

La « *compression* » du système $(T_\pi^{(k)})_{k \in I}$ en l'unique type de tâches T_π . et, inversement, le « *déploiement* » de T_π en le système $(T_\pi^{(k)})_{k \in I}$ de types de tâches sont, si l'on peut dire, le problème ! Le professeur débutant ne perçoit guère, au-delà de T_π , le système $(T_\pi^{(k)})_{k \in I}$, qu'il va découvrir peu à peu. Le professeur averti, lui, connaît par familiarité institutionnelle le système $(T_\pi^{(k)})_{k \in I}$ qui s'impose à lui ; mais souvent il n'en perçoit qu'imparfaitement la *motivation* par T_π . Avec le temps, au fil des décennies qui composent une carrière, cette perception risque de s'affaiblir jusqu'à faire recevoir les nouveaux types de tâches qui viennent s'intégrer à $(T_\pi^{(k)})_{k \in I}$ de loin en loin comme *non motivés* par T_π , voire comme totalement immotivés. À la limite, le vétéran sert un métier qu'il vit – parfois même qu'il vit bien – comme plus ou moins fortement *dissocié*, et non comme ordonné – « comme autrefois » – à une mission *unique*.

Une grande partie du problème du professeur se trouve là : le système $(T_\pi^{(k)})_{k \in I}$ des tâches professorales n'est ni fixé une fois pour toutes, même à l'échelle d'une carrière, ni entièrement prédéfini ; il varie en synchronie, dans l'espace des institutions didactiques, mais il varie aussi en diachronie, dans l'histoire des institutions didactiques. À cet égard il existe, dans la pléthore de commentaires sur le fait scolaire, une interrogation apparemment taboue : y a-t-il, en matière d'enseignement, un *progrès*, comme il y a un progrès en matière médicale ? Même si tout gain de lumière engendre ses ombres spécifiques, on répondra sans ambiguïté à cette question interdite : oui, il y a eu et *il y a progrès en matière d'enseignement* – progrès retardé, progrès fragile, mais progrès ! Pour étayer cette affirmation, on prendra la question sous l'angle de *l'engagement didactique*, notion que l'on peut préciser ainsi. Soit X un collectif de personnes ayant à *étudier* un thème θ , et Y un collectif d'*aides* à l'étude de θ : le tout forme un *système didactique* $\mathcal{S} = S(X ; Y ; \theta)$. La question cruciale est alors : *que peut faire Y pour X ?* Jusqu'où les aides à l'étude $y \in Y$ peuvent-ils aller, et, du moins, *jusqu'où vont-ils*, dans l'aide apportée aux *étudiants* $x \in X$? Jusqu'où, en d'autres termes, va *l'engagement didactique* des aides à l'étude à l'endroit des étudiants à propos du thème θ ? Toute réponse détermine un système spécifique de types de tâches $(T_\pi^{(k)})_{k \in I}$.

Un élément de réponse classique, qui reste dominant dans de larges pans de notre système éducatif, est le suivant : l'un des aides à l'étude fait aux « étudiants » un *exposé* sur le thème à étudier ; en d'autres termes, pour aider x à étudier θ , y *parle* à x *de* θ – d'une manière généralement construite, systématique, rigoureuse autant qu'il est possible ou utile, et non quelquefois sans une prétention d'exhaustivité. En tel type de systèmes didactiques $S(X ; Y ; \theta)$, c'est à cela que peut se *limiter* ce que « y peut faire pour x ». Comme toujours, cet élément de réponse détermine des formes *d'excellence didactique* : on peut être plus ou moins habile,

plus ou moins solide, dans l'acte d'exposé. En ce sens, Maurice Fréchet (1878-1973) était, dit-on³, fort mauvais « pédagogue », se montrant même incapable d'exposer clairement ses propres découvertes. De même Arnaud Denjoy (1884-1974), dont ses auditeurs disaient : « Il pense A, dit B, écrit C » (Andler 1994, p. 369). À l'opposé, Panouftiy Lvovitch Tchebichev (1821-1894) maîtrisait superbement cet exercice, comme l'indique cette description due à un de ses anciens élèves, Constantin Possé :

As a teacher Chebyshev was extraordinarily precise in his habits ; he was rarely absent, was never late, but on the other hand did not remain one minute after the time – even if he had to interrupt the lecture in the middle of a sentence. If he did not finish an argument, he took it up from the beginning at the next lecture, provided that this lecture did not immediately follow the preceding one. He prefaced each derivation, no matter how simple, with an explanation of his goal and an outline of the main ideas. He almost never verbalized his derivations so that the students would have to follow him visually rather than orally. Derivations were carried out quickly and in great detail, so that his arguments were easy to follow. During the lectures Chebyshev would often digress from the systematic course, present his views and the views of other mathematicians on questions discussed during the lectures, and explain their relative importance and interconnections with other problems. These digressions enlivened the class, relaxed the students somewhat, and excited their interest. Chebyshev's courses were not superficial, but profound, and at the same time accessible and easy to understand. (cité in Adams 1974, pp. 77-78)

Le *professeur* – car c'est d'un professeur qu'il s'agit en l'espèce – aide les étudiants, ici, par un *cours magistral*, forme d'aide didactique qu'on nomme toujours, en anglais, *lecture*, le vocable *lecturing* étant défini de manière significative en tel dictionnaire par ces mots : « *teaching by giving a discourse on some subject* ». Entre cours à la française et *lecture* britannique il est, bien sûr, de subtiles différences, que, non sans causticité, Antoine-Augustin Cournot (1801-1877) croquait ainsi en comparant le *lecturer* britannique avec le professeur français de l'enseignement supérieur :

Le lecteur anglais parle lorsqu'il a quelque chose à dire, il se tait dès qu'il a fini et cède la place à son successeur... Le professeur français est institué à perpétuité ; il parle régulièrement deux fois par semaine... Il parle lorsqu'il a quelque chose à dire ; quand il n'a rien à dire il parle encore ; car le règlement l'y contraint. (cité in Mayeur 1981, p. 430)

Mais le cours n'est évidemment pas la seule forme d'aide possible, même si elle fut longtemps la forme emblématique. Dans les pays anglo-saxons, ainsi, la *lecture* s'oppose classiquement au *seminar*, comme le rappelle implicitement cet exemple de dictionnaire : « *I attended practically every lecture and seminar when I was a student* ». Un autre dictionnaire donne du mot la définition attentive que voici :

- a) A small group of advanced students in a college or graduate school engaged in original research or intensive study under the guidance of a professor who meets regularly with them to discuss their reports and findings.
- b) A course of study so pursued.
- c) A scheduled meeting of such a group.

En vérité, ce *dispositif didactique* tellement différent du cours (ou de la *lecture*) qu'est le séminaire ne se mit en place que fort lentement dans notre enseignement supérieur, comme le rappellent les notations suivantes :

Dans les dernières décennies du XVIII^e siècle et les premières du XIX^e siècle, il existait deux formes d'enseignement des lettres classiques en Allemagne : les cours et les séminaires. Les cours étaient bien sûr tout à fait traditionnels. [...] Les séminaires ont constitué une innovation. Inspirés des séminaires théologiques, ils n'exigeaient pas de formation poussée du point de vue des techniques de recherche. Les figures marquantes des séminaires de la fin du XVIII^e siècle – Heyne à

³ D'après Gustave Choquet (communication personnelle).

Göttingen, Wolf à Halle, Hermann à Leipzig – avaient pour principal objectif de former des professeurs (exactement comme les théologiens qu'ils imitaient avaient pour tâche de former des pasteurs). Dans ces séminaires, une dizaine d'étudiants se rencontraient une à deux fois par semaine pour apprendre à expliquer un texte comme ils le feraient dans une salle de cours. [...] De tels exercices, menés devant un auditoire bien préparé et doté de compétences critiques, devaient non seulement stimuler les esprits et développer les savoirs, mais aussi « mieux préparer les jeunes gens à assumer des postes d'enseignement ». (Grafton 2000, p. 27)

À l'instar d'autres dispositifs, le séminaire est ici voué à un type *bien déterminé*, repris à satiété, de tâches d'étude, qu'il permet de faire vivre *spécifiquement*. On retrouve une telle relation élective en une autre structure de formation qui relève du genre « séminaire » mais dont le nom peut d'abord égarer – la « *conférence* » pratiquée à l'École normale supérieure à la fin du XIX^e siècle, où l'on voit s'introduire progressivement la dimension de recherche qui faisait originellement défaut :

Il ne s'agit pas à proprement parler d'un cours, mais bien plutôt de ce que nous appellerions aujourd'hui une séance de travaux dirigés. Certes, le professeur peut commencer l'année par plusieurs leçons générales (il y en eut de célèbres) ; mais c'est pour céder ensuite la parole aux élèves, qui, tour à tour, font des explications et des exposés sur les sujets les plus divers, avec reprise du maître. Le petit nombre des auditeurs, surtout aux conférences d'agrégation (quatre ou cinq en philosophie, pas davantage en histoire), a permis aussi, sous de bons maîtres, une excellente initiation à la recherche : tous les élèves, devant faire des exposés dans les différentes matières du plan d'études, pouvaient tester leurs aptitudes, enrichir leurs centres d'intérêt, découvrir des livres et des méthodes. Ces recherches personnelles aboutissaient, en deuxième année, entre les soucis de la licence et les angoisses de l'agrégation, à la rédaction de véritables mémoires (les « définitifs »), qui servirent de modèle au diplôme d'études supérieures de 1894. (Albertini 1994, p. 43)

Le dispositif de la conférence permet un engagement didactique plus prononcé que le cours seul. L'exemple suivant, qui a trait à la création par Émile Boutmy (1835-1906), en 1872, de l'École libre des sciences politiques l'illustre clairement⁴ :

Les cours, plus nombreux, furent répartis en deux sections, diplomatique et administrative. Boutmy adopte alors le système pédagogique des « conférences » qu'ignoraient encore les facultés, mais déjà en usage aux Hautes Études. Aux cours le développement des grands traits, des grandes idées, aux conférences l'approfondissement, l'explication des textes ou la démonstration pratique : « si Paul Leroy-Beaulieu devait dans son cours exposer le système de l'administration financière, il avait à montrer dans ses conférences comment on prépare un budget ou un impôt ». (Mayeur 1981, p. 449)

Il faut bien sûr retoucher un peu l'affirmation faite plus haut quant à l'existence d'un progrès en matière d'aide à l'étude. *Ajouter* la conférence ou le séminaire au cours magistral, c'est, du point de vue de ce que « y peut faire pour x », *un progrès incontestable*. Cette conclusion, toutefois, voit sa signification limitée par ce qui est de manière tout aussi incontestable un trait d'immaturité scientifique du champ éducatif : l'attente d'un dispositif « miracle », d'une panacée didactique qui rendrait *inutiles* tous les dispositifs connus jusque-là : c'est ainsi que, dans l'enseignement secondaire français des mathématiques, le « cours magistral » d'autrefois a été, depuis deux décennies, non pas *complété*, mais tendanciellement *remplacé* par des dispositifs didactiques s'inscrivant dans la filiation de la « conférence ». Ce qui reste incontestable, toutefois, c'est que, dans le passage de la *lecture* au *seminar*, le niveau d'engagement didactique du « professeur » *croît*, en même temps que son territoire s'étend.

⁴ L'institution en question n'est autre que l'ancêtre de l'Institut d'études politiques de Paris, appelé familièrement « Sciences Po ». La citation incluse dans le passage cité est extraite de P. Rain, *L'École libre des sciences politiques*, Paris, 1963. Paul Leroy-Beaulieu (1843-1916) était un économiste libéral français, fondateur de *l'Économiste français* (1873) ; son ouvrage *La question ouvrière* (1872) fut l'une des sources d'Émile Zola pour la rédaction de *Germinal* (1885).

Le cours magistral suppose que l'essentiel du travail d'étude est à *la charge de l'étudiant*, et doit être conduit par lui *en autonomie didactique* relative. Lorsque, à côté du cours magistral, apparaît le séminaire, une partie du travail didactique potentiellement assigné à l'étudiant se trouve pris en charge par le « responsable » du séminaire en ce qui concerne sa *conception*, et cogéré avec les étudiants pour ce qui est de sa *réalisation*. Mais le progrès de l'engagement didactique se réalise aussi sur un autre plan : avec le dispositif d'étude, c'est en effet souvent *l'objet d'étude* lui-même qui change. L'aide apportée n'a pas seulement une *forme* différente : son *contenu* est lui-même neuf. En 1872, Paul Leroy-Beaulieu ne pouvait ainsi se satisfaire d'aider les élèves de la naissante École libre des sciences politiques à se rendre capables d'expliciter en un discours « le système de l'administration financière » : encore devait-il les aider à maîtriser la manière dont « on prépare un budget ou un impôt », ce qui, bien entendu, est autre chose que de restituer un discours même pauvrement structuré.

D'une manière générale, ce qui est ainsi en cause, c'est le *topos* de l'étudiant ou de l'élève, soit l'ensemble des *gestes d'étude* que celui-ci aura à accomplir en autonomie didactique. Le *topos* varie en fonction du type de dispositif d'étude – cours ou travaux dirigés par exemple – et du type d'objet d'étude – selon qu'il s'agit d'une technique ou d'un pur discours technologique par exemple. Ce *topos*, immense, risque fort de n'être pas investi par son occupant désigné, l'étudiant, quand toute l'aide à l'étude se réduit à un cours magistral : car le cours achevé, l'étudiant a en principe en charge *la totalité des gestes de l'étude* qui lui permettront, idéalement, de « mettre en place » pour son propre compte l'organisation de savoir dont le cours a fait une présentation plus ou moins complète et lumineuse.

Le *topos* de l'étudiant varie aussi selon ce à quoi l'institution d'enseignement prétend reconnaître que l'étudiant *sait*, point au-delà duquel, par définition, la responsabilité didactique n'a plus d'objet. Ainsi a-t-on pu user et abuser de l'exigence de restitution d'un pur discours comme moyen de limiter l'engagement didactique de l'enseignant, et, du même coup, de l'enseigné. À cette exigence réputée rustaude de pure et simple « *mémorisation* » discursive, on oppose aujourd'hui fortement – c'est l'une des « valeurs » les plus entêtantes de la culture professorale actuelle – l'exigence de « *compréhension* » de l'objet étudié, exigence jamais tout à fait satisfaite, toujours susceptible d'appeler un « supplément d'enquête » de l'examineur à l'endroit de l'étudiant, et un « supplément d'enquête » *de la part* de l'étudiant à l'endroit de l'objet « à comprendre ». De ce déplacement « moderne » du critère d'apprentissage, l'effet le plus net est de laisser indéfiniment ouverte la question de la responsabilité de qui aide à étudier et de qui étudie en installant une pédagogie du soupçon là où régnait une pédagogie petitement mais sagement béhavioriste. Bien entendu, cette pédagogie du soupçon a aussi le mérite de pousser à multiplier les gestes de l'étude, avec l'espoir de déjouer ainsi les mille ruses, apparentes ou réelles, de l'incompréhension aux mille visages.

Le souci du *topos* de l'étudiant, dont la forme scientifiquement la plus élaborée est l'attention portée au *milieu* « *adidactique* », n'est jamais absent, même lorsque le dispositif didactique utilisé semble régler la question par sa nature même. Dans un cours magistral, ainsi, on peut volontairement laisser dans une certaine opacité certains éléments que l'étudiant devra – telle est en principe la raison de cette « feinte » – porter par lui-même à la pleine lumière, en ne comptant alors que sur ses propres forces didactiques. Henri Wallon, rappelait René Zazzo, lui donna un jour le conseil, « fort significatif pour lui », « de ne rien souligner dans [ses] écrits, de ne rien mettre en valeur par emploi d'italiques ou de tout autre façon » (Zazzo 1975, p. 6), afin de ne pas limiter la liberté du lecteur et d'éviter de fixer une fois pour toutes le mouvement de la pensée. Cette « feinte wallonienne » peut être généralisée : dans son cours à l'École d'été 1995, Guy Brousseau a ainsi magistralement explicité, sous le nom de « contrats », toute une palette de *principes de partage de la responsabilité didactique* – depuis les contrats « non didactiques » jusqu'aux contrats

« fortement didactiques » – que le professeur a, en principe, à sa disposition au moment où il envisage de « faire la classe », et dont le « choix » détermine fortement les grandes masses de son activité en même temps qu'elle lui permet de modeler finement le système des types de tâches qu'il aura à accomplir. Sans entrer dans le riche détail des variations contractuelles ainsi *théoriquement* possibles (Brousseau 1996), on soulignera ici une contrainte essentielle à leur mise en œuvre, qui limite *pratiquement* la liberté des choix professoraux. Ainsi qu'on l'a noté plus haut, les tâches des types $T_{\pi}^{(k)}$ sont pour beaucoup *coopératives* : dans leur accomplissement, le professeur a pour partenaires indépassables les *élèves* de la classe. Pour quelques-uns de ces types de tâches, même, les *parents*, et plus largement tels ou tels membres de la « communauté éducative », apparaissent comme des acteurs dont la coopération est consubstantielle à l'accomplissement des tâches du type en question. Or il se peut que ces partenaires des types de tâches $T_{\pi}^{(k)}$ ne puissent ou ne veuillent entrer dans de telles pratiques, ou même s'y opposent, parce qu'elles leur paraissent immotivées, voire « contre-motivées », ou parce que d'autres contraintes, bien installées, font obstacle à leur assujettissement – libre ou imposé – aux praxéologies didactiques correspondantes.

À cet égard déjà, s'il est apparu relativement facile de *juxtaposer*, au sein d'une même institution de formation, *cours* et *séminaires* (ou *conférences*), qui peuvent exister indépendamment les uns des autres, il s'est révélé beaucoup plus ardu de coupler *cours magistral* et *travaux dirigés*. En 1951, Richard Feynman (1918-1988), qui recevra le prix Nobel de physique en 1965, qui devait donner, dans une école d'ingénieurs brésilienne, « une série de cours sur les méthodes mathématiques de la physique », fut ainsi confronté à une situation imprévue :

J'ai été étonné de constater que sur les quatre-vingts étudiants qui assistaient au cours, il n'y en ait pas plus de huit qui m'aient rendu le premier devoir que je leur avait donné à faire. J'ai alors consacré tout un cours à expliquer qu'il fallait faire des exercices, s'entraîner, et qu'il ne suffisait pas d'être là à me regarder faire. À la fin de l'heure, les étudiants sont venus me trouver en délégation pour m'expliquer que je me méprenais totalement sur leur niveau, que compte tenu de leurs études antérieures ils étaient tout à fait capable de comprendre sans faire les exercices... (Feynman 1985, pp. 242-243)

On assiste là au choc de deux mondes didactiques : dans l'un, moderne, et apparenté au monde savant, l'objectif de l'étude est la capacité à résoudre des *problèmes* ; dans l'autre, l'objectif est la capacité à maîtriser formellement un discours technologico-théorique. Corrélativement, les sujets de l'un et l'autre mondes n'attribuent pas les mêmes *fonctions* aux *structures* mises en œuvre – cours et problèmes. Dans un monde où la science peut « se mettre en cours » *sans reste*, les problèmes et exercices sont là *pour aider à comprendre le cours*, qui est l'alpha et l'oméga de l'étude. Ils sont donc inutiles à ceux qui ont compris, sinon pour vérifier qu'ils ont compris ; mais dans le cas de ces élèves ingénieurs brésiliens, la chose est supposée sûre du fait même de leur cursus antérieur ! Par contraste, dans le monde savant où se situe Feynman, la résolution de certains types de problèmes est *l'objet même du savoir* qu'il est chargé de transmettre : le « cours » pris seul n'est alors plus qu'une *partie* presque inessentielle de l'affaire. Ce choc entre les praxéologies didactiques électivement constituées autour du seul cours magistral et les dispositifs à la fois modernes et de filiation savante que sont la « conférence », le séminaire, les travaux dirigés n'était pas, à cette époque, l'apanage du monde académique brésilien ! À cet égard, dans la préface de 1978 à son livre *Number Theory for Beginners*, André Weil (1906-1998) raconte par exemple ceci :

In the summer quarter of 1949, I taught a ten-weeks introductory course on number theory at the University of Chicago ; it was announced in the catalogue "Algebra 251". What made it possible, in the form which I had planned for it, was the fact that Max Rosenlicht, now of the University of California at Berkeley, was then my assistant. According to his recollection, "this was the first and last time, in the history of the Chicago department of mathematics, that an assistant worked for his

salary”. The course consisted of two lectures a week, supplemented by a weekly “laboratory period” where students were given exercises which they were asked to solve under Max’s supervision and (when necessary) with his help. This idea was borrowed from the “Praktikum” of German universities. Being alien to the local tradition, it did not work out as well as I had hoped, and student attendance at the problem sessions soon became desultory. (Weil 1985, p. v.)

Le système $(T_{\pi}^{(k)})_{k \in I}$ des tâches professorales qui va se mettre en place et qu’on pourra effectivement observer sera ainsi la résultante *d’un très grand nombre de contraintes*, qui déterminent *l’écologie du didactique* dans l’institution (ou la famille d’institutions) considérée.

3. STRUCTURES & FONCTIONS : LES MOMENTS DE L’ETUDE

Un professeur de mathématiques découvre à sa première rentrée un monde pléthorique, où un grand nombre de choix ont d’ores et déjà été faits à son insu ou, du moins, sans qu’il ait été partie prenante de ces choix : ainsi du manuel, choisi quelques années avant par une équipe de professeurs dont, peut-être, une large fraction aura depuis disparu de l’établissement. Bien entendu, de tels choix n’ont d’intérêt que s’ils pèsent de manière significative sur le système $(T_{\pi}^{(k)})_{k \in I}$ et, à travers lui, sur le « rendement » en termes d’apprentissage pour un coût institutionnel et personnel donné. Le problème est qu’on ne peut guère apprécier ce supposé « rendement » tant qu’on ne sait pas préciser *de quoi* il y a rendement, c’est-à-dire *quelle est l’organisation didactique* dont on examine le rendement. La capacité à *décrire de manière pertinente* une organisation didactique est donc ici le problème. Cette puissance descriptive dont les travaux des didacticiens concourent à doter la didactique des mathématiques n’a que peu à voir, il est bon de le souligner, avec les moyens descriptifs et analytiques que s’accorde aujourd’hui « la profession » – la corporation des professeurs de mathématiques de l’enseignement secondaire français. Dans le premier cas, la modélisation à poursuivre doit être capable de mettre en débat, au moins au plan scientifique, l’ordre scolaire régnant. Dans le second cas, elle doit d’abord permettre, non de changer cet ordre, mais de s’y référer afin d’y agir. On retrouve ici un autre trait du sous-développement actuel de l’École telle que l’histoire l’a constituée : nombre de contraintes qui y prévalent sont vécues par les acteurs de l’École comme *des exigences de nature*, sans que la conceptualisation « indigène » permette, sauf par hasard, d’analyser ce que Pierre Bourdieu a nommé « *l’inconscient scolaire* » (Bourdieu 2000, p. 4), sans même qu’un travail codisciplinaire y soit systématiquement encouragé pour permettre « l’effet d’*estrangement* [...] qui est une des conditions sinon de la découverte de l’inconscient, du moins de la découverte de son existence et de sa puissance »⁵. Tout enseignant, même débutant, perçoit pourtant immédiatement, par exemple, qu’il n’est pas équivalent, du point de vue de l’engagement didactique, de disposer régulièrement de séances en classe de *deux* heures (sans parler de séances de trois heures !), ou de ne pouvoir jamais conduire que des séances *d’une* heure (en vérité, au mieux, de 55 minutes). Or les séances de classe étaient de *deux* heures au XIX^e siècle : c’est la réforme de 1902 qui imposa les séances de classe *d’une* heure dans le premier cycle de l’enseignement secondaire (et l’imposa pratiquement dans le second cycle, où elle n’était officiellement que recommandée). À l’époque, cette mesure souleva un tollé, mais pour des raisons qui n’étaient que lointainement d’écologie *didactique*, comme le rappelle un historien contemporain de la réforme :

⁵ Bourdieu évoque dans le même passage les mécanismes présidant à la formation des cités antiques, qui, « en rapprochant des tribus et des traditions séparées, forçaient à découvrir que tant de choses dont on croyait qu’elles étaient ce qu’elles étaient “par nature” (*phusei*) n’étaient telles que “par la loi” (*nomô*), c’est-à-dire en vertu de l’arbitraire d’une tradition parmi d’autres ».

La classe d'une heure, maladroitement appliquée au début, obligea les professeurs à venir au collège beaucoup plus souvent ; on leur confia aussi la surveillance des élèves pendant les récréations de cinq minutes qui séparaient les classes, et une tâche de ce genre ne leur souriait guère. (Weill 1921, p. 218)

En arrivant comme professeur dans un établissement où il aura pu être lui-même élève quelques années auparavant, le jeune professeur trouvera ainsi un grand nombre de *dispositifs tout faits*, qui auraient pu être autres qu'ils ne sont, mais dont il ne pourra guère faire, à lui seul, qu'ils deviennent autres, et, surtout, dont, sauf exception, il ne s'autorisera pas même à *penser* qu'ils puissent être autres qu'ils ne sont. À titre d'illustration de cet inventaire critique indéfiniment à reprendre des structures que l'École impose sans mot dire à ses servants, notons que, longtemps dans la pratique scolaire, le terme de *copie* fut employé au sens strict : au XIX^e siècle, « tout devoir remis au professeur est une “copie”, c'est-à-dire la reproduction exacte sur une feuille d'un texte écrit sur le cahier ; et le maître est en principe tenu de veiller à l'identité des deux textes, ce qu'il ne fait d'ailleurs qu'exceptionnellement » (Chervel 1998, p. 59). La disparition de cette pratique a fait de « copie » un mot opaque du jargon scolaire, dont l'opacité *n'est pas même interrogée*. Surtout, en obligeant l'élève à se séparer radicalement du fruit de son travail (la « copie », qui est désormais *l'original lui-même*), l'évolution des *pratiques* et, de manière corrélée, des *technologies* didactiques qui les soutiennent a engendré une certaine forme d'aliénation, l'élève devenant un peu plus étranger à ce qu'il produit, dont il n'assure la production que pour devoir s'en séparer aussitôt⁶. Parmi les effets observables de cet état de choses, on notera la tendance chez nombre d'élèves et d'étudiants à vivre l'obligation de « remettre une copie » comme purement externe, « instrumentale » pour le professeur (qui doit bien évaluer, noter, etc.), mais non comme un *moyen d'étudier, de se former, d'apprendre*, ce qui est évidemment *la raison d'être de l'original, non bien sûr de la copie* (au sens strict du mot). Du même mouvement, l'idée toute simple que la « copie » remise au professeur, et qui en reçoit les annotations, *n'est pas terminale*, qu'elle n'est qu'un état provisoire d'un travail que l'aide apportée par le professeur « correcteur » permettra d'améliorer est très improbable dans le système scolaire que l'histoire nous a légué, alors qu'elle est banale partout ailleurs ou presque dans les pratiques sociales d'écriture non strictement privée.

Le professeur débutant est donc voué, si rien n'y est fait, à regarder le monde scolaire comme *allant de soi* : inversant l'ordre des raisons, il va entrer dans un monde vécu par lui comme saturé de « *structures* » – l'heure de classe, l'heure en demi-groupe, la séance d'aide individualisée, le devoir à la maison, etc. – dont les « *fonctions* » ne sont plus nettement lisibles et ne l'ont peut-être jamais été. Son abord de l'enseignement sera donc structurel avant d'être fonctionnel. Que dois-je leur donner en DM ? Que vais-je leur faire faire en activité ? Que vais-je faire en module ? Ce n'est que peu à peu, et de manière toujours incertaine, qu'il s'interrogera sur l'exploitation fonctionnelle possible des structures imposées, comme le montrent les questions suivantes, recueillies auprès d'élèves professeurs de deuxième année⁷ :

- Puis-je faire une interrogation écrite sur le cours de 10 minutes à toutes les séances pour les obliger à apprendre le cours ?
- Dans un DS, peut-on donner un exercice sur un chapitre déjà évalué ?

⁶ Cette aliénation est si consubstantielle à la culture scolaire que, à l'Université, l'étudiant conservera longtemps l'habitude de confier au professeur *l'original de son travail*, même dans les cas où cette pratique est aux antipodes de l'usage social (on ne se défait pas de l'original d'un rapport, d'un compte rendu, d'un mémoire).

⁷ Les abréviations employées dans ce passage sont les suivantes : DM, devoir à la maison ; DS, devoir surveillé ; AI, aide individualisée.

- Durant quel type de séance doit-on corriger les DS (cours en classe entière, modules) ? Comment organiser cette correction ?
- Peut-on (même si c'est interdit par les textes) prendre toute la classe en AI pour faire la correction ?

Une structure didactique donnée (DM, module, AI, etc.) a été conçue, de manière certes souvent peu solide et en tout cas peu lisible, pour permettre au professeur de prendre en charge des fonctions didactiques *déterminées*. L'utilisation « irrégulière » de tel dispositif (« corriger un DM en AI », par exemple) risque de faire que les fonctions visées ne seront plus assumées : si l'on corrige les devoirs en AI, où apportera-t-on aux élèves les plus démunis l'aide à l'étude particulière qu'ils nécessitent ? Le professeur novice, découvrant les dispositifs didactiques imposés, voudra les faire fonctionner à toute force, au risque d'en provoquer le dysfonctionnement, selon un mécanisme qui diffèrera d'autant le repérage des fonctions didactiques à assumer. Par contraste, l'abord fonctionnel du problème praxéologique devrait se manifester à travers une succession hiérarchisée de questions. Que dois-je *faire* ? Quels *dispositifs* puis-je utiliser pour cela ? Mon choix de dispositifs est-il *optimal* ? Quelles fonctions didactiques *favorise-t-il* ? Au *détriment* de quelles fonctions didactiques éventuelles cela se fait-il ? En vérité, le professeur averti, qui a identifié au moins certaines des fonctions didactiques qu'il entend assumer, ne devra pourtant pas moins que son jeune collègue faire avec les structures « données » : l'implémentation des fonctions didactiques est ainsi presque toujours le fruit d'un « *bricolage* » de l'existant.

En première approximation, décrire une organisation didactique (relative à un thème mathématique θ), c'est répondre à une double question : *quelles fonctions* didactiques assure-t-elle (point de vue fonctionnel), et *comment* (point de vue structurel) ? On ne saurait évidemment s'attendre à ce que la mise en place d'une organisation mathématique donnée soit elle-même organisée d'une manière fonctionnellement uniforme, par une prise en charge analogue des mêmes fonctions didactiques. D'où l'idée de s'appuyer sur l'observation suivante : quel que soit le cheminement concret de l'étude, certains types de situations sont presque nécessairement présents au cours de l'étude, même s'ils le sont de manière très variable, tant au plan qualitatif qu'au plan quantitatif. Ce sont de tels types de situations qu'on appellera *moments de l'étude*, ou *moments didactiques*, parce qu'on peut dire que, quel que soit le cheminement suivi, *il arrive forcément un moment* où tel geste d'étude devra être accompli : où, par exemple, l'étudiant devra *fixer* les éléments élaborés (moment de l'institutionnalisation) ; où, encore, il devra se demander *ce que vaut* ce qui s'est construit jusque-là (moment de l'évaluation) ; etc. La notion de moment ne renvoie qu'en apparence à la structure *temporelle* du processus d'étude : un moment, au sens donné à ce mot ici, est d'abord une *dimension* dans un espace multidimensionnel, un *facteur* dans un processus pluri-factoriel. Bien entendu, une saine gestion de l'étude exigera que chacun des moments didactiques se réalise *au bon moment*, ou, plus exactement, *aux bons moments* : car un moment de l'étude se réalise généralement *en plusieurs fois*, sous la forme d'une multiplicité d'épisodes éclatés dans le temps de l'étude. À cet égard, on notera que, même s'il peut être utile d'ordonner les différents moments didactiques (en parlant du premier moment, du deuxième moment, etc.), l'ordre indiqué est en fait largement arbitraire, parce que les moments didactiques sont d'abord une réalité fonctionnelle, et non pas chronologique, de l'étude.

Que sont alors les différents moments de l'étude ? On suppose, pour répondre, que l'organisation mathématique à mettre en place a la structure la plus simple possible : qu'elle est, à l'instar des organisations praxéologiques évoquées jusqu'ici, une organisation mathématique *ponctuelle*, $O = [T/\tau/\theta/\Theta]$, formée autour d'un unique type de tâches, T . Le tableau ci-après présente alors un modèle qui distingue *six moments de l'étude*, réunis en

quatre groupes, dans un ordre dont on a dit qu'il n'implique aucune consécution temporelle nécessaire. Pour chacun des groupes on a placé en outre, entre parenthèses, une traduction « structurelle », qui n'épuise en rien les dispositifs en lesquels les moments de l'étude correspondants peuvent se concrétiser, puisqu'il n'existe pas de relation univoque entre structures et fonctions⁸.

Groupe I (Activités d'étude et de recherche [AER])

1. Moment *de la (première) rencontre* avec T ;
2. Moment *de l'exploration* de T et *de l'émergence de la technique* τ ;
3. Moment *de la construction du bloc technologico-théorique* $[\theta/\Theta]$.

Groupe II (Synthèses)

4. Moment *de l'institutionnalisation*.

Groupe III (Exercices & problèmes)

5. Moment *du travail* de l'organisation mathématique (et en particulier *de la technique*).

Groupe IV (Contrôles)

6. Moment *de l'évaluation*.

On trouvera une présentation détaillée de l'ensemble des moments de l'étude dans un travail publié par ailleurs (Chevallard 1999). Retenons ici, simplement, que la manière dont une certaine organisation didactique $[T_\pi/\tau_\pi/\theta_\pi/\Theta_\pi]$ conduit à mettre en place une organisation mathématique $[T/\tau/\theta/\Theta]$ peut être analysée, en première approximation, en interrogeant la manière *dont elle réalise les différents moments de l'étude* à travers lesquels cette mise en place s'accomplit, l'un des objectifs d'une telle approche étant de n'écarter *a priori* aucune organisation de l'étude observable ou même concevable.

Dans la mise en place d'une organisation mathématique $[T/\tau/\theta/\Theta]$, il arrive ainsi un moment où le collectif d'étude – la classe – va rencontrer une tâche $t \in T$ qui sera, pour ce collectif en tant que tel, *problématique*. Cela ne signifie pas, on l'a suggéré, que cette rencontre est première *chronologiquement* : l'organisation de l'étude pourra ainsi, selon le schéma classique cours-TD, comporter en premier lieu une présentation magistrale du bloc $[\theta/\Theta]$, la rencontre avec T ne se faisant qu'à *la suite* d'un tel exposé. Plusieurs cas de figure peuvent au reste être recensés : la classe ne connaît pas même l'intitulé du thème θ dont l'étude est ainsi entreprise ; la classe connaît cet intitulé (« Le théorème de Pythagore ») mais, en tant que collectif d'étude, ne sait rien de plus à cet égard ; la classe a eu un « cours » sur le thème ; la classe a eu un cours sur ce thème l'année précédente, et il s'agit maintenant de *reprendre* l'étude de ce thème ; etc. Ces cas de figure ne sont évidemment nullement équivalents du point de vue didactique (et tout particulièrement du point de vue *adidactique*). Il n'en reste pas moins pourtant qu'un moment arrive où la classe rencontre un premier spécimen $t \in T$ (ou un premier groupe de spécimens $T_0 \subset T$). Or cette rencontre peut très généralement être modélisée ainsi : la classe est mise face à une *situation du monde* $s = \{\sigma ; \checkmark ; x, x', x'', \dots\}$ dans laquelle des *acteurs* x, x', x'' , etc., ont à accomplir une *tâche* $\checkmark$ relative à un *système* σ . Les acteurs de cette situation du monde peuvent être les élèves eux-mêmes, ou des personnages simplement évoqués, comme il en va dans les descriptions suivantes :

Tâche $\checkmark_1$. Un paysan, x , doit expédier un lot de 250 œufs dans des boîtes pouvant contenir chacune 6 œufs.

⁸ Ainsi la *correction* d'un exercice participe-t-elle en principe du moment de l'*institutionnalisation* au moins autant que du moment du *travail de l'organisation mathématique* – le *corrigé*, lorsqu'il existe, participant quant à lui de la *synthèse*.

Tâche ✓₂. Trois vacanciers, x, x', x'' , doivent se partager la somme de 860 F qui, à l'issue de leurs vacances, reste dans la caisse commune créée pour faire face aux frais quotidiens collectifs, et dans laquelle ils ont versé en tout, respectivement, 1900 F, 2100 F, 2200 F.

Tâche ✓₃. L'intendant d'un lycée, x , doit fabriquer une jauge pour la cuve à mazout de l'établissement, laquelle est une cuve cylindrique de 3 m de long et de 1,20 m de diamètre, reposant sur sa longueur, et comportant une ouverture sur sa partie supérieure.

Tâche ✓₄. Un étudiant en mathématiques, x , doit rédiger un mémoire sur la découverte des quaternions par William Rowan Hamilton (1805-1865).

Ce qui importe, s'agissant de la tâche ✓, c'est qu'elle relève d'un genre de tâches *culturellement connu des élèves*. Car ce qui est visé alors n'est pas – en général – que les élèves apprennent à accomplir des tâches du type de ✓. En réalité, la tâche ✓ « cache » et motive une tâche t « mathématique » d'un type T supposé problématique pour x, x', x'' , etc., et en tout cas *pour les élèves*, et qui surgit quand les acteurs de la situation du monde décident d'accomplir la tâche ✓ selon une certaine technique culturellement raisonnable pour les élèves. Ainsi en va-t-il dans les cas déjà évoqués avec les tâches suivantes :

Tâche t_1 . Le paysan x se demande combien de boîtes il doit se procurer.

Tâche t_2 . Les vacanciers x, x', x'' se demandent comment ils doivent se partager la somme restante de façon que chacun d'eux ait contribué également aux frais collectifs.

Tâche t_3 . L'intendant x se demande comment il doit graduer la baguette pour obtenir, par simple lecture, le volume de mazout contenu dans la cuve.

Tâche t_4 . Ayant trouvé dans sa documentation l'indication, donnée par Hamilton lui-même, que cette découverte eut lieu très précisément le 16 octobre 1843 – après plus de quinze années de recherches infructueuses –, l'étudiant x se demande quel jour de la semaine tombait le 16 octobre 1843.

Ce qui est demandé aux élèves, alors, est de résoudre le problème posé par la tâche t , c'est-à-dire de construire un bloc $[\tau/\theta]$ où τ est une technique permettant d'accomplir au moins quelques-unes des tâches d'un type T dont la tâche t relève, la technologie θ assurant qu'il en est bien ainsi. La tâche ✓ est la tâche *motivante*, la tâche t est la tâche *motivée* (ou *engendrée* par ✓). Il se peut bien entendu que l'on ait $t = \checkmark$: t est alors *auto-motivée*. Cela noté, le travail que, sous la direction du professeur, les élèves doivent accomplir peut être pensé comme consistant à élaborer un modèle μ du système σ , ce modèle étant bien entendu *en partie déterminé par la tâche t à accomplir*, comme l'illustrent les exemples suivants :

Modèle μ_1 . $250 = 6 \times 41 + 4$.

Modèle μ_2 . $\begin{cases} r+r'+r'' = 860 \text{ F} \\ 1900 \text{ F} - r = 2100 \text{ F} - r' = 2200 \text{ F} - r'' \end{cases}$

Modèle μ_3 . $v = \Phi(h) = 1080 \left[\arccos \left(1 - \frac{h}{60} \right) - \left(1 - \frac{h}{60} \right) \sqrt{1 - \left(1 - \frac{h}{60} \right)^2} \right]$, pour h mesuré en centimètres (avec $0 \leq h \leq 60$), avec v en dm^3 .

Modèle μ_4 . $\begin{cases} j = J - 7[J/7] \\ J = Q + [2,6M - 0,2] + A + [A/4] + [S/4] - 2S - (1+L)[M/11] \end{cases}$ où j est le numéro du jour dans la semaine compté de 0 à 6 du dimanche au samedi (de sorte que, par exemple, $j = 1$ correspond au lundi), S désigne le nombre formé par les deux premiers chiffres de l'année (par exemple 18, pour 1843), A le nombre formé par les deux derniers chiffres (43, pour 1843), M le numéro du mois compté de 1 à 12 de mars à février (pour octobre, par exemple, $M = 8$), Q le quantième du mois (16, pour la date du 16 octobre 1843), et où $L = 1$ pour une année bissextile, $= 0$ sinon (une année est bissextile si son numéro est divisible par 4, sauf s'il est divisible par 100, auquel cas il doit être divisible par 400).

Un travail adéquat du modèle μ permet alors d'accomplir la tâche t proposée :

Travail de μ_1 . L'égalité $250 = 6 \times 41 + 4$ montrer que 41+1 boîtes sont nécessaires.

Travail de μ_2 . La résolution du système conduit à $r = 120$ F, $r' = 320$ F, $r'' = 420$ F.

Travail de μ_3 . L'emploi de la formule $v = \Phi(h)$ et de celle qui s'en déduit pour $60 \leq h \leq 120$ conduit à dresser une table qui permettra à x de graduer la jauge : pour 4 cm, 35 litres ; pour 7 cm, 80 litres ; pour 10 cm, 135 litres ; pour 17 cm, 295 litres ; etc. (v a été arrondi au multiple de 5 le plus proche).

Travail de μ_4 . Pour la date du 16 octobre 1843, on trouve $J = 16+20+43+10+4-36 = 57$ et donc $j = 1$: le 16 octobre 1843 tombait un lundi.

Rien dans cette modélisation de l'activité d'étude n'impose un partage déterminé des responsabilités didactiques entre professeur et élèves. En vérité, dans une situation *non didactique*, il serait même facile d'observer la tendance universelle, chez les acteurs d'une situation du monde, à nier la problématique rencontrée, et donc à rejeter toute responsabilité didactique, attitude que, s'agissant des exemples déjà considérés, on peut illustrer comme suit :

$\propto_{t_1}$. Le paysan décide de se procurer une quantité de boîtes estimée au jugé supérieure à celle strictement nécessaire, avec l'idée de conserver les boîtes non utilisées en vue d'un usage ultérieur.

$\propto_{t_2}$. Les vacanciers décident, dans un flou généreux mais opportun (« Mais non ! Toi tu as payé la pizza l'autre jour, et ça on l'a pas compté... »), que telle répartition, déterminée « à l'intuition », est *grosso modo* acceptable.

$\propto_{t_3}$. L'intendant décide, faute de mieux, de construire une graduation proportionnelle à la hauteur du mazout dans la cuve, et, après quelques déboires (la jauge ainsi graduée surévalue la quantité de mazout lorsque celle-ci est presque épuisée, par exemple), se contente de minorer (ou de majorer), au jugé, le volume résultant de ses mesures.

$\propto_{t_4}$. L'étudiant décide que l'indication qu'il recherchait – le jour de la semaine où tombait le 16 octobre 1843 – est un détail inutile, voire ridicule, qui n'apporte rien, etc.

Il n'y a là qu'un cas limite d'une attitude plus générale : rechercher la réponse à la *seule* question posée (combien de boîtes pour 256 œufs ? quel jour de la semaine le 16 octobre 1843 ?) sans pour autant chercher un moyen de produire de telles réponses de manière tant soit peu *systématique*. L'étudiant qui s'intéresse à Hamilton pourra par exemple, en naviguant sur l'Internet, tomber sur le texte suivant, qui lui fournira incidemment la réponse cherchée :

Hamilton was so preoccupied with the triplets that even his children were aware of it. Every morning they would inquire : *Well, Papa can you multiply triplets?* but he had to admit that he could still only add and subtract them. On 16 October 1843 (a Monday) Hamilton was walking in along the Royal Canal with his wife to preside at a Council meeting of the Royal Irish Academy. Although his wife talked to him now and again Hamilton hardly heard, for the discovery of the quaternions, the first noncommutative algebra to be studied, was taking shape in his mind: *And here there dawned on me the notion that we must admit, in some sense, a fourth dimension of space for the purpose of calculating with triples... An electric circuit seemed to close, and a spark flashed forth.* He could not resist the impulse to carve the formulae for the quaternions: $i^2 = j^2 = k^2 = ijk = -1$.

Il faut souligner qu'il n'y a rien de « pathologique » dans un tel évitement du problème *général* que pose le type T : il peut s'agir là, au contraire, dans le cadre d'une étude plus vaste, d'un *geste didactique des plus pertinents*. Simplement, on voit ici que la *dévolution* aux élèves d'un problème déterminé *ne va nullement de soi*.

La notion de topos *de l'élève* a été élaborée en relation avec les phénomènes que l'on vient d'évoquer, afin de préciser les problèmes d'organisation didactique qu'ils soulèvent sans pour autant resserrer de manière trop brutale le cadre descriptif élaboré. Dans une grande partie des situations de classe, l'élève doit accomplir des tâches *coopératives*, où chacun des acteurs – élèves et professeur – doit accomplir certains gestes dont l'ensemble constitue son *rôle*. Mais à côté de ces phases où l'élève opère ainsi *en interaction didactique*, il existe des phases où il

est amené à opérer *en autonomie didactique*, accomplissant des tâches dont il est l'unique acteur, et dont l'ensemble constitue par définition son *topos*, ce lieu⁹ où, psychologiquement, il éprouve le sentiment *d'être seul à la barre et de ne devoir compter que sur ses propres forces*. Ces situations d'autonomie sont, bien sûr, fragiles : la tendance à revenir à des situations d'*hétéronomie didactique* est souvent, dans une classe, irrésistible. Une organisation didactique doit donc être interrogée sur le *topos* qu'elle offre à l'élève d'occuper, c'est-à-dire sur les types de tâches d'étude qu'elle appelle celui-ci à accomplir de manière momentanément autonome par rapport au professeur afin de contribuer à l'élaboration d'un bloc $[\tau/\theta]$ convenable.

Pour que l'élève vienne occuper effectivement le *topos* qui a été prévu pour lui, il semble logiquement nécessaire que cet investissement n'exige pas de lui des gestes d'étude trop éloignés de ceux qui lui sont culturellement et techniquement familiers : pour signifier cette solidarité du passé didactique de la classe avec ce qui peut *hic et nunc* advenir, on dira que le *topos* dessiné pour l'élève doit se situer dans une *zone d'étude proche* des activités didactiques antérieures de la classe. Le profond déficit, dans l'École que l'histoire nous a léguée, en matière d'autonomie didactique des élèves restreint souvent, il est vrai, cette zone à un simple lisière qui ne permet généralement qu'une autonomie évanescence : aujourd'hui encore, évoquer devant un professeur des élèves de sixième qui, face à la tâche t_1 , envisageraient de travailler d'abord avec un nombre d'œufs « petit », par exemple 25, afin de mieux « voir ce qui se passe », où des élèves de terminale scientifique qui, face à t_4 , décideraient semblablement de travailler d'abord sur des dates proches, contrôlables « à la main » ou à l'aide d'un agenda, ce serait à coup sûr parler d'or ! L'examen du *topos* de l'élève dans une organisation didactique donnée conduit à poser alors le problème des *moyens d'étude* à la disposition de l'élève agissant en autonomie didactique. On retrouve ainsi le problème du *milieu adidactique* et, au-delà, l'ensemble des difficiles questions autour desquelles s'est bâtie la *théorie des situations didactiques* : qu'est-ce qui, en définitive, dans l'organisation didactique examinée, pourrait faire que, placé dans la situation visant à provoquer la première rencontre avec le type de tâches T , l'élève fasse ce que le professeur a envisagé ? Et de quelle manière cette organisation de l'étude pourrait faire alors que le bloc technico-technologique visé, $[\tau/\theta]$, soit « la seule chose qui lui permettra de sortir convenablement – correctement et économiquement – de la situation » ? Autant de questions cruciales, qu'on ne traitera pas plus avant ici¹⁰.

REFERENCES BIBLIOGRAPHIQUES

- Adams, W.J. (1974) *The Life and Times of the Central Limit Theorem*, New York : Kaedmon Publishing Company.
- Albertini, P. (1994) La réforme de 1903 : un assassinat manqué ? in Sirinelli, J.-F. (ed.) *École normale supérieure, le livre du bicentenaire*, Paris : PUF, pp. 31-72.
- Andler, M. (1994) Les mathématiques à l'École normale supérieure au XX^e siècle : une esquisse, in Sirinelli J.-F. (ed.), *École normale supérieure, le livre du bicentenaire*, Paris : PUF, pp. 351-404.
- Bouligand, G. (1962) Regards sur la formation mathématique, in Le Lionnais F. (ed.) *Les grands courants de la pensée mathématique*, Paris : Albert Blanchard, pp. 532-542.
- Bourdieu, P. (2000) L'inconscient d'école. *Actes de la recherche en sciences sociales* **135**, 3-5.
- Brousseau, G. (1992) *Notes sur la recherche en didactique des mathématiques*, conférence prononcée le 2 décembre 1999 à l'IRRSAE Sicilia.
- Brousseau, G. (1996) L'enseignant dans la théorie des situations didactiques, in Noirfalise R. et Perrin-Glorian M.-J. (eds) *Actes de la VIII^e école d'été de didactique des mathématiques (Saint-Sauve d'Auvergne, 22-31 août 1995)*, Clermont-Ferrand : IREM, pp. 3-46.

⁹ Le grec *topos* signifie « lieu ».

¹⁰ La citation précédente est empruntée à Brousseau 1992.

- Chervel, A. (1998) *La culture scolaire. Une approche historique*, Paris : Belin.
- Chevallard, Y. (1999) L'analyse des pratiques enseignantes en théorie anthropologique du didactique, *Recherches en Didactique des Mathématiques* **19**(2), 221-266.
- Chevallard, Y. et Bosch, M. (2001) Les grandeurs en mathématiques au collège. Partie I. Une Atlantide oubliée, *Petit x* **55**, 5-32.
- Chevallard, Y. et Bosch, M. (2002) Les grandeurs en mathématiques au collège. Partie II. Mathématisations, *Petit x* (à paraître).
- Feynman, R. (1985) *Vous voulez rire, Monsieur Feynman !*, Paris : Interéditions.
- Grafton, A (2000) De *polyhistor* en philologue, *Actes de la recherche en sciences sociales* **135**, 25-38.
- Mayeur, F. (1981) *De la Révolution à l'École républicaine* (tome III de l'*Histoire générale de l'enseignement et de l'éducation en France*), Paris : Nouvelle Librairie de France.
- Weil, A. (1985) *Number Theory for Beginners*, New York : Springer-Verlag.
- Weill, G. (1921) *Histoire de l'enseignement secondaire en France (1802-1920)*, Paris : Payot.
- Zazzo, R. (1975) *Psychologie et marxisme. La vie et l'œuvre d'Henri Wallon*, Paris : Denoël Gonthier.

ANNEXE : MOMENTS DE L'ETUDE ET PROGRAMMES SCOLAIRES

À titre d'illustration, on examine ici la manière dont les moments s'inscrivent, de manière plus ou moins implicite, dans les textes ministériels que sont le *programme* et le *document d'accompagnement* de ce programme qui gouvernent la classe de *seconde*, la première classe du lycée et la dernière de la scolarité obligatoire. Bien entendu, l'inscription recherchée relève souvent du point de vue structurel plutôt que du point de vue fonctionnel : on en fera donc une lecture « duale » en partant résolument des fonctions didactiques. Cette dualité est, au reste, esquissée, sans être développée, dans le passage suivant du nouveau programme de seconde :

Le professeur est responsable de l'organisation de son enseignement : il doit pour cela avoir apprécié les places relatives d'une part des activités, exercices d'application ou d'approfondissement et temps de synthèse, d'autre part des travaux individuels, de groupes ou en classe complète ; les élèves de seconde n'étant pas encore autonomes dans leur façon de prendre des notes, il doit également se préoccuper de la trace chez les élèves de chaque séquence d'enseignement.

On notera la référence à *trois* dispositifs, et non à *deux*, ainsi qu'il en va dans la « classique » dichotomie cours-exercices, variante propre à l'enseignement secondaire d'un couplage dont on a évoqué la lente introduction dans l'enseignement supérieur. Il y a d'abord les « *activités* », qui correspondent globalement – non sans ambiguïté – au premier groupe de moments, celui des AER, où se construit proprement l'organisation mathématique « brute ». Il y a la *synthèse*, qui renvoie au deuxième groupe et met en forme, dans ce qui a émergé de l'étude, le « mathématiquement nécessaire », qui sera conservé, par contraste avec le « mathématiquement contingent », qui, bientôt, sera oublié. Il y a enfin les *exercices d'application ou d'approfondissement*, qui correspondent au troisième groupe de moments, celui du *travail* de l'organisation mathématique. Le quatrième groupe, celui des *contrôles*, fait l'objet d'un développement à part :

Dans les multiples formes que peut prendre l'évaluation, apparaissent les devoirs de contrôle : le nombre de ceux-ci doit être réduit (trois, voire deux, par trimestre suffisent) ; on y intégrera plusieurs composantes de l'activité mathématique signalées par le programme. La moyenne annuelle de ces contrôles, souvent déterminante pour l'orientation de chaque élève, sera pondérée par un bilan chiffré des divers travaux (cahier de statistique, travail sur ordinateur...) portant sur les sujets difficiles à évaluer lors de ces contrôles.

À suivre les textes, il apparaît que le *moment de la première rencontre* trouve son lieu naturel dans le dispositif de la « *classe entière* » : relançant l'aventure intellectuelle de la classe, ce moment doit être *vécu ensemble* par les membres de ce collectif d'étude qu'est la classe, ainsi que semble l'indiquer le passage suivant de l'ancien programme de seconde (qui, plus largement, assigne le même cadre au travail technologico-théorique et à la synthèse) :

La classe de mathématiques est d'abord un lieu de *découverte*, d'*exploitation de situations*, de *réflexion* et de *débat* sur les démarches suivies et les résultats obtenus, de *synthèse* dégageant clairement *quelques* idées et méthodes essentielles et mettant en valeur leur portée.

La suite du texte insiste sur le point ainsi dégagé :

Dans cette perspective, la *résolution de problèmes* et l'*étude de situations* occupent une *part importante* du temps de travail, allant bien au-delà de l'horaire de travaux dirigés en effectif réduit. En particulier, il convient d'articuler la mise en place de contenus nouveaux avec l'étude de situations assez riches, qui peuvent, selon les questions étudiées, servir de motivation, fournir des secteurs d'intervention, ou constituer le support même pour cette mise en place.

Le nouveau programme précise de manière convergente :

L'organisation de la classe doit permettre aux élèves d'expérimenter les diverses facettes de l'activité mathématique décrites dans l'introduction du programme. Certaines (« chercher, trouver des résultats partiels, se poser des questions, expliquer oralement une démarche, rédiger au brouillon puis au propre, [...] accéder au plaisir de la découverte et à l'expérience de la compréhension ») renvoient à l'étude de situations et à la résolution de problèmes : le choix de ces situations et de ces problèmes doit être fait avec attention ; ils déterminent la qualité de l'activité scientifique menée dans la classe, légitiment l'introduction de nouveaux contenus et justifient ensuite leur efficacité.

Toutefois, certains travaux *préparatoires* à la première rencontre et à l'AER où elle s'inclut, ou qui en sont *complémentaires*, peuvent être faits *hors de la classe*, éventuellement *en équipe*. C'est ce que soulignent notamment les deux extraits suivants de l'ancien programme :

L'étude de *situations* plus complexes, sous forme de préparation d'activités en classe ou de problèmes à résoudre et à rédiger, alimente le *travail de recherche*, individuel ou en équipe, et permet aux élèves d'évaluer leur capacité à *mobiliser les connaissances* dans des secteurs variés.

Les travaux individuels de *rédaction* (solution d'un problème, mise au point d'exercices étudiés en classe, rapport de synthèse sur un thème d'étude, analyse critique d'un texte...) visent essentiellement à développer les *capacités de mise au point d'un raisonnement et d'expression écrite* ; vu l'importance de ces objectifs, ces travaux doivent être *fréquents*, mais leur *longueur* doit rester raisonnable.

Sur ce point, le nouveau programme n'est pas en reste, puisqu'on y lit :

Le professeur choisit des travaux de nature variée, allant de la rédaction de solutions de problèmes ébauchées en classe jusqu'à la rédaction après recherche collective ou non d'un problème construit en vue d'un résultat significatif (au niveau considéré), en passant par la résolution d'exercices d'applications, la construction de figures, le compte rendu et l'analyse d'un texte mathématique (adapté au niveau), l'analyse de documents de la vie courante, la production d'un document construit avec un logiciel...

Le moment de l'émergence de la technique paraît quant à lui avoir pour lieu préférentiel, non le *système didactique principal* (SDP) qu'est la classe entière, mais ce *système didactique auxiliaire* (SDA) qu'est la *demi-classe*, où les *travaux dirigés* trouvent leur place, notamment lorsque l'exploration du type de problèmes étudié est appelée à se prolonger. Notons que, aujourd'hui, la création d'un tel SDA est en principe à la *charge du professeur* par détournement d'une partie de l'horaire de *module*, étiquette qui, en fait sinon en droit, doit être regardée comme recouvrant à la fois un temps de *TD en demi-groupe* et un temps de *module en demi-groupe*. C'est ce que souligne le passage suivant du document d'accompagnement du nouveau programme :

Le GTD insiste sur l'importance du temps de travail en effectif réduit : temps indispensable pour la gestion de l'hétérogénéité évoquée plus haut et pour un usage formateur de l'outil informatique. Ce temps, étiqueté module dans la réforme des lycées, devrait donc répondre aussi bien aux objectifs des travaux dirigés des programmes antérieurs qu'à ceux des modules mis en place en 1992.

Le travail de création d'une technique mené à bien en demi-groupe pourra – et, en général, devra – être *renforcé* (préparé, complété) par des *travaux hors classe*, telles la « construction de figures », la « production d'un document construit avec un logiciel », la « rédaction de solutions de problèmes ébauchées en classe », la « rédaction après recherche collective ou non d'un problème construit en vue d'un résultat significatif », etc. On notera que le travail en demi-groupe conduit à faire émerger la technique requise selon *deux plans d'étude proches mais distincts*, comme s'il s'agissait de deux classes différentes. En revanche, pour assurer l'unité de la classe, le renforcement hors classe du travail accompli dans les deux groupes *devrait avoir le même contenu*, pour donner lieu ensuite, *lors de la correction en SDP*, à une même institutionnalisation.

Le moment technologico-théorique, on l'a dit, a d'abord pour lieu le SDP : l'ancien programme de seconde présentait ainsi la classe comme un lieu « de *réflexion* et de *débat* sur les démarches suivies et les résultats obtenus ». Le nouveau programme insiste en particulier sur la place de la démonstration :

La démonstration doit tenir la place qui lui convient en classe et ne pas être réservée au seul cadre d'un devoir : démontrer une propriété, c'est l'occasion de travailler le raisonnement, d'aborder des questions de logique, de préciser les définitions et surtout d'aider à mieux comprendre les notions en jeu.

Comme précédemment, le travail technologico-théorique peut être renforcé par des travaux hors classe, qui peuvent notamment consister, selon le nouveau programme, à « étudier une démonstration qu'on n'aurait pas trouvée soi-même » ou contribuer à « bâtir un ensemble cohérent de connaissances ».

Le moment de l'institutionnalisation trouve ses lieux partout – par exemple en séance de TD. Mais la clé de voûte de l'organisation mathématique étudiée devra être mise en place en SDP, dans le cadre de la *synthèse*. Si le nouveau programme se contente de mentionner l'existence de « temps de synthèse », l'ancien programme donnait à ce propos des indications assez précises :

La classe de mathématiques est d'abord un lieu [...] de *synthèse* dégageant clairement *quelques* idées et méthodes essentielles et mettant en valeur leur portée.

La *synthèse*, qui constitue le cours proprement dit, doit être brève ; elle porte non seulement sur les quelques notions, résultats et outils de base que les élèves doivent connaître et savoir utiliser, mais aussi sur les méthodes de résolution de problèmes qui les mettent en jeu.

Là comme ailleurs, on devra renforcer le travail réalisé en SDP par des *travaux hors classe*, de *préparation* (l'ancien programme parlait de *rapports de synthèse* sur un thème d'étude, ce que le nouveau reprend, mais en le limitant aux « thèmes d'étude » complémentaires) et aussi de *consolidation* (avec par exemple interrogation orale en SDP).

Telles sont – à grands traits – les instructions données aux professeurs de mathématiques intervenant en classe seconde, appréhendées à l'aide du modèle des moments. Deux remarques doivent être toutefois apportées. La première, c'est que d'autres textes apportent sur certains points davantage de précisions. C'est ainsi que le programme de sixième, dont nombre d'indications valent au moins pour l'ensemble des classes du collège, apporte à la notion d'activité le commentaire suivant :

Les activités choisies doivent :

- permettre un démarrage possible pour tous les élèves, donc ne donner que des consignes très simples et n'exiger que les connaissances solidement acquises par tous ;
- créer rapidement une situation assez riche pour provoquer des conjectures ;
- rendre possible la mise en jeu des outils prévus ;
- fournir aux élèves, aussi souvent que possible, des occasions de contrôle de leurs résultats, tout en favorisant un nouvel enrichissement ; on y parvient, par exemple, en prévoyant divers cheminements qui permettent de fructueuses comparaisons.

Elles nécessitent une *synthèse*, brève, qui porte non seulement sur les quelques notions, résultats et outils de base que les élèves doivent connaître, mais aussi sur les méthodes de résolution de problèmes qui les mettent en jeu. »

La seconde remarque, c'est que la plupart de ces indications n'ont été intégrées dans les classes qu'à travers des déformations et par delà des résistances qui en dénaturent quelquefois assez fortement les ambitions. On a vu par exemple l'insistance de ces textes sur le fait que la *synthèse* porte autant sur le bloc praxique $[T/\tau]$ que sur le bloc technologico-théorique $[\theta/\Theta]$. Or la grande majorité des professeurs continuent, semble-t-il, à n'inclure dans ce qu'ils continuent d'appeler *le cours* que ce qui concerne le second des deux blocs, en continuant et de laisser la *synthèse* relative au premier à la charge des élèves, et d'ignorer le mot de *synthèse* lui-même, alors que celui-ci est presque seul utilisé dans le programme de seconde *depuis* 1990 – l'emploi de ce mot ayant peut-être son origine dans l'usage qu'en fit autrefois Georges Bouligand (1889-1979), notamment dans un article sur la formation des professeurs de mathématiques (Bouligand 1962), où il exposait sa vision de l'activité mathématique comme fondée sur un dualisme entre *problèmes* et *synthèse*. Au chapitre des écarts entre le prescrit et le réalisé, on peut mentionner encore la propension de nombre de professeurs à rebaptiser

activités préparatoires, selon une expression qui n'apparaît *jamais* dans les programmes, ce que ces derniers nomment *activités*, tout court. S'il est vrai toutefois que les textes ministériels parlent aussi d'activités *d'approche*, cette expression y prend alors une coloration « épistémologique », quand l'adjectif *préparatoire* a une connotation davantage « pédagogique » : de fait, les « activités préparatoires » observées dans les classes ne sont quelquefois qu'un simple « échauffement » – le *warm-up* des Anglo-saxons –, dont la vertu presque unique est de préparer formellement les élèves à l'audition du « cours », et non de rendre possible la création d'un fragment d'organisation mathématique dont il resterait alors à faire la synthèse.