

**Université de Provence - Département des sciences de l'éducation**

*Licence 2008-2009*

**UE SCEE2 : Théorie de l'apprentissage et didactique pluridisciplinaire**

Yves Chevallard

[y.chevallard@free.fr](mailto:y.chevallard@free.fr)

**Didactique fondamentale**

*Notes & documents*

### **Unité 5. *Le didactique, d'hier à demain***

#### **5.1. Apprendre et savoir dans les civilisations de l'oralité**

5.1.1. Dans le passage ci-après extrait d'un livre intitulé *Orality and Literacy: The Technologizing of the Word* (Methuen, New York, 1988, pp. 33-35), l'auteur, Walter J. Ong, souligne combien, dans une culture d'oralité primaire, ce que l'on sait c'est ce dont *on se souvient*. (On notera que, en anglais, le mot *text* s'applique en principe uniquement à un discours *écrit*.)

##### **You know what you can recall: mnemonics and formulas**

In an oral culture, restriction of words to sound determines not only modes of expression but also thought processes.

You know what you can recall. When we say we know Euclidean geometry, we mean not that we have in mind at the moment every one of its propositions and proofs but rather that we can bring them to mind readily. We can recall them. The theorem 'You know what you can recall' applies also to an oral culture. But how do persons in an oral culture recall? The organized knowledge that literates today study so that they 'know' it, that is, can recall it, has, with very few if any exceptions, been assembled and made available to them in writing. This is the case not only with Euclidean geometry but also with American Revolutionary history, or even baseball batting averages or traffic regulations.

An oral culture has no texts. How does it get together organized material for recall? This is the same as asking, 'What does it or can it know in an organized fashion?'

Suppose a person in an oral culture would undertake to think through a particular complex problem and would finally manage to articulate a solution which itself is relatively complex, consisting, let us say, of a few hundred words. How does he or she retain for later recall the verbalization so painstakingly elaborated? In the total absence of any writing, there is nothing outside the thinker, no text, to enable him or her to produce the same line of thought again or even to verify whether he or she has done so or not. *Aides-mémoire* such as notched sticks or a series of carefully arranged objects will not of themselves retrieve a complicated series of assertions. How, in fact, could a lengthy, analytic solution ever be assembled in the first place? An interlocutor is virtually essential: it is hard to talk to yourself for hours on end. Sustained thought in an oral culture is tied to communication.

But even with a listener to stimulate and ground your thought, the bits and pieces of your thought cannot be preserved in jotted notes. How could you ever call back to mind what you had so laboriously worked out? The only answer is: Think memorable thoughts. In a primary oral culture, to solve effectively the problem of retaining and retrieving carefully articulated thought, you have to do your thinking in mnemonic patterns, shaped for ready oral recurrence. Your thought must come into being in heavily rhythmic, balanced patterns, in repetitions or antitheses, in alliterations and assonances, in epithetic and other formulaic expressions, in standard thematic settings (...), in proverbs which are constantly heard by everyone so that they come to mind readily and which themselves are patterned for retention and ready recall, or in other mnemonic form. Serious thought is intertwined with memory systems. (...)

.....

Formulas help implement rhythmic discourse and also act as mnemonic aids in their own right, as set expressions circulating through the mouths and ears of all. 'Red in the morning, the sailor's warning; red in the night, the sailor's delight.' 'Divide and conquer.' 'To err is human, to forgive is divine.' 'Sorrow is better than laughter, because when the face is sad the heart grows wiser' (Ecclesiastes 7:3). 'The clinging vine.' 'The sturdy oak.' 'Chase off nature and she returns at a gallop.' Fixed, often rhythmically balanced, expressions of this sort and of other sorts can be found occasionally in print, indeed can be 'looked up' in books of sayings, but in oral cultures they are not occasional. They are incessant. They form the substance of thought itself. Thought in any extended form is impossible without them, for it consists in them.

a) Le premier point consiste en un principe qui se présente ici comme un simple constat : “You know what you can recall” – ce que l’on sait, c’est ce qu’on peut se remémorer (se rappeler). On retrouve ici le lien entre « savoir » et « mémoire ». « Savoir » n’est pas pour cela identifié strictement à « savoir par cœur » ; mais le lien est souligné entre un « savoir organisé » et un « savoir mis en texte », que l’on peut mémoriser, qui soutient la mémorisation puis permet la remémoration. On notera que le « savoir » ainsi évoqué est du côté du *logos*, plutôt que de la *praxis* : les *savoir-faire* ne sont pas explicitement présents dans le tableau brossé par Walter J. Ong, même si leur mise en texte fabrique un outil de « remémoration » – laquelle ne saurait sauf exception ne porter que sur un matériel discursif (même si, cependant, on peut dire que l’on connaît une technique « par cœur »).

b) Comment organiser de façon durable une élaboration de savoir – une technologie ou une théorie – si l’on ne peut la mettre en texte ? Faute d’écriture d’une sorte ou d’une autre,



comment la fixer pour la retrouver plus tard ? Il existe certes des « aide-mémoire » (tels que les “notched sticks”, les baguettes à entailles : voir ci-contre). Mais ceux-ci ne permettent guère d’enregistrer une pensée complexe. Au reste, avant même de *conserver* une construction discursive, il convient de l’*élaborer*. Comment le faire ? Dans un cadre *dialogique*, répond l’auteur, ce qui suppose de se donner un interlocuteur au moins : “Sustained thought in an oral culture is tied to communication”. En vérité, la proposition reste vraie dans les sociétés à écriture, y compris aujourd’hui en matière de science : on ne « dialogue » pas seulement avec la feuille où s’aligne l’écriture, mais avec autrui, fût-il un interlocuteur de complaisance.

c) Mais avoir un auditeur, voire un interlocuteur, qui peut aider à élaborer un discours praxéologique, ne suffit pas pour en conserver la mémoire. Les élaborations discursives doivent être appropriées pour favoriser leur mémorisation ; d’où ce « mot d’ordre » civilisationnel : “Think memorable thoughts.” L’adjectif *memorable* signifie bien mémorable, “worth remembering” ; mais ici il renvoie du même mouvement à “memorable”, mémorisable. “To memorize” signifie mémoriser, c’est-à-dire “to commit to memory”, mais aussi “to learn by heart”, apprendre par cœur : nous y revoilà ! Pour être mémor(is)ables, les élaborations discursives doivent être rythmées, avec des allitérations et assonances, des répétitions, comme le veut le style « formulaire » (*formulaic*), qui est précisément celui des proverbes, ces arrangements de mots (*verbum*) que l’on pousse en avant (*pro*) et qu’un

dictionnaire de la langue anglaise définit ainsi : “a condensed but memorable saying embodying some important fact of experience that is taken as true by many people.” La pensée s’exprime alors en des formulations ayant un fort pouvoir mnémonique (qui aide la mémoire) : “An apple a day keeps the doctor away” ; “Care killed the cat”, „Jugend hat keine Tugend“, „Kein Haus ohne Maus“ ; « Un bouillon de chou fais perdre au médecin cinq sous » ; etc. On méditera tout particulièrement la conclusion de l’extrait proposé. S’il est vrai que nous pouvons encore nous prévaloir occasionnellement d’un proverbe, cet occasionnalisme ne pouvait être celui d’une culture uniquement « orale » (ne connaissant pas l’écriture), où le corpus lentement évolutif des expressions et assertions de style formulaire est essentiel, puisqu’il est *la pensée même mise en formules*.

5.1.2. Même dans les sociétés depuis longtemps travaillées par l’écriture, des formes typiques de la « pensée orale » demeurent présentes et, dans une certaine mesure, actives. Ainsi en va-t-il, comme on l’a déjà suggéré, avec les *proverbes* – vocable qui a pour quasi-synonymes *adage*, *aphorisme*, *apophtegme*, *devise*, *dicton*, *maxime*, *sentence*, etc. –, dont l’étude a été dénommée *parémiologie* (du grec *paroimia*, « proverbe »). À titre d’illustration, on a rassemblé ci-après quelques énoncés empruntés au livre de Jean-Yves Dournon, *Le dictionnaire des proverbes et dictons de France* (Hachette, 1986) : ils traitent du thème de *l’instant opportun*.

#### **L’instant opportun**

1. Il vaut mieux tard que jamais (p. 323).
2. Il n’est jamais trop tard pour bien faire. (p. 323)
3. Ne remets pas à demain ce que tu peux faire aujourd’hui. (p. 98)
4. Les longs propos font les courts jours. (p. 294)
5. Le temps perdu ne se rattrape pas. (p. 323)
6. Il n’y a que le premier pas qui coûte. (p. 272)
7. Chose bien commencée est à demi achevée. (p. 80)
8. Il faut faire tourner le moulin lorsque le vent souffle. (p. 337)
9. Il ne faut pas aller par quatre chemins. (p. 74)
10. Il ne faut pas courir deux lièvres à la fois. (p. 174)
11. Qui trop se hâte reste en chemin. (p. 74)
12. Souvent tombe qui trop galope. (p. 330)
13. Qui se hâte trop se fourvoie. (p. 154)

14. Qui veut voyager loin ménage sa monture. (p. 348)
15. Qui va doucement va loin. (p. 177)
16. Souvent de sagesse vient lenteur (p. 310)
17. Il y a encore des jours après aujourd'hui. (p. 167)
18. Rome ne fut pas faite en un jour (p. 305)
19. Les plus courts chemins ne sont pas toujours les meilleurs. (p. 74)
20. Hâte-toi lentement (p. 310)

a) En une société donnée, les proverbes constituent généralement des énoncés *technologiques* (ou quelquefois *théoriques*) qui renvoient à une diversité de situations du monde. Ceux retenus ci-dessus ont trait à ce qu'on peut nommer, dans le jargon d'aujourd'hui, la technologie de la gestion du temps dans l'action humaine. Ainsi les proverbes 1 et 2 rappellent-ils à qui est sujet à la *procrastination* (la tendance à toujours remettre au lendemain les décisions à prendre et les actions à exécuter) que rien n'est perdu, qu'il « n'est jamais trop tard pour bien faire », que le temps n'est pas venu de renoncer à agir, et même qu'il faut agir dès aujourd'hui (proverbe 3), en cessant les conversations oiseuses où le temps s'épuise (proverbe 4), et cela même s'il reste vrai que le temps perdu ne se rattrape plus (proverbe 5).

b) La difficulté à entrer dans l'action diminue si l'on sait que, même s'il est vrai que souvent le premier pas coûte, les pas suivants seront plus faciles (proverbe 6) et que, dès lors qu'on a bien entamé la besogne qui attendait, tout semble aller plus vite (proverbe 7). Pour se mettre en train, il faut savoir profiter de circonstances favorables (proverbe 8), mais il arrive un moment où il faut se décider (proverbe 9), en s'interdisant de prétendre mener trop d'affaires à la fois (proverbe 10). Il convient encore de ne pas vouloir aller trop vite, sous peine de ne pas aller jusqu'au bout de la route (proverbe 11), de chuter (proverbe 12), ou de se tromper de chemin (proverbe 13). À l'inverse, en réduisant son train, on a chance de mener son affaire plus avant (proverbe 14), et, de fait, c'est ce qui arrive (proverbe 15).

c) Il faut aussi prendre le temps de la réflexion, laquelle montre les vertus de la lenteur bien entendue (proverbe 16), qui sait donner du temps au temps (proverbe 17), surtout quand on s'affronte à une entreprise d'envergure (proverbe 18). Il faut donc agir, mais sans chercher nécessairement à aller au plus court, qui n'est jamais une garantie de réussite (proverbe 19). Tout cela se résume en une formule unique : *Hâte-toi lentement !* (proverbe 20). À son

propos, un connaisseur écrivait récemment ceci (Lucien Jerphagnon, *Le petit livre des citations latines*, Tallandier, Paris, 2004).

**Festina lente - Hâte-toi lentement !**

(d'après Suétone, *Auguste*, XXV, 4)

C'est ce que l'empereur Auguste répétait en grec à ses généraux : « *Speude bradeôs* », car, disait-il, « rien de pire pour eux que la hâte et la témérité ». Auguste était la prudence personnifiée, ce qui lui permit, après cent ans de guerre civile, de prendre finalement Rome en main, et de fonder à l'âge de trente-six ans un régime qui allait durer cinq siècles.

Peut aussi se formuler : « Ne nous pressons pas : nous n'avons pas de temps à perdre. »

5.1.3. Les technologies/théories « proverbiales » ont souvent été regardées, dans le monde lettré, avec quelque hauteur, notamment à cause de leur apparent opportunisme, que met bien en avant Alfred de Musset (1810-1857) dans ce passage cité, à l'entrée « proverbe », dans le *Dictionnaire culturel en langue française* (2005) : « Je n'aime guère les proverbes en général, parce que ce sont des selles à tous chevaux ; il n'en est pas un qui n'ait son contraire, et, quelque conduite que l'on tienne, on en trouve pour s'appuyer. » On voit là, exemplairement, une incompréhension « moderne » du rôle des proverbes : comme nous le ferions nous-mêmes sans doute, l'auteur en envisage un usage simplement *justificatif, après coup*, alors qu'un usage « authentique », vivant, devrait les regarder comme des outils pour *produire* des décisions et gestes techniques, des repères qui nous aident à dessiner notre action, avant même de la justifier.

a) Le rejet typique qu'affecte le poète fait peu de cas du rôle que ces formules ont pu assumer dans l'histoire des sociétés humaines : celui d'une véritable *encyclopédie* orale, ouverte à tous, qui « décrit » et « explique » tant de situations critiques de la vie, en explicitant soit la manière dont il conviendrait d'y opérer (comme dans l'exemple ci-dessus), soit le motif de la manière dont, souvent, nous nous y comportons.

b) Ainsi, pour nous expliquer comment d'aucuns peuvent se montrer réticents devant ce qui nous semble pourtant ne présenter aucun danger – physique ou psychologique –, la plupart des langues ont accueilli une formule qui, en français, rappelle que « chat échaudé craint l'eau froide » et dont un inventaire très partiel est reproduit ci-après (en suivant le *Dictionnaire* déjà cité, p. 2177).

« Enfant brûlé craint le feu » (allemand, danois).  
 « Qui s'est brûlé la langue n'oublie plus de souffler sur la soupe » (allemand).  
 « Qui s'est brûlé une fois soufflera sur l'eau froide » (bachkir).  
 « Qui s'est brûlé avec du lait bouillant souffle sur le lait caillé » (arménien, azerbaïdjanais).  
 « La vieille a été brûlée par la bouillie, elle souffle aussi sur le lait caillé » (albanais).  
 « Qui s'est brûlé avec la purée souffle même sur le caillé » (grec).  
 « Qui s'est brûlé avec du lait souffle sur le petit-lait » (persan).  
 « Qui s'est brûlé avec du lait souffle sur la crème glacée » (turc).  
 « Le taureau qui a souffert du soleil tremble à la vue de l'ombre » (coréen).  
 « Chien qui s'est brûlé le nez ne flaire pas les cendres » (foulfoudé [langue peule])...

## 5.2. Texte du savoir et « excription » praxéologique

5.2.1. Lorsque *X* dispose d'un exposé *E* apporté par *Y* et portant les praxéologies composant ♥, que peut-il faire pour « apprendre » ces praxéologies ? Dans ce qui précède, une réponse traditionnelle a été avancée de façon plus ou moins explicite : il peut *mémoriser E* afin de l'avoir constamment (et indéfiniment, dans le meilleur des cas) à sa disposition, en sorte qu'il peut alors, *ad libitum*, en « ruminer », en méditer les formulations (qui, dans les sociétés orales, sont souvent des « formules mémorables »). Le « travail » de *X* sur l'exposé *E* – par recopiage, mémorisation, commentaire, etc. – est une exigence didactique de toujours (on l'a vu, dans l'Unité 2, s'agissant de Thomas Platter par exemple).

a) Dans une forme scolaire classique, l'exposé *E* à travailler est apporté par le professeur *y*, sous la forme du *cours magistral* (« magistral » étant l'adjectif correspondant au substantif « maître », *magister* en latin). Voici par exemple le cas du mathématicien russe Panoufti Lvovitch Tchebichev (1821-1894), tel que le rapporte l'un de ses anciens étudiants, Constantin Possé (d'après W. J. Adams, *The Life and Times of the Central Limit Theorem*, New York, Kaedmon Publishing Company, 1974, pp. 77-78).

As a teacher Chebyshev was extraordinarily precise in his habits ; he was rarely absent, was never late, but on the other hand did not remain one minute after the time – even if he had to interrupt the lecture in the middle of a sentence. If he did not finish an argument, he took it up from the beginning at the next lecture, provided that this lecture did not immediately follow the

preceding one. He prefaced each derivation, no matter how simple, with an explanation of his goal and an outline of the main ideas. He almost never verbalized his derivations so that the students would have to follow him visually rather than orally. Derivations were carried out quickly and in great detail, so that his arguments were easy to follow.

During the lectures Chebyshev would often digress from the systematic course, present his views and the views of other mathematicians on questions discussed during the lectures, and explain their relative importance and interconnections with other problems. These digressions enlivened the class, relaxed the students somewhat, and excited their interest. Chebyshev's courses were not superficial, but profound, and at the same time accessible and easy to understand.

b) Si, d'après ce témoignage, Tchebichev possédait au plus haut point une technique bien définie (quoique personnalisée) pour accomplir le type de tâches consistant à donner un cours magistral, d'autres professeurs, par ailleurs savants éminents, ne maîtrisaient cet art qu'imparfaitement. C'est ainsi que, de l'éminent mathématicien français Arnaud Denjoy (1884-1974), ses auditeurs disaient (d'après Martin Andler, « Les mathématiques à l'École normale supérieure au  $xx^e$  siècle : une esquisse », in Jean-François Sirinelli, *École normale supérieure, le livre du bicentenaire*, p. 369) : « Il pense A, dit B, écrit C. »

c) Étant donné le rôle qu'il doit jouer – celui d'introduction à un certain texte du savoir  $E$  –, le cours magistral laisse toujours subsister des parties plus obscures, que  $X$  devra ensuite élucider (seul ou avec l'aide de  $Y$ ). Dans cette perspective, dans un cours magistral,  $y$  peut laisser *volontairement* dans une certaine opacité certains éléments que  $X$  devra alors *porter par lui-même à la pleine lumière*, en ne comptant parfois que sur ses propres forces didactiques. À propos du célèbre psychologue Henri Wallon (1879-1962), René Zazzo (1910-1995), qui fut son assistant, rapporte (dans *Psychologie et marxisme. La vie et l'œuvre d'Henri Wallon*, Denoël Gonthier, 1975, p. 6) que Wallon lui donna un jour le conseil, « fort significatif pour lui », « de ne rien souligner dans [ses] écrits, de ne rien mettre en valeur par emploi d'italique ou de tout autre façon ». « Avec ce procédé, disait-il, vous limitez la liberté du lecteur, et vous fixez une fois pour toutes le mouvement de votre pensée ». Ainsi, contrairement à une vision didactique très appauvrie mais très répandue aussi, l'exposé  $E$  proposé à  $X$  par  $y$  n'a-t-il pas à être le plus « clair » possible – la « clarté » d'un exposé *du point de vue de qui n'en connaît pas (encore) la matière* ne pouvant constituer un critère didactique véritablement pertinent.

5.2.2. Ce qu'il importe de souligner surtout, c'est que le cours magistral – le cours du *magister* – est un dispositif pédagogique dont la fonction didactique principale est de présenter aux étudiants, le plus clairement, le plus précisément, le plus éloquemment possible, *la matière à étudier* – matière que les auditeurs devront alors, *après le cours*, et toutes affaires cessantes, se mettre à étudier dans l'intervalle séparant deux cours magistraux successifs. Car il n'est en rien demandé aux étudiants de sortir de la séance de cours en *maîtrisant* la matière présentée ! Corrélativement, un exploit de la même eau – faire en sorte que les étudiants maîtrisent le contenu du cours *sitôt la séance finie* – *n'est pas davantage attendu du professeur*.

a) En certaines institutions, le cours du professeur était, au reste, repris avec un *répétiteur*, personnage que le dictionnaire d'Émile Littré campe en ces termes : « Dans les hautes écoles de sciences, par exemple, à l'école polytechnique, on nomme répétiteurs des professeurs qui interrogent les élèves sur ce qui leur a été enseigné dans le cours principal. »

b) Le cours est un dispositif qu'on nomme aujourd'hui encore, en anglais, *lecture*, le *lecturing* étant significative rendu, en tel dictionnaire, par ces mots (où on notera le mot *discourse*) : *teaching by giving a discourse on some subject*. Le cours n'est évidemment pas le seul dispositif pédagogique scolaire usité classiquement pour alimenter l'étude scolaire. Dans les pays anglo-saxons, ainsi, la *lecture* s'oppose classiquement au *seminar*, comme le rappelle, implicitement, cet exemple de dictionnaire : *I attended practically every lecture and seminar when I was a student*. Un autre dictionnaire donne du mot *seminar* la définition que voici.

- a) A small group of advanced students in a college or graduate school engaged in original research or intensive study under the guidance of a professor who meets regularly with them to discuss their reports and findings.
  - b) A course of study so pursued.
  - c) A scheduled meeting of such a group.

c) En vérité, ce dispositif pédagogique tellement différent du cours (ou de la *lecture*) qu'est le séminaire ne se mit en place que fort lentement dans les systèmes de formation supérieure européens. À l'instar d'autres dispositifs, le séminaire est voué à un type *bien déterminé*, repris à satiété, de tâches d'étude, qu'il permet de faire vivre *spécifiquement* : on y fait des

choses plus qu'on n'y *dit* des choses. On retrouve une telle relation élective en une autre structure pédagogique qui relève du genre « séminaire » mais dont le nom peut d'abord égarer : la *conférence*. Le dispositif de la conférence permet à Y un *engagement didactique* plus prononcé que le cours seul. L'exemple suivant, qui a trait à la création par Émile Boutmy (1835-1906), en 1872, de l'École libre des sciences politiques, devenue ensuite l'Institut d'études politiques de Paris ou, familièrement, « Sciences Po », l'illustre clairement (on l'emprunte à Française Mayeur, *De la Révolution à l'École républicaine*, Nouvelle Librairie de France, 1981, p. 449). La citation incluse dans le passage ci-après est extraite de Pierre Rain, *L'École libre des sciences politiques* (Fondation nationale des sciences politiques, Paris, 1963). Paul Leroy-Beaulieu (1843-1916) était un économiste français libéral, fondateur de *l'Économiste français* (1873) ; son ouvrage *La question ouvrière* (1872) fut l'une des sources d'Émile Zola pour la rédaction de *Germinal* (1885).

Les cours, plus nombreux, furent répartis en deux sections, diplomatique et administrative. Boutmy adopte alors le système pédagogique des « conférences » qu'ignoraient encore les facultés, mais déjà en usage aux Hautes Études. Aux cours le développement des grands traits, des grandes idées, aux conférences l'approfondissement, l'explication des textes ou la démonstration pratique : « si Paul Leroy-Beaulieu devait dans son cours exposer le système de l'administration financière, il avait à montrer dans ses conférences comment on prépare un budget ou un impôt ». »

5.2.3. Le point à souligner est ce fait que la *conférence* permet de montrer aux auditeurs comme on *fait* telle ou telle chose : au lieu de se contenter d'y *évoquer* un savoir-faire (comme dans le cours magistral), on peut en *faire la démonstration*. Là où il n'y avait que *discours* (et *faire discursif*) apparaîtrait un faire éventuellement extralinguistique.

a) On notera que, historiquement, les conférences étaient en principe à la charge des *maîtres de conférences*. D'après l'article « Maître de conférences en France » de l'encyclopédie *Wikipédia*, c'est à la suite du « règlement du 14 décembre 1815 que les répétiteurs de l'École normale prennent l'appellation de maître de conférences ». Ces personnels « étaient chargés de cours, exercices, préparations et conférences, complémentaires aux cours magistraux dispensés par les professeurs des facultés de Paris ». Ce qu'il faut retenir, donc, c'est que le cours magistral, qui constitue le SDP (voir l'Unité 1), n'est pas prévu pour exister *seul* : il

appelle des SDA divers et variés constituant avec le SDP une association de systèmes didactiques pertinente et efficace – ce qui, il est vrai, est plus vite dit que fait.

b) On se contentera pour le moment de noter que les SDA proposés ne sont pas toujours reçus avec ferveur par X. Deux témoignages remarquables peuvent être cités ici à titre d'illustration. En 1951, Richard Feynman (1918-1988), qui recevra le prix Nobel de physique en 1965, se trouvait au Brésil, où il devait donner, dans une école d'ingénieurs, « une série de cours sur les méthodes mathématiques de la physique ». Il fut alors confronté à une situation imprévue qu'il raconte dans les termes suivants (*Vous voulez rire, Monsieur Feynman !*, Interéditions, 1985, pp. 242-243) :

J'ai été étonné de constater que sur les quatre-vingts étudiants qui assistaient au cours, il n'y en avait pas plus de huit qui m'aient rendu le premier devoir que je leur avait donné à faire. J'ai alors consacré tout un cours à expliquer qu'il fallait faire des exercices, s'entraîner, et qu'il ne suffisait pas d'être là à me regarder faire. À la fin de l'heure, les étudiants sont venus me trouver en délégation pour m'expliquer que je me méprenais totalement sur leur niveau, que compte tenu de leurs études antérieures ils étaient tout à fait capable de comprendre sans faire les exercices...

c) On assiste ici à la rencontre entre deux mondes didactiques : dans l'un, moderne, et apparenté au monde savant, l'objectif de l'étude est la capacité à résoudre des *problèmes* ; dans l'autre, l'objectif est la capacité à maîtriser formellement un *discours* (« théorique »). Corrélativement, les acteurs de l'un et l'autre mondes n'attribuent pas les mêmes *fonctions* aux *structures* mises en œuvre – « cours » et « problèmes ». Dans un monde où la science est censée pouvoir « se mettre en (dis)cours » *sans reste*, les problèmes et exercices sont vus comme destinés à *aider à comprendre le cours*, lequel demeure l'alpha et l'oméga de l'affaire : ils sont donc *inutiles* à ceux qui estiment avoir compris « le cours » ! Par contraste, dans le monde où se situe Feynman, la résolution de problèmes est *l'objet même du savoir* qu'il est chargé de transmettre : le « cours » pris seul n'est qu'une *partie* de l'affaire.

d) Ce choc entre des praxéologies didactiques électivement constituées autour du seul cours magistral et celles associées aux dispositifs à la fois modernes et de filiation savante que sont la « conférence », le séminaire, les travaux dirigés ne se produisent pas seulement au Brésil.

C'est ainsi que, dans la préface à son livre *Number Theory for Beginners* (Springer-Verlag, 1985, p. v), le mathématicien français André Weil (1906-1998) raconte ce qui voici.

In the summer quarter of 1949, I taught a ten-weeks introductory course on number theory at the University of Chicago ; it was announced in the catalogue “Algebra 251”. What made it possible, in the form which I had planned for it, was the fact that Max Rosenlicht, now of the University of California at Berkeley, was then my assistant. According to his recollection, “this was the first and last time, in the history of the Chicago department of mathematics, that an assistant worked for his salary”. The course consisted of two lectures a week, supplemented by a weekly “laboratory period” where students were given exercises which they were asked to solve under Max’s supervision and (when necessary) with his help. This idea was borrowed from the “Praktikum” of German universities. Being alien to the local tradition, it did not work out as well as I had hoped, and student attendance at the problem sessions soon became desultory.

5.2.4. L’histoire évoquée ici se poursuit incessamment : ainsi, au cours des trente dernières années, a-t-on pu assister, dans l’enseignement secondaire français, à une floraison (éphémère) de multiples SDA autour du SDP (la « classe entière ») : séances de TP, séances en demi-classe, modules, séances d’aide individualisée, etc. Tout cela peut être regroupé sous l’unique « formule »  $S(X ; Y ; \heartsuit_E)$ . Mais une question clé se pose : d’où vient  $E$  ? Si  $X$  est impliqué – dans des formes qu’il restera à décrire et à analyser – dans l’excription de  $E$ , dans quelle mesure  $X$  est-il ou peut-il être impliqué dans la fabrication de  $E$ , dans l’inscription dans  $E$  des praxéologies correspondant à  $\heartsuit$  ? Ce sont là autant de questions qui seront au centre de notre enquête sur la question fondamentale de la didactique : qu’est-ce que  $X \cup Y$  peut faire afin que  $X$  apprenne  $\heartsuit$  ?

### 5.3. Que peut faire $X$ , que peut faire $Y$ ?

5.3.1. Nous revenons ici au type de situations auquel nous sommes arrivés à l’issue de l’Unité 5 : le système didactique envisagé peut s’écrire  $S(X ; Y ; \heartsuit_E)$ , c’est-à-dire qu’on y étudie les praxéologies portées par un certain exposé  $E$ .

a) On a déjà envisagé ce qui est, dans le paradigme didactique classique, l’étape antérieure :  $E$  est « apporté » par  $Y$ , par exemple sous la forme d’un *cours magistral*. Une autre organisation

didactique peut exister aussi qui, bien que moins valorisée aujourd'hui dans l'enseignement scolaire et universitaire, consiste en ce que  $Y$  fasse le choix d'un exposé  $E$  – manuel, traité, article – que  $X$  étudiera alors sous la direction de  $Y$ . (L'étude de cet exposé peut au reste être *imposé* à  $X$  et  $Y$  par « l'institution mandante ».) Ainsi les responsables  $Y$  d'un séminaire de recherche  $S(X ; Y ; \heartsuit)$  pourront-ils décider d'y faire étudier tel ou tel article ou livre  $E$  qu'ils jugent fondamental et qui, en principe, est tel que  $\heartsuit_E \subset \heartsuit$ .

b) Que peut faire  $S(X ; Y ; \heartsuit_E)$  pour étudier  $E$  ? Nous allons nous arrêter sur deux types de gestes didactiques possibles, déjà évoqués dans les règles d'étude de ce cours.

5.3.2. Le premier geste a pour objet de rendre plus apparent, si nécessaire, la structure de l'exposé. On peut, pour cela, dresser une *table des matières*, comme ci-après.

|                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                |
|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| <p style="text-align: center;"><b>Cours de didactique fondamentale</b></p> <p style="text-align: center;"><i>Tables des matières</i></p> <p><b>Unité 1. <i>Le didactique et la didactique</i></b></p> <p>1.1. Un cadre commun</p> <p>1.2. « Didactique » : d'abord, le mot</p> <p>1.3. « Didactique » : ensuite, la chose</p> <p>1.4. Systèmes didactiques, enseignement, apprentissage</p> <p>1.5. Se familiariser avec la diversité des systèmes didactiques</p> <p>1.6. Quelle discipline ?</p> <p>1.7. Engagement formatif et problématique de l'étude</p> <p><b>Unité 2. <i>Observer le didactique ?</i></b></p> <p>2.1. Le pédagogique dissimule le didactique</p> <p>2.2. À la recherche du didactique : en suivant Thomas Platter</p> <p>2.3. Conditions et contraintes : les niveaux de co-détermination didactique</p> <p>2.4. Le didactique introuvable : deux exemples ordinaires</p> <p>2.5. Observer le didactique : un exemple</p> <p><b>Unité 3. <i>Types de tâches et techniques</i></b></p> <p>3.1. Point d'étape</p> <p>3.2. Analyse didactique : rappels et prolongements</p> <p>3.3. Un « quelque chose » à faire apprendre : la notion de type de tâches</p> <p>3.4. Un « quelque chose » à faire apprendre : la notion de technique</p> |
|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|

3.5. La dialectique entre types de tâches et techniques

3.6. Naturalisation et reproblématisation

**Unité 4. De l'analyse praxéologique à l'analyse didactique**

4.1. Le bloc de la *praxis* en question

4.2. Entre technique et technologie

4.3. Pénuries technologiques

4.4. Au-delà de la technologie, la théorie

4.5. Premiers pas vers l'analyse didactique

4.6. Dissociations praxéologiques : exemples

4.7. La mise en texte des praxéologies

4.8. « Savoir par cœur »

a) La question que *X* se posera est alors : « Par delà le titre même de l'unité considérée, puis-je préciser ce que contient chacune des sections composant cette unité ? » Ainsi, que contient au juste, pour l'essentiel, la section 4.7, intitulée *La mise en texte des praxéologies* ?

b) Cela fait, on peut utiliser les questions de cours proposées pour mettre à l'épreuve la connaissance que l'on a du cours et en guider l'étude. S'agissant du contenu de la section 4.4, par exemple, une unique question de cours est proposée (ci-après).

QC<sub>46</sub>. En quoi peut-on dire que l'école primaire élémentaire d'autrefois a pu s'efforcer de proposer, aux futurs citoyens qu'étaient ses élèves, des techniques susceptibles de s'intégrer le plus simplement possible dans leurs activités extrascolaires ultérieures ? Que serait une telle technique, aujourd'hui, pour qui aurait régulièrement à résoudre des équations du second degré, sans avoir reçu de formation scientifique au-delà de celle de la scolarité obligatoire ?

On devra donc s'assurer que l'on peut affronter cette question avec succès ou se rendre capable de le faire.

5.3.3. Un autre geste d'étude d'un exposé *E* est celui qui, précisément, permet de passer du texte du cours de didactique fondamentale aux « questions de cours » : il s'agit de mettre *E* « en questions ». Ainsi pourra-t-on mettre en questions la section 5.1 ci-dessus ; on tirera alors de cette opération, entre autres, quelque chose comme la question « de cours » suivante :

Qu'appelle-t-on « style formulaire » ? En quoi celui-ci est-il étroitement lié à la mise en texte (en discours) du savoir dans les cultures orales ? Où trouve-t-on aujourd'hui les vestiges de cette pratique immémoriale ?

a) D'une manière générale, l'accès aux praxéologies correspondant à ♥ se fait par le truchement d'exposés  $E$  dans lesquels ces praxéologies ont été *inscrites* et dont  $X$ , dirigé et aidé par  $Y$ , doit les *excrire* pour les faire vivre « concrètement », dans la réalité institutionnelle, comme praxéologies. Ce travail d'excription suppose l'explicitation de questions  $Q$  auxquelles  $E$  apporterait une réponse  $R$  (ou une fragment de réponse  $R$ ). Le processus décrit ici, réalisé au sein du système  $S(X; Y; ♥_E)$ , peut être schématisé dans sa généralité de la façon suivante :

$$E \Rightarrow \{ Q_1; Q_2; \dots; Q_\ell \} \Rightarrow \{ R_1; R_2; \dots; R_\ell \}.$$

On excrit de  $E$  des questions  $Q_i$  (flèche  $\Rightarrow$ ), lesquelles aident à excire les réponses  $R_i$  portées par  $E$  (flèche  $\Rightarrow$ ).

b) C'est cela qui, pour l'essentiel, peut se passer dans une classe scolaire *ordinaire*. Dans la page d'un manuel de géométrie de 1921 reproduite dans l'Unité 3, intitulée « Cubage des bois », est ainsi *inscrite* une praxéologie (inadéquate) qui semble bien n'avoir pas été véritablement *excrite* par les utilisateurs du manuel, y compris les professeurs, ce qu'on peut noter de façon suggestive ainsi ( $E$  désigne la page reproduite) :

$$E \Rightarrow \{ Q \} \Rightarrow \{ R \}.$$

Bien entendu, la question  $Q$  est « Comment cuber un “bois” [une grume] ? ». La réponse  $R$ , elle, reste « prise » dans le texte du manuel.

c) L'exemple précédent constitue sans doute une exception : le texte du manuel, le cours du professeur, la recette trouvée sur Internet ou dans un magazine recèlent des praxéologies que l'on va excire en les faisant apparaître comme des réponses  $R$  à des questions  $Q$  : telle est la règle générale. C'est ainsi par exemple que, à partir de la fiche sur la comparaison des décimaux, vue dans l'Unité 4, se construira dans la classe de 6<sup>e</sup> qui l'utilise une praxéologie  $R$  qui sera normalement intégrée à l'équipement de la classe et qui permettra aux élèves, sauf exception, de comparer sans erreur les nombres 7,2 et 7,13 par exemple.

5.3.4. Comment aider plus encore le processus d'excription praxéologique d'un exposé  $E$  que doit réaliser  $X$  ? Une technique contemporaine est la suivante :  $Y$  (ou l'institution mandante) propose, non un exposé  $E$  « tout fait », mais une question  $Q$ , que  $X$  va alors étudier  $Q$  (sous la direction de  $Y$ ) pour lui apporter une réponse  $R$ , ce qu'on notera ainsi :

$$S(X ; Y ; Q) \mapsto R.$$

Une fois élaborée, la réponse  $R$  sera inscrite en un texte  $E$ , qui sera « *l'exposé de référence* » pour le système didactique considéré, qu'il s'agisse d'une classe scolaire, d'une équipe de recherche, d'un binôme directeur de mémoire/étudiant, etc.

a) Nous examinerons ici un premier exemple, celui d'une classe sud-africaine d'élèves de 15-16 ans (*grade 10*), lors d'une séance de mathématiques dont le contenu des échanges oraux entre professeur et élèves nous est connu sur une période d'un quart d'heure environ. Le sigle OHP utilisé ci-après désigne le rétroprojecteur, *OverHead Projector* en anglais.  $Y$  est désigné par l'abréviation Tr (pour *teacher*) ; les membres de  $X$ , soit  $x_1$ ,  $x_2$ , etc., sont désignés par les abréviations Lr1, Lr2, etc. (avec Lr pour *learner*).

In the first seven minutes of the class, the Teacher (Tr), standing in the front of the class, puts the following problem onto the OHP, explains what the class is to do, and they spend this time working on the problem:

**How many diagonals are there in a 700-sided polygon?**

**Tr:** I want you to take out a single page quickly. Single page and for the next five minutes no discussion. I want you to think about how would you possibly solve this problem? The question is, for those of you who can't see at the back, "How many diagonals are there in a 700-sided polygon?"

The teacher moves to side of class to observe learners (Lr) who attempt to garner more specific guidance from the teacher, to which he eventually responds:

**Tr:** Like I said, it is entirely up to you. Whatever you want to do, try and solve the problem. If you want to draw it, draw it. If you want to calculate something do it, whatever you want to do ... You can do as you please.

After seven minutes, the Teacher calls the class' attention.

**00:07 – 00:14**

**Tr:** Ok! Guys, time's up. Five minutes is over. Who of you thinks they solved the problem? One, two, three, four, five, six.

**Lr 1:** I just divided 700 by 2.

**Tr:** You just divided 700 by 2. (Coughs).

**Lr 1:** Sir, one of the side's have, like a corner. Yes ... (inaudible), because of the diagonals. Therefore two of the sides makes like a corner. So I just divided by two ... (Inaudible).

**Tr:** So you just divide the 700 by 2. And what do you base that on? So what do you base that on because there's 700 sides. So how many corners will there be if there's, 700 sides?

**Lr 1:** Ya, there's 700 corners.

**Tr:** Will there be 700 sides if there's 700 corners?

**Lr 1:** No, there's will be 350 corners.

**Tr:** Why will there be 350 corners?

Learner1 attempts to explain shifting between 700 sides so 700 corners and 350 diagonals to 350 corners and so 175 diagonals, without being able to justify further than the need to divide by two to get diagonals.

**Tr:** Let's hear somebody else opinion.

**Lr2:** Sir what I've done sir is ... First 700 is too many sides to draw. So if there is four sides how will I do that sir? Then I figure that the four sides must be divided by two. Four divided by two equals two diagonals. So take 700, divide by two will give you the answer. So that's the answer I got.

**Tr:** So you say that, there's too many sides to draw. If I can just hear you clearly; ... that 700 sides are too many sides, too big a polygon to draw. Let me get it clear. So you took a smaller polygon of four sides and drew the diagonals in there. So how many diagonals you get?

**Lr2:** In a four sided shape sir, I got two.

**Tr:** Two. So you deduced from that one example that you should divide the 700 by two as well? So you only went as far as a 4 sided shape? You didn't test anything else.

**Lr2:** Yes, I don't want to confuse myself.

**Tr:** So you don't want to confuse yourself. So you're happy with that solution, having tested only one polygon?

**Lr2:** Inaudible response.

**Tr:** Ok! You say that you have another solution. (Pointing to Lr3). Let's hear.

**Lr3:** Sir you said that diagonals are line that connect non-consecutive lines. ... Well we had a discussion about diagonals and we came to a conclusion. ... It has to have 700 points. Now a polygon is an enclosed shape, so it has to have 700 corners... Every shape that has 700 lines that is closed has the number of corners equal to the number of lines that there is.

**Tr:** Learner1, what do you think about that?

Interaction over the number of sides and corners continues and then

**Lr1:** I just said he is right.

**Tr:** He is right about the fact that the number of sides and the number of corners should be the same. Can you justify?

**Lr1:** I just think it's right. ... It makes sense.

**Tr:** What about you Lr4? You said you agree.

**Lr4:** He makes sense. ... He proved it. ... He used a square.

**Tr:** He used a square? Are you convinced by using a square that he is right.

**Lr5:** But sir, here on my page I also did the same thing. I made a 6-sided shape and saw the same thing. Because a six thing has six corners and has three diagonals.

**Lr1:** So what about a 5-sided shape? Then sir.

**Tr:** What about a 5-sided shape? You think it would have 5 corners? How many diagonals?

Interaction continues, with Tr first admonishing learners to listen to each other as they all attempt to talk at the same time, and during which time he hears (this is not audible on the videotape because of the co-incident talking) that there is confusion between the words polygon and pentagon. Tr intervenes to say:

**Tr:** Ok! Let's just listen to what they got to say.

**L5:** No sir, we just saying in the diagonals of a pentagon there's 5 – sides. They give you, us 5 – sides and five diagonals. (Interrupted by other learners).

**Tr:** Ok! So now I am hearing that some people are not too sure about what is a polygon. ... Is a pentagon a polygon?

a) La question  $Q_0$  étudiée est donc celle-ci : « Combien de diagonales possède un polygone à 700 côtés ? » Le professeur communique cette question, dont l'énoncé figure sur un transparent, en le projetant sur un écran (détail qui relève de l'organisation *pédagogique*). Cela noté, la première observation à faire est peut-être que cette question ne semble pas avoir été *motivée* : pour quelle raison Y demande-t-il à X de l'étudier, cela – apparemment – n'est pas connu ni de X ni de l'observateur. On dira d'une telle question qu'elle apparaît *immotivée*.

b) En dépit du caractère immotivé de  $Q_0$ , comme toujours ou presque les élèves se révèlent *dociles*, qualificatif qui, en français comme en anglais, a deux acceptions non indépendantes mais distinctes, que le *Online Etymology Dictionary* présente ainsi.

1483, from It. or Fr. *docile*, from L. *docilis* "easily taught," from *docere* "teach" (see *doctor*). Sense of "obedient, submissive" first recorded 1774.

En un premier sens, donc, *docile* signifie « disposé à s'instruire, qui apprend aisément » ; en un second sens, aujourd'hui plus courant, il signifie « qui obéit facilement, qui se laisse diriger » : il s'agit là d'un sens dérivé.

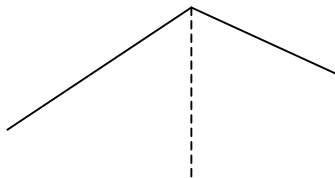
c) Le système didactique peut s'écrire ici :  $S(\{ Lr1, \dots, Lrn \} ; Tr ; Q_0)$ . Ce qui est frappant dans son fonctionnement (observé durant un quart d'heure, rappelons-le), c'est le manque de *moyens*, de *ressources* pour étudier la question  $Q_0$ . Pour préciser la chose, on va introduire ici une nouvelle notion de didactique.

5.3.5. Le schéma présenté plus haut, doit, d'une façon générale, être enrichi ainsi :

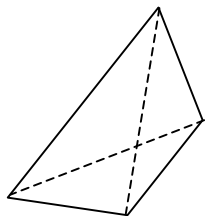
$$[S(X ; Y ; Q) \Rightarrow M] \Rightarrow R.$$

La lettre  $M$  désigne ici le *milieu didactique*, c'est-à-dire l'ensemble des ressources mobilisées pour étudier la question  $Q$ , produire la réponse  $R$  et la *valider*.

a) De quoi est fait le milieu didactique de  $S(\{ Lr1, \dots, Lrn \} ; Tr ; Q)$  ? Il est assez clair que Lr1, en dépit de sa difficulté à s'exprimer sur le sujet, a recouru au modèle visuel ci-après, où l'on aperçoit deux côtés formant un « coin », avec une diagonale (en pointillé).

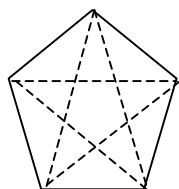


Avant d'interagir avec  $Tr$ , Lr1 semble admettre comme évident que, dès lors qu'il y a 700 côtés, il y aurait 700 « coins ». Son raisonnement pourrait donc être le suivant (il s'agit là, bien entendu, d'une reconstruction *conjecturale*) : « À chaque diagonale correspondent deux

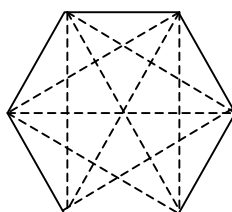


“coins”. Comme il y a 700 “coins”, il y a *donc*  $700/2 = 350$  diagonales. » En outre, cette conclusion est cohérente avec le fait que, dans le cas d'un polygone à 4 côtés, on a bien 2 diagonales (voir ci-dessous, à gauche). On ne saurait donc dire que la réponse de Lr1 a été élaborée *sans* milieu didactique : ce n'est *jamais* le cas.

b) Lr1 aurait pu enrichir le milieu utilisé en considérant un polygone à 5 côtés (un pentagone). En ce cas, dire qu'il y a 5 coins est juste, mais on ne peut plus diviser le nombre de coins par 2... Un essai graphique suggère que le nombre de diagonales est ici égal à 5 (voir ci-après).



c) En désignant le nombre de côtés par la lettre  $n$  et le nombre de diagonales par  $D_n$ , on peut conclure que  $D_4 = 2$  et  $D_5 = 5$ . Notons aussi que, si le polygone a 3 côtés, c'est-à-dire est un triangle, il n'a pas de diagonale :  $D_3 = 0$ . Le problème est donc de trouver la valeur de  $D_{700}$ . Sur cette voie, on peut penser à chercher une « formule générale » pour  $D_n$  en examinant d'autres valeurs de  $n$  pour lesquelles un travail graphique adéquat apparaît raisonnable et raisonnablement fiable. Pour  $n = 6$ , on a ainsi ce que voici.



Comme d'ailleurs dans le cas où  $n = 5$ , on a intérêt à numéroté les diagonales pour être plus sûr qu'on a bien  $D_6 = 9$ . La stratégie employée ici est classique en mathématiques.

5.3.6. Pour avancer, à nouveau, une notion doit être introduite : celle de *milieu* ou *système adidactique*. On appelle ainsi un fragment du milieu didactique  $M$  qui se comporte, *vis-à-vis de la question qu'on lui pose*, comme un fragment de *nature*, c'est-à-dire comme un *système dépourvu d'intention* – intention de plaire ou de déplaire à qui l'interroge, de le tromper ou de lui déciller les yeux, voire de négocier avec lui la « réponse » qu'il va donner, etc.

a) Le dessin d'un quadrilatère constitue un tel système *adidactique* : si l'on pose la question « Combien de diagonales possède un quadrilatère ? », ce dessin répond clairement et sèchement : 2. De la même façon, lorsque  $n = 3$ , le dessin d'un triangle va répondre : 0.

b) On aura noté que l'examen du cas  $n = 4$  réalisé par Lr1 a été également le fait de Lr2, lequel admet qu'il s'en est tenu là, ce que Tr lui reproche explicitement : “So you deduced from that one example that you should divide the 700 by two as well? So you only went as far as a 4 sided shape? You didn't test anything else.” La réponse de l'élève est éclairante sur le rapport qu'il entretient aux systèmes adidactiques : “ I don't want to confuse myself”, répond-il à Tr, « Je ne veux pas m'embrouiller ». Il est clair en effet que la considération du dessin d'un pentagone troublerait la belle conclusion dont il se satisfait. Et c'est d'ailleurs sur la

question du polygone à 5 côtés que l'épisode de classe prend fin, sans qu'aucun résultat solide ait été obtenu.

c) Chose plus remarquable : le manque de formation à user de milieux adidactiques (ne serait-ce qu'en étant capables d'en *recevoir* les réponses, au moins lorsqu'elles ne sont pas ambiguës) conduit même Lr5 à un *déni de réalité* puisque, s'agissant d'un hexagone, il affirme : "But sir, here on my page I also did the same thing. I made a 6-sided shape and saw the same thing. Because a six thing has six corners and has three diagonals." Contre toute évidence, un hexagone aurait donc 3 diagonales ! La formule (inexacte)  $D_n = \frac{n}{2}$  qui, pour  $n = 6$ , donne  $D_6 = 3$ , l'emporte ici sur la simple observation de la réalité...

5.3.7. Un autre événement est digne de remarque : Tr met en doute une affirmation qui va de soi pour les élèves interrogés – le fait qu'un polygone à  $n$  côtés posséderait  $n$  sommets (que ces élèves appellent des « coins » : l'anglais pour « sommet » est *vertex*, qui fait au pluriel *vertices*). Tr introduit ainsi, obliquement une seconde question,  $Q_1$ , qu'on peut énoncer ainsi : « Un polygone à  $n$  côtés a-t-il toujours  $n$  sommets ? »

a) On peut dire que  $Y = \text{Tr}$  fait là « quelque chose » qui *n'aide pas*  $X = \{ \text{Lr1}, \dots, \text{Lrn} \}$  à produire une réponse validée à  $Q_0$  et qui va provoquer une « dérive » du processus didactique, en suscitant au reste des régressions diverses : de la part de Lr1 d'abord, lequel ne sait plus où il en est, du groupe tout entier ensuite, où l'intervention maladroite de Tr semble induire un état de confusion qui conduit certains à hésiter quant à la différence entre *polygone* et *pentagone*.

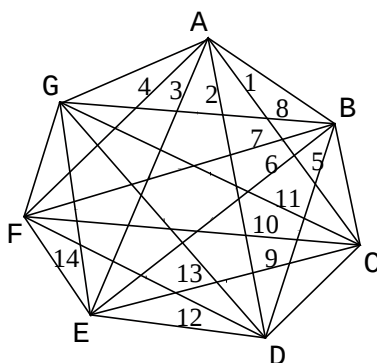
b) Ce que Tr aurait pu faire pour aider positivement  $X$  était, non de se constituer comme partenaire de dialogue jouant le rôle de milieu *non adidactique*, mais d'inciter les élèves à aller interroger sans s'émouvoir ces milieux adidactiques que sont (ici) le pentagone et l'hexagone, ce qui leur aurait permis d'aboutir aux résultats *partiels* mentionnés plus haut ( $D_3 = 0$ ,  $D_4 = 2$ ,  $D_5 = 5$ ,  $D_6 = 9$ ) et donc de rejeter la formule conjecturale (et « arrangeante »)  $D_n = \frac{n}{2}$ .

5.3.8. On doit en ce point s'interroger, d'une façon générale, sur ce que  $Y$  peut « se permettre » de faire afin d'aider  $X$  à étudier une question  $Q$ . En réalité, ce que  $Y$  « se permet » n'est rien d'autre, en principe, que ce qu'*on* lui permet, « on » désignant ici l'institution

mandante et la pédagogie qu'elle légitime, mais aussi la société et la civilisation dans lesquelles cette institution est plongée.

a) L'exemple examiné montre que les types d'interventions permises à  $Y$  déterminent ce qu'il peut faire *positivement* pour  $X$  confronté à  $Q_0$ , mais aussi *négativement*, en éloignant  $X$  d'une issue heureuse à cet égard. L'arme est ainsi à double tranchant ; en outre, plus elle est puissante, plus la responsabilité de  $Y$  est engagée. Ce sont les prérogatives accordées à  $Y$  – prérogatives « professorales », en un temps et un lieu déterminés – qui lui permettent la manœuvre didactique clé : celle consistant à demander le nombre de diagonales d'un polygone à *sept cents* côtés, question apparemment immotivée et arbitraire en laquelle on peut voir pour cela un véritable *abus de pouvoir*.

b) Le nombre  $n$  de côtés constitue, dans la situation examinée, ce qu'on nomme une *variable didactique*, dont la valeur peut changer structurellement la situation dans laquelle sont plongés les élèves (et le professeur) : pour  $n = 4$  ou  $5$  ou  $6$ , voire pour  $n = 7$ , en effet, il est encore possible de mettre en œuvre la technique qu'on a évoquée, comme on le voit aussi sur le cas d'un *heptagone* (ci-après).



Mais pour  $n = 700$ , il n'en est plus question, ce que les élèves n'ont pas manqué d'observer. Lr2 déclare ainsi : "Sir what I've done sir is ... First 700 is too many sides to draw." Tr reprend en écho : "So you say that, there's too many sides to draw." Le « saut » de  $n = 5$  ou  $6$  à  $n = 700$  est là pour rendre inopérante la technique de détermination de  $D_n$  spontanément mobilisée par les élèves pour les petites valeurs de  $n$ .

c) Une telle « manipulation » de la variable  $n$  a un sens dans le cadre de l'étude de la question « Combien de diagonales possède un polygone à  $n$  côtés ? » Mais, redisons-le, elle apparaît ici immotivée : dans quel contexte institutionnel pourrait-on donc imaginer de la voir surgir  $n = 700$  ? Cette question demeure sans réponse, et, en fait, n'est même pas posée.

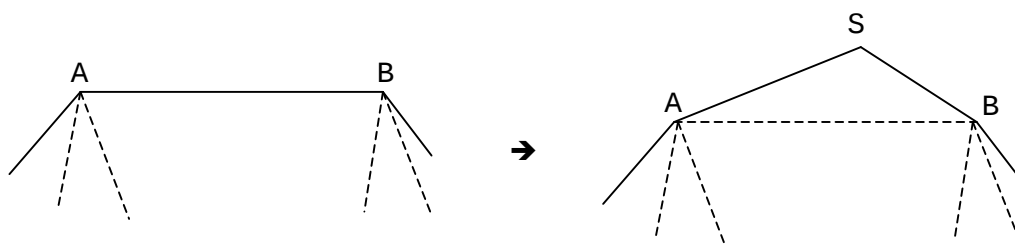
5.3.9. On aura noté que l'épisode se termine sans que la classe ait sérieusement avancé dans l'étude de  $Q_0$ . On peut alors imaginer ceci : un certain temps ayant passé, on voit cette classe disposer d'un exposé  $E_0$ . On suppose qu'il s'agit de l'exposé que l'on trouvera ci-après (et qui est en vérité un exposé *de fiction*).

Fiche XXI

### Nombre de diagonales d'un polygone (suite)

#### 3. Passer de $n$ à $n + 1$

Que devient le nombre de diagonales quand on passe d'un  $n$ -gone à un  $(n + 1)$ -gone ? Les schémas ci-après permettent de répondre.



Chaque sommet (tel A ou B) est joint aux  $n - 3$  sommets non adjacents par  $n - 3$  diagonales. Si l'on ajoute un sommet S entre A et B (par exemple), on rajoute  $(n + 1) - 3 = n - 2$  diagonales (celles partant de S), *plus* une diagonale, à savoir l'ancien côté  $[AB]$  qui a désormais le statut de diagonale. On a donc :  $D_{n+1} = D_n + (n - 2) + 1 = D_n + n - 1$ . On obtient donc l'égalité

$$D_{n+1} = D_n + n - 1.$$

#### 4. Une formule générale pour $D_n$

On observera que la formule précédente permet de retrouver des résultats déjà établis : sachant que  $D_3 = 0$ , on obtient ainsi les égalités successives suivantes :

$$D_4 = D_3 + 2 = 2 ; D_5 = D_4 + 3 = 5 ; D_6 = D_5 + 4 = 9 ; D_7 = D_6 + 5 = 14 ; \text{etc.}$$

C'est là une remarque qu'on peut mettre en œuvre pour obtenir une formule générale pour  $D_n$ , à condition d'écrire les égalités précédentes ainsi :

$$D_4 = D_3 + 2 = 2 ; D_5 = D_4 + 3 = 2 + 3 ; D_6 = D_5 + 4 = 2 + 3 + 4 ; D_7 = 2 + 3 + 4 + 5 ; \text{etc.}$$

On aura plus généralement :

$$D_n = 2 + 3 + 4 + \dots + (n-3) + (n-2).$$

Nous savons (voir la fiche XVII) que l'on a :  $1 + 2 + 3 + \dots + (N-1) + N = \frac{N(N+1)}{2}$ . Ici, en

ajoutant 1 au début de la somme et en le retranchant au dernier terme, et en posant alors  $N = n - 3$ , il vient :  $D_n = 1 + 2 + 3 + 4 + \dots + (n-3) + (n-3) = \frac{(n-3)(n-2)}{2} + (n-3) = \frac{n-3}{2} [(n-2)$

$+ 2] = \frac{n-3}{2} \times n = \frac{(n-3)n}{2}$ . On a ainsi :  $D_n = \frac{(n-3)n}{2}$ .

## 5. Retour au problème initial

Le problème initial était celui du nombre de diagonales d'un polygone à 700 côtés. On a donc :

$$D_{700} = \frac{(700-3) \times 700}{2} = 697 \times 350 = 243\,950.$$

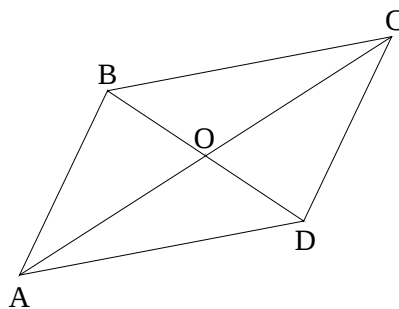
On aura de même pour un dodécagone,  $D_{12} = 9 \times 6 = 54$ .

a) On peut envisager que ce soit *la classe elle-même* qui, sous la direction et avec l'aide de son professeur, ait élaboré cette fiche de synthèse. Par contraste, on peut imaginer aussi qu'il s'agisse d'une fiche extraite d'un manuel, que Tr aurait « apporté » à la classe. Dans les deux cas, il conviendra que la classe *étudie*  $E_0$ , même si elle l'a construite très activement par elle-même. Mais on imagine que la situation sera très différente selon que l'on est dans ce cas ou que la fiche  $E_0$  est apportée toute faite par Tr, fût-ce après avoir constaté l'échec de la classe à avancer par ses propres moyens vers une réponse  $R_0$  validée.

b) Nous sommes rendus, ici, à un carrefour important du point de vue de *l'organisation de l'étude*. Avant de nous y arrêter, nous examinerons une autre observation de classe.

## 5.4. AER et synthèses

5.4.1. En classe de 5<sup>e</sup>, les élèves doivent étudier, en mathématiques, la propriété  $\theta_1$  du parallélogramme que voici : dans un parallélogramme, les diagonales se coupent en leur milieu. En d'autres termes, sur la figure ci-contre, on a  $AO = OC$  et  $BO = OD$ .



a) C'est se référer là à un certain « texte du savoir » traditionnel, qui tient en peu de mots, et dont le programme officiel de la classe de 5<sup>e</sup> fournit un résumé (sinon un exposé en bonne et

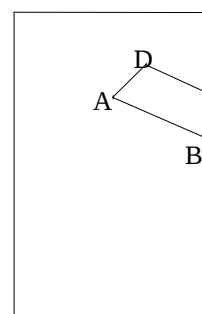
due forme) : on y lit en effet que les élèves devront « connaître et utiliser une définition du parallélogramme et des propriétés relatives aux côtés, aux diagonales et aux angles » et que, par des « travaux » adaptés, les classes devront parvenir à « l'énoncé et l'utilisation de propriétés caractéristiques du parallélogramme », en veillant « à toujours formuler ces propriétés à l'aide d'énoncés séparés » (ce n'est en principe qu'en classe de seconde qu'on manipule des CNS, des conditions nécessaires *et* suffisantes). On voit en passant que ce n'est pas seulement la propriété  $\theta_1$  qui est « au programme », mais aussi sa réciproque : si, dans un *quadrilatère* ABCD, les diagonales [AC] et [BD] se coupent en leur milieu, alors ABCD est un *parallélogramme*.

b) Cette situation, classique dans l'univers didactique scolaire d'aujourd'hui, suppose que l'on « mette en questions » non pas un exposé concret, mais un « texte du savoir » dont des versions concrètes sont déposées par exemple dans les manuels. Cela conduit à une situation un peu différente de celle évoquée à propos d'un exposé  $E$  mis au cœur du travail d'un système didactique  $S(X; Y; \heartsuit_E)$  : ici, le système didactique  $S(X; Y; \heartsuit)$ , où  $\heartsuit$  est désigné (non sans imprécisions) par le programme de la classe (on sait par exemple que  $\heartsuit \supset \theta_1$ ), devra élaborer son propre exposé de référence  $E$ . Si  $Y$  ne l'apporte pas « tout fait », la construction de  $E$  devra se faire à partir d'une *mise en questions* du programme – de  $\heartsuit$  – à la charge de  $S(X; Y; \heartsuit)$  et, en général, à la charge de  $Y$  plus particulièrement. Nous verrons ainsi, un peu plus loin, une professeure choisir pour question « inaugurale » de l'étude de la propriété  $\theta_1$ , ou plutôt d'une praxéologie mathématique à préciser que nous noterons

$$O_{\theta_1} = [\dots / \dots / \theta_1 / \dots],$$

la question  $Q_T$  correspondant au type de tâches  $T$  suivant.

$T$ . Tracer la diagonale [AC] d'un parallélogramme ABCD dont le sommet C ne « tombe » pas dans la feuille où on a voulu le dessiner.



c) D'une façon générale, ayant à étudier  $\heartsuit$ ,  $X$  et  $Y$  se trouvent – dans des positions institutionnelles différentes – devant une tâche qui relève du *type de tâches didactique fondamentale*  $\Delta_{\heartsuit}$ , « Étudier/diriger l'étude de  $\heartsuit$  ». À cette interrogation portant sur le type de tâches  $\Delta_{\heartsuit}$  doit répondre une certaine « organisation praxéologique » formée autour du type de tâches  $\Delta_{\heartsuit}$  et qu'on nommera de façon générique une *organisation didactique* (relative à  $\heartsuit$ ). Dans le cas que nous suivrons ici, le premier geste

technique qui permet de réaliser la tâche  $\Delta_{\heartsuit}$  – ou, plus précisément,  $\Delta_{\theta_1}$  – a été de proposer à  $X$ , à titre de problème à résoudre, la question  $Q_T$ .

d) Supposons un instant, ici, l'étude de  $Q_T$  accomplie. Voici alors ce que pourrait être un extrait de « l'exposé de référence » (pour  $S(X ; Y ; Q_T)$  auquel pourrait avoir abouti le travail de  $S(X ; Y ; Q_T)$  : cet exposé est constitué par la *synthèse* du travail réalisé par  $X$  avec l'aide et sous la direction de  $Y$  sur la question  $Q_T$ .

Collège Georges Bouligand

4<sup>e</sup> 3 – Mathématiques

### Synthèse : Parallélogramme

(Dernière mise à jour : 20-10-09)

.....

### III. Diagonales du parallélogramme (1)

#### 1) Type de tâches

Tracer la diagonale  $[AC]$  d'un parallélogramme  $ABCD$  tracé sur une feuille mais dont le sommet  $C$  « tombe » en-dehors de la feuille.

#### 2) Technique

- Par une technique quelconque (éventuellement *approchée*), marquer le milieu  $O$  de  $[BD]$ .
- À l'aide de la règle, tracer la partie de la demi-droite  $[AO)$  située sur la feuille.

#### 3) Justification de la technique (technologie)

- La technique se justifie par la propriété suivante :

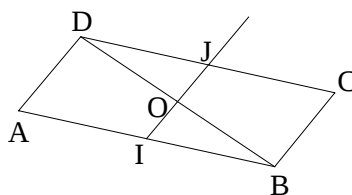
$\theta_0$ . Dans un parallélogramme  $ABCD$ , la diagonale  $[AC]$  passe par le milieu  $O$  de la diagonale  $[BD]$ .

- La propriété  $\theta_0$  se déduit aisément de la propriété suivante :

$\theta_1$ . Dans un parallélogramme  $ABCD$ , les diagonales  $[AC]$  et  $[BD]$  se coupent en leur milieu  $O$ .

- Cette propriété peut être établie *par l'expérience* graphique et confirmée par l'emploi d'un logiciel de géométrie dynamique.

- $\theta_1$  peut également *se déduire* de propriétés bien connues (théorèmes des milieux), comme suit. Dans la figure ci-après,  $ABCD$  est un parallélogramme,  $I$  est le milieu de  $[AB]$  et  $(IJ)$  est parallèle à  $(BC)$ .



D'après le 2<sup>e</sup> théorème des milieux, dans le triangle ABD, (IJ) coupe [BD] en son milieu O ; par suite, dans le triangle BDC la droite (OJ) coupe [CD] en son milieu, J. D'après le 3<sup>e</sup> théorème des milieux, dans le triangle ABD, on a  $IO = AD/2$  et, dans le triangle BDC, on a  $OJ = BC/2$ . Comme  $AD = BC$ , on a  $IO = OJ$  : O est donc le milieu de [IJ] et on en conclut que la diagonale [BD] passe par le milieu de [IJ], qui est aussi le milieu de [BD]. On montre de même que la diagonale [AC] passe par le milieu de [IJ], O, qui est aussi le milieu de [AC]. Les deux diagonales se coupent donc en leur milieu.

.....

e) En notant désormais  $\theta$  ce qu'on a noté  $\theta_1$  jusqu'ici, on pourra aussi inclure dans  $O_\theta \subseteq O_\blacktriangledown$  d'autres types de tâches  $T'$ , pour lesquels par exemple une technique  $\tau'$  peut être produite et justifiée à l'aide de la même technologie  $\theta$  élaborée à propos de  $T$ , à des additifs mineurs près. Dans le cas du parallélogramme, ainsi, la classe pourra poursuivre son travail et en inscrire le fruit dans la synthèse suivante.

Collège Georges Bouligand

4<sup>e</sup> 3 – Mathématiques

### Synthèse : Parallélogramme

(Dernière mise à jour : 22-10-09)

.....

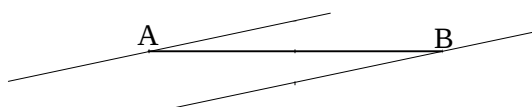
#### IV. Diagonales du parallélogramme (2)

##### 1) Type de tâches

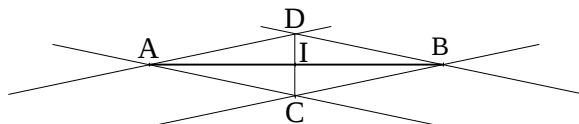
À l'aide d'une règle à deux bords parallèles, marquer le milieu d'un segment [AB].

##### 2) Technique

- Placer la règle de façon que l'un de ses bords passe par A et l'autre par B ; tracer alors les droites correspondant aux bords de la règle (voir la figure).



- En changeant la position de la règle, tracer de même deux parallèles passant l'une par A, l'autre par B : les droites tracées se coupent en A, B et en deux autres points, C et D (voir ci-dessous).



- Marquer le point I, intersection des droites (AB) et (CD) : I est le milieu de [AB] (voir ci-dessus).

### 3) Justification de la technique (technologie)

- La technique se justifie par la propriété suivante :  
 $\theta$ . Dans un parallélogramme, les diagonales se coupent en leur milieu.
- Par construction, le quadrilatère ACBD est un parallélogramme (voir la définition). D'après  $\theta$ , donc, [AB] et [CD] se coupent en leur milieu I : I est donc le milieu de [AB].

Dans le cas précédent, l'organisation (praxéologique) mathématique construite se formalisera ainsi :  $O_{\heartsuit} = [T, T' / \tau, \tau' / \theta / \Theta]$ . Cette organisation mathématique comporte *deux* types de tâches, avec, pour chacune d'entre elles, une technique appropriée. Elle pourrait en comporter plusieurs autres encore, tout en étant présentée comme *la* praxéologie (parmi d'autres possibles) explicitant l'enjeu didactique  $\heartsuit$ . (On parle de praxéologie *ponctuelle* lorsqu'une praxéologie ne contient qu'un *type* de tâches, et de praxéologie *locale* lorsque, comme dans le cas précédent, elle en contient *plusieurs* justifiées par la *même* technologie.)

5.4.2. Les « travaux » dont parle le programme de 5<sup>e</sup> cité plus haut correspondent à ce que nous nommerons ici des *activités d'étude et de recherche*, des AER.

a) Divers textes publiés par le ministère de l'Éducation nationale, désignant ces AER sous le simple nom d'*activité*, en esquissent les contours, tel par exemple cet extrait du programme de 1996 pour la classe de 6<sup>e</sup>.

Les activités choisies doivent :

- permettre un démarrage possible pour tous les élèves, donc ne donner que des consignes très simples et n'exiger que les connaissances solidement acquises par tous ;

- créer rapidement une situation assez riche pour provoquer des conjectures ;
- rendre possible la mise en jeu des outils prévus ;
- fournir aux élèves, aussi souvent que possible, des occasions de contrôle de leurs résultats, tout en favorisant un nouvel enrichissement ; on y parvient, par exemple, en prévoyant divers cheminements qui permettent de fructueuses comparaisons.

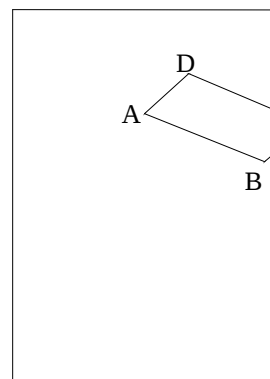
b) L'aboutissement d'une AER, c'est un *exposé de référence pour la classe* qu'on nommera la *synthèse*, ce dont nous avons déjà vu des exemples. À ce propos, le texte ministériel déjà cité à propos des activités indique ceci.

[Les AER] nécessitent une synthèse, brève, qui porte non seulement sur les quelques notions, résultats et outils de base que les élèves doivent connaître, mais aussi sur les méthodes de résolution de problèmes qui les mettent en jeu.

De la même façon, le programme de seconde en vigueur jusqu'à la rentrée 2000 précisait ceci.

La *synthèse*, qui constitue le cours proprement dit, doit être brève ; elle porte non seulement sur les quelques notions, résultats et outils de base que les élèves doivent connaître et savoir utiliser, mais aussi sur les méthodes de résolution de problèmes qui les mettent en jeu.

c) Tout cela noté, nous nous référerons dans ce qui suit à une séance observée dans une classe de 5<sup>e</sup> dont la professeure a choisi de placer les élèves dans la situation déjà évoquée : il s'agit pour eux d'effectuer la tâche  $t$  consistant à tracer la diagonale  $[AC]$  d'un parallélogramme  $ABCD$  dont, en fait, le sommet  $C$  ne « tombe » pas dans la feuille où on a voulu le dessiner (voir ci-contre). L'idée derrière ce choix est de faire émerger la technique  $\tau_T$  consistant à placer le milieu  $O$  de la diagonale  $[BD]$  (ce que l'on peut faire sans

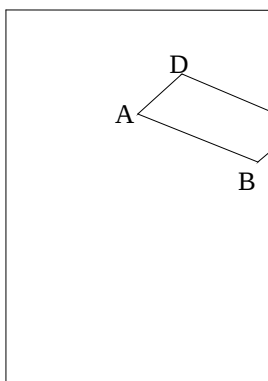


sortir de la feuille), puis à tracer la partie de la demi-droite  $[AO]$  située sur la feuille. La justification de cette technique se trouve dans la propriété  $\theta$  qu'il s'agit précisément de faire apparaître. Les élèves découvriront-ils  $\theta$  comme clé technologique du succès technique ? Ne « risquent »-ils pas de proposer une autre technique justifiable avec les « outils » dont ils disposent d'ores et déjà ?...

5.4.3. De quoi est faite une *organisation didactique* ? Il est possible de répondre en examinant la manière dont elle prend en charge certaines *fonctions* didactiques, dont plusieurs ont été rencontrées jusqu'ici, et qu'on nomme des *moments de l'étude* ou *moments didactiques* : l'usage de « moment » vient ici de ce que, au cours du processus d'étude d'une question, il « arrive un moment » où cette fonction doit, peu ou prou, être assurée. Dans ce qui suit, nous passerons ces moments en revue. Soulignons dès maintenant que l'ordre de présentation retenu ici n'est pas nécessairement celui de la réalisation de ces moments dans la chronique d'un système didactique  $S(X; Y; \heartsuit)$ , où, au demeurant, ils se réalisent en règle générale *en plusieurs épisodes* séparés dans le temps. Comme annoncé, nous illustrerons ces grandes fonctions didactiques en suivant le compte rendu d'observation de la séance d'une classe de 5<sup>e</sup> où a été réalisée la situation du « parallélogramme coupé ».

a) Le *premier moment* est le moment *de la première rencontre* avec le type de tâches *T*. Voici à cet égard le début du compte rendu d'observation. (Pour des raisons d'anonymat, la professeure est partout désignée par la seule lettre P.)

P : « Bon, on passe à l'activité n° 2. Vous pouvez ranger vos exercices. » Un élève distribue la feuille de travail. Une élève s'enquiert de la place à lui donner : « C'est après l'activité 2 ? » P : « Oui... » Puis un élève lit l'énoncé (voir la figure ci-après) : « Le sommet C du parallélogramme ABCD est sorti des limites de la feuille. Tracer la partie visible de la droite (AC). »



En écho, P écrit :

Question : tracer (AC) ?

Elle demande ce que sont, ici, les données. Un élève, sollicité, répond : « ABCD est un parallélogramme. » P : « Tout le monde voit ? » Puis : « Qu'est-ce qu'il faut pour tracer une droite ? » Une élève : « Une droite ? Un compas, un crayon, une gomme. » P : « Laissez de côté

les instruments de géométrie. » Un élève intervient, sans succès ; puis une élève trouve : « Des points ! », s'écrit-elle. P : « Combien ? » L'élève : « Deux ! » « Tout le monde est d'accord ? » « Oui... » « Par quels points passe la droite ? » « A et C » « C, on ne peut pas s'en servir. Comment faire ? » P relance : « Qu'est-ce qu'il faudrait faire ? » Après quelques essais infructueux, la classe dégage la réponse attendue : il faudrait avoir un autre point. P écrit :

#### Activité 2

Pour tracer (AC), il faut 2 points

Ici, on n'en a qu'un : le point A

Il faudrait trouver un autre point

P : « Ce point, il faudrait qu'il soit comment ? » Elle interroge une élève, qui répond : « Sur la droite (AC). » P approuve et écrit :

Il faudrait trouver un autre point

qui est sur (AC)

Un débat s'ensuit à propos de ce deuxième point : il faut qu'il soit sur la feuille, souligne P, « sinon ça n'a aucun intérêt ». Elle écrit :

qui est sur (AC), et sur

la feuille

P : « Comment on pourrait trouver ce deuxième point ?... Cherchez. Et après on partagera ensemble ce qu'on a fait ! »

Cet exemple rappelle que la *rencontre* avec un problème peut être ratée : on peut passer à côté *du problème*. Ici, la professeure passe un certain temps à aider les élèves à s'en saisir : elle travaille à ce qu'on nomme la *dévolution* du problème. On notera par ailleurs le dispositif consistant à expliciter au tableau les plus petites avancées dans l'étude du problème ainsi dévolu aux élèves.

b) Le *deuxième moment* est le moment d'*exploration* du type de tâches *T* et d'*émergence de la technique*  $\tau$ . Voici, à cet égard, la suite du compte rendu.

Il est 11 h 32. Les élèves travaillent en silence. P circule lentement. Peu à peu des élèves se manifestent auprès de P. Un élève dit à voix basse : « Ça y est, j'ai trouvé ! J'ai trouvé ! » P s'adresse bientôt à la classe : « Bon, on va partager les solutions. » Elle sollicite un élève : « Explique-nous ce que tu as fait. » L'élève a... ajouté une feuille pour tracer le parallélogramme. Une élève, interrogée, va droit au but : « On trace le segment [DB], on prend

le milieu, on le nomme, et après on trace (AI), si I est le milieu... » Plusieurs ont trouvé cette solution. Une élève a fait comme le premier élève interrogé. Un autre élève parle de l'angle  $\widehat{DAB}$ . P : « Mais où le tracer l'angle  $\widehat{BCD}$  ? » Un élève encore propose une tentative qui n'aboutit pas. Un autre veut faire la symétrie par rapport à (AD). P indique qu'on verra cette idée demain : pour le moment, on examine la solution par le milieu de [DB]. Après un court dialogue à ce sujet, P écrit :

Les diagonales [AC] et [DB] se coupent,  
en un point O

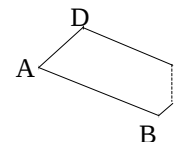
P : « Il se balade sur le segment ? Il est où ? » « Au milieu », répond une voix. Un autre élève intervient ; il a compris la solution, mais il semble qu'il veuille « placer le point C », à partir de A et O. P fait reformuler le problème : il s'agit de tracer la droite (AC), pas le point C. Un élève encore parle de « trouver où est le point C ». P : « Est-ce que c'est ça le problème ? » Des élèves en chœur : « Non ! » Mais certains semblent avoir un peu de mal à l'entendre.

La recherche par les élèves d'une solution au problème posé – solution qui consiste d'abord en une technique  $\tau$  pour accomplir les tâches du type  $T$  – n'a pas été observée (il est, au reste, délicat de le faire). Seule la *mise en commun* des résultats obtenus, impulsée par la professeure, l'est. Elle révèle des trouvailles multiples de la part des élèves :

1) la manœuvre consistant à « rajouter une feuille », qui peut permettre de résoudre le problème *en pratique*, ne satisfait pas aux contraintes implicitement imposées : tracer la diagonale demandée en restant « dans la feuille » et à l'aide des seuls instruments de tracé usuels ;

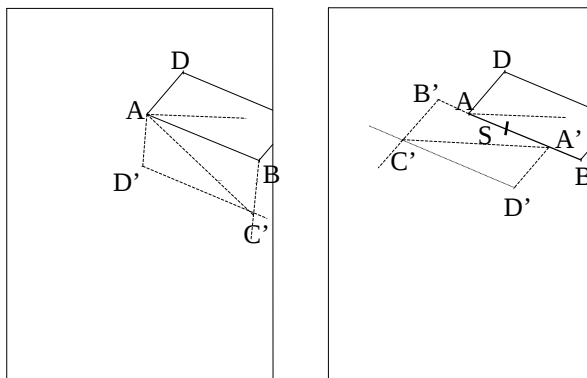
2) la solution attendue est bien présente, en plusieurs exemplaires (« On trace le segment [DB], on prend le milieu, on le nomme, et après on trace (AI), si I est le milieu... »), et cela bien que la propriété des diagonales de se couper en leur milieu *ne soit pas connue préalablement des élèves* (ils croient la découvrir en s'efforçant de résoudre le problème étudié, mais n'en ont pas encore de preuve formelle) ;

3) Un autre essai de résolution (par des considérations angulaires : il est question de l'angle  $\widehat{DAB}$  : voir ci-contre) est proposé mais est aussitôt abandonné, sans examen poussé ;



4) une autre solution est avancée : faire la symétrie par rapport à (AD) (afin de ramener le parallélogramme dans la feuille), tracer alors la diagonale du parallélogramme obtenu par symétrie, puis refaire la même symétrie pour se ramener au parallélogramme donné : on a

représenté ci-après l'emploi d'une symétrie par rapport à la droite (AB) (à gauche) et aussi l'emploi (non évoqué) d'une symétrie par rapport à un point S « bien choisi » (à droite) ; l'étude de la solution suggérée n'est pas rejetée mais différée (elle sera effectivement menée à bien ultérieurement).



La fin de l'épisode rapporté plus haut montre que le *moment de la première rencontre* se poursuit ici : un élève s'est mis en tête qu'il fallait trouver le point C, alors même qu'il s'agit de dissocier le tracé de [AC] de la connaissance *préalable* du point C. Mais « la classe » a avancé : elle rejette son point de vue sans autre forme de procès.

c) Le *troisième moment* est le moment *technologico-théorique*, qui voit la création (ou l'identification) du bloc  $[\theta / \Theta]$ . C'est ce moment-là qu'a amorcé, *motu proprio*, la professeure à la fin de l'épisode précédent.

... P écrit :

Les diagonales [AC] et [DB] se coupent,  
en un point O

P : « Il se balade sur le segment ? Il est où ? » « Au milieu », répond une voix.

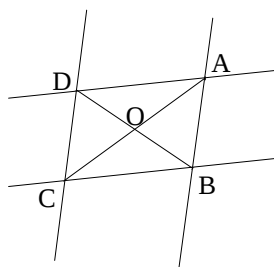
Voici alors la suite du compte rendu.

P : « Je vous propose d'expérimenter à l'ordinateur pour voir si on a bien les diagonales qui se coupent en leur milieu. » P projette au tableau l'écran d'un ordinateur portable et demande à un élève d'aller écrire au tableau en même temps. L'élève note :

Avec le logiciel Cabri-géomètre

On a tracé un parallélogramme ABCD

Une élève se plaint que c'est écrit « trop petit ». P fait apparaître deux couples de parallèles, « des bandes », disent les élèves. Elle trace les diagonales, nomme O leur intersection.



« Il y a une fonction dans l'ordinateur qui permet de mesurer les distances », dit P. Un élève précise : on mesure AO, etc. Les distances mesurées apparaissent en projection sur le tableau. Échange pour savoir si O est bien le milieu de [BD] : oui ! Ensuite, on passe à AO et OC, qui sont eux aussi trouvés égaux. Conclusion : dans ce parallélogramme, O est le milieu des deux diagonales. P précise : « On peut changer les droites avec ce logiciel. » Elle sollicite un élève qui va à l'ordinateur pour faire bouger (AD) et (AB) : il y parvient après un minimum d'hésitations. Les distances affichées restent égales entre elles ! Les élèves : « L'autre droite ! L'autre bande ! » L'élève le fait, fort bien. Pendant ce temps, l'élève au tableau a écrit :

On a bougé les diagonales AC et BD

On mesure BO et OD pour savoir

Si O est le milieu puis on fait pareil

avec AO et OC

On a bougé les droites et on

remarque que O est bien le milieu

Un élève s'étonne que les diagonales n'aient pas la même longueur. Une élève affirme : « C'est que dans les carrés ! » P prend acte du propos de l'élève mais ajoute qu'on verra, que là on voit que ce n'est pas pareil... L'élève au tableau a écrit :

remarque que O est bien le milieu des segments

DB et AC

P corrige les notations fautives. Puis elle demande à un élève de formuler la propriété étudiée, ce qu'il fait : « Les diagonales se coupent en leur milieu. » Elle ajoute : « On pourrait le démontrer, mais c'est un peu long. Donc on va l'admettre. » Elle écrit :

Propriété (admise) : si

alors

P : « Qu'est-ce que je mets après le "si" ? » Un élève se lance ; des élèves semblent rejeter sa formulation. P, finalement, conclut :

Propriété (admise) : si un quadrilatère est un

parallélogramme alors ses diagonales  
se coupent en leur milieu

Le travail de justification de l’assertion notée  $\theta_1$  plus haut est ici uniquement « expérimental ». À bien des égards, il est exemplaire, notamment par la part qu’y prennent des élèves et « la classe ». Le résultat (technologique) qui en découle peut s’énoncer ainsi : « L’expérience montre que les diagonales d’un parallélogramme se coupent en leur milieu. » Un élément *théorique* sous-jacent – ici comme ailleurs en géométrie « élémentaire » – est que les propriétés d’une figure *sont indépendantes de sa taille* (et de sa position dans l’espace), en sorte qu’il suffit de procéder à l’expérimentation sur des figures qui peuvent être tracées à l’intérieur d’une feuille de papier (ou affichées à l’écran d’un ordinateur).

d) Le *quatrième moment* est le moment *du travail de l’organisation praxéologique* créée (ou en cours de création), où *l’on fait travailler* les éléments praxéologiques élaborés pour s’assurer qu’ils « résistent » (et, le cas échéant, pour les améliorer), et où, en même temps, on *travaille sa propre maîtrise* de cette organisation praxéologique, en particulier de la technique  $\tau$  élaborée.

e) Le *cinquième moment* est le moment *de l’institutionnalisation*, où l’on *met en forme* l’organisation praxéologique  $[T / \tau / \theta / \Theta]$  (ou  $[T, T', T'' \dots / \tau, \tau', \tau'' \dots / \theta / \Theta]$ ) en précisant chacun de ses composants, et en « l’intégrant » à l’organisation praxéologique éventuellement déjà institutionnalisée.

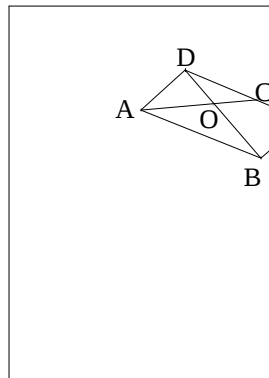
f) Le *sixième moment* est le moment *de l’évaluation*, où l’on évalue sa maîtrise de l’organisation praxéologique créée, mais aussi où *l’on évalue cette organisation praxéologique elle-même*, c’est-à-dire où l’on tente d’estimer la *valeur* que l’on peut attribuer à l’une et à l’autre dans la perspective d’un certain *projet* – plus vaste – d’élaboration praxéologique. On soulignera donc que, à l’instar des autres moments didactiques, l’évaluation *n’est pas* un artefact scolaire, mais participe *de l’activité humaine en général*, où qu’elle prenne place. Qu’est-ce que cela *vaut* pour ce qu’on *veut en faire* ? Telle est la question cardinale à cet égard, à tous propos et en tout lieu.

6.4.4. Une AER comme celle que pilote P prend en charge normalement *les trois premiers moments didactiques*. Toutefois, les autres moments peuvent ne pas en être entièrement

absents. Dans la séance en classe que nous observons, ainsi, comment peut-on situer, dans *l'espace à six dimensions* que définissent les six moments didactiques, la suite des épisodes examinés jusqu'ici ? Voici le compte rendu de la fin de l'épisode (et de la séance).

Il est 11 h 55. P : « Quelqu'un peut résumer ce qu'était le problème et ce qu'on a fait pour le résoudre ? » Un élève : « C'était trouver le point C » Non ! Un élève qui avait fait cette erreur rectifie : « C'est tracer (AC). » Une élève précise la technique pour ce faire. P reprend sa formulation puis ajoute : « Je vous laisse tracer la partie visible de la droite (AC). »

Elle circule. Léger brouhaha de travail. L'élève qui avait rectifié l'erreur de son camarade montre son dessin à ses voisins en demandant si c'est ça. « Non, c'est pas ça ! » Il a placé O de façon que (AO) coupe (DC) sur la feuille !



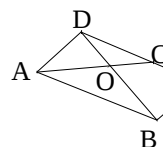
P à l'élève : « Bon, alors, tu vas finir le dessin qui est au tableau ! » Il est midi. L'élève dessine à main levée, fort bien. P enchaîne : « Je vais distribuer la feuille d'exercices... » Elle le fait, aidée par deux élèves. Une élève demande si, pour indiquer que  $DO = OB$ , on peut mettre les « traits ». P rétorque que « ça ne te montre rien ». L'élève : « Je sais, mais ça permet de voir. » P approuve et place les traits indiquant l'égalité des longueurs en question. Elle poursuit : « Vous sortez votre cahier de textes. » Des élèves protestent : « Demain, on a le test ! » P : « C'est bon ! C'est bon ! » Elle indique qu'il s'agit de travailler la deuxième stratégie proposée, qu'on a laissée de côté :

Pour vendredi → tracer le symétrique  
de la figure par rapport à (AD)

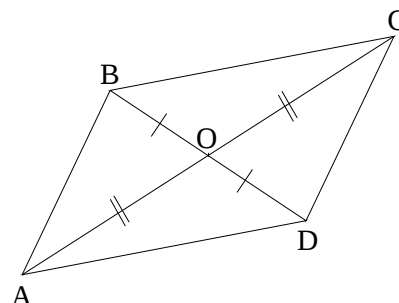
Un débat s'esquisse : s'agit-il d'une symétrie centrale ? La sonnerie retentit. P poursuit : « Interrogation écrite d'une demi-heure demain... » Les élèves corrigent : « 35 minutes ! » P : « N'oubliez pas votre calculatrice. » La séance est finie.

a) On voit que P engage un *bilan* (oral) du travail accompli : c'est là un épisode qui, si peu que ce soit, participe tant du moment de l'institutionnalisation – qu'il prépare – que du moment du travail de l'organisation praxéologique en construction. De ce double point de vue, on voit d'abord qu'une formulation inexacte du problème continue de circuler : il s'agirait de « trouver » *le point C*. Mais on voit aussi que cette erreur *régresse* – un élève qui l'avait faite quelques minutes auparavant vient corriger un camarade qui se trompe encore. Le fait d'énoncer correctement le problème est évidemment un élément clé du point de vue de l'*institutionnalisation* (qui prendra la forme concrète d'une *synthèse*). Quant au fait de corriger l'erreur quelque peu insistante sur l'énoncé du problème, il relève à l'évidence du moment du *travail* (de l'organisation) praxéologique, nécessaire pour parvenir à une synthèse « valable », c'est-à-dire évaluée positivement.

b) Qu'il y ait travail de la praxéologie mathématique en cours de construction est marqué encore par cette consigne donnée par P : « Je vous laisse tracer la partie visible de la droite (AC). » Cette demande va, au demeurant, susciter un nouveau symptôme de la difficulté déjà relevée (sur laquelle nous allons reviendrons) : un élève situe de force le point C dans le cadre de la feuille (voir la figure ci-contre) !



c) La remarque de l'élève sur « les traits » (voir la figure ci-contre) et le court dialogue qui s'ensuit avec P (dialogue que celle-ci conclut en faveur de l'élève, dont elle accepte finalement la proposition) relève également du travail praxéologique : le produit du travail, du moins du point de vue de l'élève, voit ainsi sa « valeur » augmenter (il gagne en lisibilité).



d) Le travail à la maison demandé pour le lendemain prépare l'examen en classe de la technique suggérée par un élève consistant à prendre le symétrique du parallélogramme par la symétrie d'axe (AD) : ce travail participe donc du travail de la praxéologie construite, et, implicitement, de son évaluation – la solution validée ici ne serait-elle pas, au fond, inutile ?

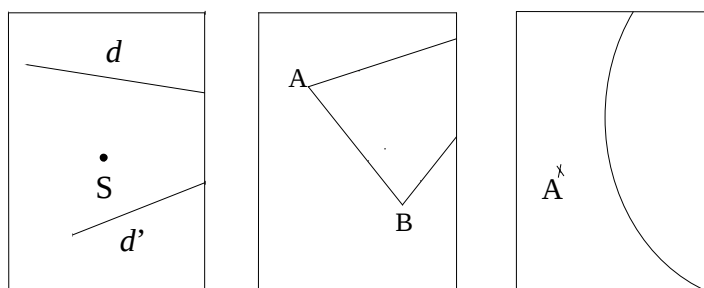
## 6.5. Des AER aux PER

6.5.1. La conception, la construction, l'analyse *a priori*, la réalisation effective, l'analyse *a posteriori* d'une AER n'ont rien de facile. Les différents moments didactiques fournissent à

cet égard des repères indispensables. Sur cette question difficile on ne fera ici que quelques remarques, que devrait prolonger – si le temps dévolu à cet enseignement le permettait – une étude approfondie de la *théorie des situations didactiques* (TSD) de Guy Brousseau, sur laquelle on pourra voir le document déjà cité dans l'Unité 1 (*Glossaire de quelques concepts de la théorie des situations didactiques en mathématiques*) et encore le texte intitulé *La théorie des situations didactiques* et que l'on trouvera en ligne <sup>1</sup>. On s'arrêtera ici sur certains développements actuels qu'on peut situer principalement dans le cadre de la théorie anthropologique du didactique (TAD).

a) Partons pour cela d'un symptôme évident dans la séance observée en 5<sup>e</sup> : le fait que certains élèves au moins semblent ne pas comprendre le *type* de problèmes dont il s'agit, qui leur impose de procéder à une certaine construction géométrique (avec les instruments habituels : règle, compas, équerre, etc.), mais sous des conditions où certains éléments de la figure, ordinairement « donnés », ne le sont pas (il s'agit en l'espèce du point C, qui « tombe » hors de la feuille). Imaginons, par contraste, que la classe ait maintes fois travaillé sur des problèmes de ce type, dont voici trois exemples.

**Problème 1.** Sur une feuille, on a tracé deux droites  $d$  et  $d'$  qui se coupent hors de la feuille (voir ci-après, à gauche). On voudrait tracer sur la feuille la partie du segment qui joint un point  $S$  donné au point d'intersection de  $d$  et  $d'$ .



**Problème 2.** Sur une feuille de papier, on a voulu tracer un triangle  $ABC$  dont, en fait, le sommet  $C$  tombe hors de la feuille (ci-dessus, au centre). Pour une raison non précisée, on souhaite tracer la partie figurant sur la feuille de la hauteur issue de  $C$ .

**Problème 3.** Sur une feuille de papier, on a marqué un point  $A$  et un arc de cercle dont le centre  $O$  tombe hors de la feuille (ci-dessus, à droite). On veut tracer la partie du segment  $[AO]$  figurant sur la feuille.

<sup>1</sup> [http://pagesperso-orange.fr/daest/guy-brousseau/textes/TDS\\_Montreal.pdf](http://pagesperso-orange.fr/daest/guy-brousseau/textes/TDS_Montreal.pdf).

La difficulté notée dans la séance sur le parallélogramme aurait été rencontrée de toute façon ; mais son *dépassement*, réalisé sur le *premier* des problèmes du type étudié par la classe, sera un *acquis* (à consolider, sans doute) de la culture de la classe lorsque celle-ci s'attaquera ultérieurement à d'autres problèmes de ce type. De là l'idée de travailler par *grands types de problèmes*, comme il en va avec celui pris pour exemple ici, que l'on peut formuler ainsi :

Comment marquer ou tracer (avec les instruments habituels : règle, compas, équerre, etc.) un certain élément (un point, un segment, etc.) d'une figure tracée sur une feuille de papier lorsque les techniques graphiques connues supposent l'utilisation d'éléments de la figure dont l'un au moins est inaccessible parce que situé hors de la feuille ?

b) Le *schéma de question* précédent va être activé sous la forme de questions  $Q$  particulières, telle la suivante, maintenant bien connue : « Comment tracer la partie de la diagonale  $[AC]$  d'un parallélogramme  $ABCD$  tracé sur une feuille, lorsque le sommet  $C$  “tombe” à l'extérieur de la feuille ? » Le travail piloté par  $Y = P$  dans la séance observée résulte de la mise en fonctionnement du système didactique  $S(X ; Y ; Q_T)$ . Quelle est la relation entre ♥ et  $Q = Q_T$ , ici ? On l'a dit :  $P$  a dû « inventer » une question  $Q$  (isolée) telle que, pour apporter une réponse  $R$  à  $Q$ , on ait besoin (sous certaines conditions et contraintes) de la propriété  $\theta$  (selon laquelle les diagonales d'un parallélogramme se coupent en leur milieu). La réponse  $R$  prend alors la forme d'une praxéologie  $O_\theta = [T / \tau / \theta / \Theta]$ . Le processus didactique mené à bien peut alors s'écrire ainsi, on l'a vu,

$$S(X ; Y ; Q) \Rightarrow R$$

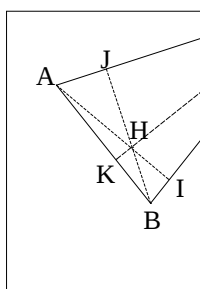
où  $R = O_\theta = [T / \tau / \theta / \Theta]$ , la flèche  $\Rightarrow$  signifiant « produire », « élaborer », « engendrer ».

6.5.2. Ce procédé peut être généralisé : dans une telle problématique didactique, pour tout enjeu didactique ♥ consigné dans le programme d'études (s'il existe),  $Y$  devra « inventer » (ou choisir) une ou plusieurs questions  $Q_\heartsuit$  telle que ♥ apporte un *composant clé* à la réponse  $R_\heartsuit$  susceptible d'être élaborée sous les conditions et les contraintes usuelles de fonctionnement du système didactique  $S(X ; Y ; Q_\heartsuit)$ .

a) La problématique didactique représentée formellement par le schéma

$$[S(X ; Y ; Q) \Rightarrow M] \Rightarrow R$$

a nombre de mérites. *En tout premier lieu*, elle combat la « monumentalisation » scolaire des *savoirs enseignés*, c'est-à-dire le fait qu'on les visite à l'école, si possible avec déférence, voire avec vénération, sans avoir presque aucune idée de leurs usages, de leurs fonctionnalités possibles – en sorte qu'il ne s'agit plus dès lors que de *savoirs sans utilité*. Ainsi apprendra-t-on que les trois hauteurs d'un triangle sont concourantes, sans savoir à quoi cela peut bien être utile, alors même que, par exemple, il s'agit de la *propriété clé* pour élaborer une technique graphique résolvant le deuxième des trois problèmes évoqués plus haut, comme le suggère la figure ci-après.



b) Corrélativement, le fait de « partir d'une question » *Q* renoue avec la problématique fondamentale de la connaissance : *connaître, c'est être capable d'apporter une réponse raisonnée, vérifiée, efficace à une question*. La problématique scolaire, qui marchait sur les mains, est ainsi remise sur ses pieds. Mais on doit alors aller plus loin dans la rénovation épistémologique, qui n'est pas qu'une affaire scolaire, mais une affaire de *société*, voire de civilisation.